УДК 532.528:621 https://doi.org/10.15407/itm2021.01.029

С. І. ДОЛГОПОЛОВ

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЖОРСТКИХ РЕЖИМІВ ЗБУДЖЕННЯ КАВІТАЦІЙНИХ АВТОКОЛИВАНЬ У СИСТЕМІ ЖИВЛЕННЯ РІДИННИХ РАКЕТНИХ ДВИГУНІВ

Інститут технічної механіки Національної академії наук України
і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: dolmrut@gmail.com

Жорсткі режими збудження автоколивань відрізняються від м’яких тим, що автоколивання збуджуються тільки при досить сильному початковому відхиленні коливальної системи від стану рівноваги. Серед експериментальних досліджень кавітаційних коливань в гідравлічних системах з кавітуючими насосами рідинних ракетних двигунів (РРД) є роботи, де описані жорсткі режими збудження кавітаційних автоколивань. В даний час ці режими не отримали теоретичного пояснення і тим більше не було проведено їх математичне моделювання.

Розроблено математичну модель жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД, яка складається з математичної моделі кавітаційних коливань в системі живлення РРД, доповненої урахуванням режимів запирання в насосах, і з моделі зовнішнього збурення. Запропоновано механізм реалізації жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД. Відомо, що режими жорстких збуджень кавітаційних автоколивань можуть реалізовуватися в тих випадках, коли насосна система живлення розташовується поблизу границі області існування кавітаційних автоколивань. В цьому випадку амплітуди автоколивань невеликі і в їх обмеженні бере участь тільки одна нелінійність (залежність об’єму кавітаційних каверн від тиску і витрати на вході в насос). При збудженні достатньої інтенсивності в насосній системі вхідні значення тиску і витрати потрапляють на характеристику режимів запирання, може реалізуватися режим запирання і встановитися розвинені кавітаційні автоколивання, які з перебігом часу (після зняття збурення) зберігають розривний вигляд коливань і не переходять в початкові коливання малої амплітуди. Проведено математичне моделювання жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань і визначені параметри кавітаційних автоколивань в стендовій системі живлення тестового насоса. Результати розрахунків показали, що в насосній системі без зовнішнього збурення спостерігаються автоколивання невеликої амплітуди. Після зовнішнього збурення в системі встановлюються розвинені (розривні) кавітаційні автоколивання, як і в експерименті. За допомогою розробленої математичної моделі жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД проведено моделювання випадку, зареєстрованого в ході проведення експерименту, коли за рахунок зовнішнього збурення вдалося усунути розвинені (розривні) кавітаційні автоколивання.

Ключові слова: *рідинний ракетний двигун, шнековідцентровий насос, кавітація, кавітаційні автоколивання, гідродинамічна модель, запирання, жорсткі режими збудження.*

Hard self-oscillation excitation differs from soft excitation in that self-oscillations are set up only if the initial departure of an oscillating system from equilibrium is strong enough. Experimental studies of cavitation oscillations in hydraulic systems with cavitating pumps of liquid-propellant rocket engines ((LPREs) include works that describe hard excitation of cavitation oscillations. By mow, hard excitation regimes have not been explained theoretically, to let alone their mathematical simulation.

This paper presents a mathematical model of hard excitation of cavitation oscillations in a LPRE feed system, which comprises a mathematical model of cavitation self-oscillations in a LPRE feed system that accounts for pump choking and an external disturbance model. A mechanism of hard excitation of cavitation oscillations in a LPRE feed system is proposed. It is well known that hard excitation of cavitation self-oscillations may take place in cases where the pump feed system is near the boundary of the cavitation self-oscillation region. In this case, the self-oscillation amplitudes are small, and they are limited only by one nonlinearity (cavity volume vs. pump inlet pressure and flow relationship). Under excitation of sufficient intensity, the pump inlet pressure and flow find themselves in the choking characteristic; this may be responsible for choking and developed cavitation self-oscillations, which remain of interrupted type and do not go into the initial small-amplitude oscillations even after excitation removal. A mathematical simulation of hard excitation of cavitation self-oscillations was conducted to determine the parameters of cavitation self-oscillations in a bench feed system of a test pump. The simulation results show that without an external disturbance the pump system exhibits small-amplitude self-oscillations. On an external disturbance, developed (interrupted) cavitation oscillations are set up in the system, which is in agreement with experimental data. The proposed mathematical model of hard excitation of cavitation self-oscillations in a LPRE feed system allows one to simulate a case observed in an experiment in which it was possible to eliminate cavitation self-oscillations by an external disturbance.

Keywords: *liquid-propellant rocket engine, inducer-equipped centrifugal pump, cavitation, cavitation self-oscillations, hydrodynamic model, choking, hard excitation.*

Вступ. Автоколивання принципово відрізняються від інших коливальних процесів тим, що для підтримки стаціонарного режиму в таких системах не потрібно періодичних впливів ззовні. У всякій реальній системі при стаціонарному коливальному процесі енергія переходить в тепло або передається іншим тілам. Тому кожна автоколивальна система повинна мати джерело енергії, яке покривало би її витрати. Зазвичай джерело енергії влаштовано так, що воно дає постійну в часі дію. Устрій автоколивальної системи такий, що при коливаннях в ній джерело виробляє змінну дію, яка і підтримує стаціонарний коливальний процес. Змінна дія забезпечує необхідний притік енергії, що покриває втрати при коливаннях [1].

Автоколивання на фазовій плоскості представляються так званим граничним циклом. Граничний цикл є замкнутою кривою на фазовій плоскості, до якої при $t \to \infty$ прагнуть всі інтегральні криві. Якщо при збудженні коливальної системи кожному поєднанню її параметрів відповідає єдиний відмінний від нуля стаціонарний стан системи, який еквівалентний на фазовій плоскості одному граничного циклу, то такий режим збудження називають м'яким режимом [1], [2], [3]. Для цього режиму точка, яка зображається всередині граничного циклу, рухається по спіралі, що розкручується, і наближається до циклу (відповідає наростаючим коливанням), а зовні циклу рух відбувається по спіралі, що скручується, і точка також наближається до циклу (відповідає затухаючим коливанням). Граничний цикл представляє стаціонарний режим з певною амплітудою, що не залежить від початкових умов та визначається тільки устроєм системи.

Для виникнення м'якого режиму збудження досить маленьких початкових поштовхів, теоретично як завгодно малих. При плавній зміні параметрів схеми плавно змінюється величина амплітуди стаціонарних коливань [1], [2], [3].

При так званих жорстких режимах збудження картина інтегральних кривих на фазовій плоскості буде мати наступний вигляд. Якщо початкові значення лежать всередині нестійкого граничного циклу, то коливання загасають. Якщо початкові умови такі, що зображуюча точка лежить зовні стійкого циклу, то ця точка з перебігом часу прийде на стійкий граничний цикл і в системі буде мати місце стаціонарний періодичний автоколивальний режим. Для жорсткого режиму збудження коливань характерна відсутність мимовільного порушення коливань. Коливання збуджуються тільки при досить сильному початковому відхиленні коливальної системи від стану рівноваги. Характерними ознаками жорсткого режиму збудження коливань також є: виникнення коливань стрибком, «гістерезисна» залежність амплітуди від параметра, явище затягування [1], [2], [3].

Кавітаційні явища в шнековідцентрових насосах рідинних ракетних двигунів (РРД) існують в певному діапазоні вхідного тиску і не здійснюють помітного впливу на основні параметри насосів (напір, витрата, економічність). При дослідженні впливу кавітаційних явищ в шнековідцентрових насосах на власні частоти коливань в гідравлічних системах було зазначено на можливість самозбудження автоколивань в системі живлячий трубопровід – насос, обумовлених кавітаційними явищами в насосах. Цей вид нестійкості отримав назву кавітаційних коливань [4], [5], [6].

Характерні особливості втрати стійкості роботи шнековідцентрових насосів по відношенню до кавітаційних коливань дозволяють відрізнити даний вид втрати стійкості від інших можливих видів (помпаж, обертовий зрив). Перш за все, поява кавітаційних коливань не пов'язана з роботою шнековідцентрових насосів на лівій гілці напірної характеристики насоса. Основні характерні особливості цих коливань були встановлені експериментально. Головна з них полягає в тому, що частота і амплітуда автоколивань істотно залежать від тиску на вході в насос, а отже, від розмірів кавітаційних каверн. Кавітаційні автоколивання не виникають як в області режимів, що відповідають великим кавітаційним запасам (малі розміри кавітаційних каверн), так і на режимах, близьких до кавітаційного зриву. Поблизу границі стійкості автоколивання мають синусоїдальний характер, а в області сильно розвинених коливань їх форма змінюється і вони набувають розривного характеру [6].

Таким чином, експериментально встановлено, що існують кавітаційні автоколивання, які мають форму коливань, близьку до гармонійної, і розривні кавітаційні автоколивання.

Серед експериментальних досліджень кавітаційних коливань в числених насосних системах, представлених зокрема в роботах [6], [7], робіт, де описані жорсткі режими збудження кавітаційних автоколивань, всього дві [4] і [8]. В роботі [4] на основі експериментальних досліджень вперше представлені характерні особливості кавітаційних автоколивань і відзначено, що досліджена гідравлічна система з кавітуючим насосом «схильна до режимів жорсткого збудження». Особливість прояви режимів жорсткого збудження тут полягала в наступному. При динамічних випробуваннях насосів в режимі кавітаційних автоколивань часто визначають область нестійкості насосної системи, змінюючи тиск на вході в насос від мінімально можливого до максимального значення (при фіксованих частоті обертання і витраті рідини). При цьому зазвичай область нестійкості, що реєструються, не залежить від того, в якому напрямку змінюється тиск на вході в насос p_1: зменшується, починаючи з максимального значення, або збільшується, починаючи з мінімального значення. В роботі [4] описано випадок, коли це не дотримується. При зниженні p_1 область нестійкості спостерігалася у вузькому діапазоні $\approx 0{,}2$ кгс/см^2 при низьких p_1. При подальшому підвищенні p_1 область нестійкості розширилася до $\approx 1{,}5$ кгс/см^2. Таким чином, на область нестійкості і, отже, на амплітуди автоколивань вплинули початкові умови. При початку зниження p_1 коливання параметрів системи були близькими до нуля, при початку підвищення – вони були значними (амплітуда p_1 склала ≈ 12 кгс/см^2).

У роботі [8] описано експеримент і представлено результати досліджень, де автоколивання виникають після внесення збурення у вхідному трубопроводі. Ці збурення створювалися за допомогою різкого руху поршня, встановленого в відведенні, прикріпленому до вхідної магістралі. Область, в якій виникають автоколивання після внесення в систему збурення, розташована уздовж верхньої границі області стійкості у вузькому діапазоні зміни вхідного тиску.

Жорсткі режими збудження кавітаційних автоколивань, які описані в роботах [4] та [8], в даний час не отримали теоретичного пояснення і, тим більше, не було проведено їх математичне моделювання. При цьому в системах живлення РРД з кавітуючими насосами в процесі функціонування двигунів виникають збурення (наприклад, при запуску двигунів), які можуть привести до жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань з великими амплітудами автоколивань. Тому своєчасне виявлення і усунення цього явища є актуальним завданням при розробці нових ракет-носіїв.

Метою цієї роботи є розробка механізму реалізації жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД.

1. Математична модель кавітаційних коливань в системі живлення РРД. Нелінійна математична модель кавітаційних коливань в найпростішій системі живлення РРД [9], [10] включає рівняння динаміки кавітаційних каверн і рівняння для визначення тиску на виході з насоса, які слід доповнити рівняннями руху рідини в живлячому і напірному трубопроводах:

$$\left(1+\sim_p\right)\frac{dp_1'}{dt}=\frac{G_1-G_2}{C_K}+R_{K1}\frac{dG_1}{dt}+R_{K2}\frac{dG_2}{dt}\,, \tag{1}$$

$$p_1=p_1'+{}^2{}_K\frac{dp_1'}{dt}\,,$$

$$p_2=p_1+p_H\cdot\tilde{p}_H\left(\tilde{V}_K\right)-J_H\frac{dG_2}{dt}\,, \tag{2}$$

$$\overline{p}_Б=p_1+a_1G_1^2+\left(J_1+J_{OT}\right)\frac{dG_1}{dt}\,, \tag{3}$$

$$p_2=\overline{p}_K+a_2G_2^2+J_2\frac{dG_2}{dt}\,, \tag{4}$$

де p_1, G_1 – тиск і витрата на вході в насос; t – час; p_1' – тиск в місці розташування зосередженої кавітаційної податливості [10]; ${}^2{}_K$ – час запізнювання – час затримки передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн в насосі [10]; p_2, G_2 – тиск і витрата рідини на виході з насоса; p_H, $\tilde{p}_H\left(\tilde{V}_K\right)$ – напір і кавітаційна функція насоса; $\tilde{V}_K=V_K/V_{Ш\,CP}$ – відносний об'єм кавітаційних каверн; $V_{Ш\,CP}$ – об'єм проточної частини шнека, де розташовані каверни перед кавітаційним зривом: $V_{Ш\,CP}\approx 2{,}3\cdot s\cdot(D_H^2-d_{BT}^2)/4$ [11]; D_H – зовнішній діаметр шнека; d_{BT} – діаметр втулки шнека; s – крок гвинтової лінії шнека; J_H – коефіцієнт інерційного опору рідини в проточній частині насоса; $\alpha_p=\frac{\partial\left(B_1T_K\right)}{\partial p_1}\left(G_1-G_2\right)$; $C_K=-\frac{\gamma}{B_1}$ – податливість каверн; R_{K1}, R_{K2} – коефіцієнти, що мають розмірність кавітаційного опору B_2: $R_{K1}=B_2-\frac{B_1\cdot T_K}{¥}+\frac{\partial p_{CP}}{\partial G_1}-\frac{\partial\left(B_1T_K\right)}{\partial G_1}\left(G_1-G_2\right)$, $R_{K2}=\frac{B_1\cdot T_K}{\gamma}$; $B_2\left(p_1,G_1\right)=\frac{\partial p_1}{\partial G_1}$; B_1, T_K – пружність і постійна часу кавітаційних каверн; γ – питома вага рідини; p_{CP} – тиск зриву насоса; $\overline{p}_Б$ – тиск у живлячому баку; a_1, a_2 – коефіцієнти гідравлічного опору живлячого і напірного трубопроводів; J_1, J_2 – коефіцієнти інерційного опору живлячого і напірного трубопроводів;

J_{OT} – коефіцієнт інерційного опору рідини, обумовлений зворотними течіями на вході в насос; $\overline{p}_K$ – тиск на виході з напірного трубопроводу.

У роботі [10] представлена математична модель кавітаційних коливань (1)–(4), яка доповнена за рахунок можливості математичного моделювання режимів запирання. В цій роботі визначено теоретичні параметри кавітаційних автоколивань на режимах запирання в одному насосі РРД. Показано, що при розвинених кавітаційних автоколиваннях в гідравлічній системі з кавітуючим насосом з'являється нова специфічна нелінійність (характеристика режимів запирання), яка має більший вплив на параметри кавітаційних коливань, ніж залежність об'єму кавітаційних каверн від тиску і витрати на вході в насос, і є визначальною нелінійністю в насосній системі на режимах запирання. Таким чином, при математичному моделюванні кавітаційних автоколивань в гідравлічній системі з кавітуючим насосом РРД може брати участь або одна нелінійність (залежність об'єму кавітаційних кавер від тиску і витрати на вході в насос) – при коливаннях, близьких до гармонійних, або дві (додається характеристика режимів запирання) – при розривних автоколиваннях.

2. Феноменологічна модель жорсткого режиму збудження кавітаційних автоколивань. Враховуючи опис жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в роботах [4] та [8] представляється така феноменологічна модель жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД. Режими жорстких збуджень кавітаційних автоколивань можуть реалізовуватися в тих випадках, коли насосна система живлення розташовується поблизу границі області існування кавітаційних автоколивань. В цьому випадку кавітаційні автоколивання близькі до гармонійних або відсутні. Амплітуди автоколивань невеликі і в їх обмеженні бере участь тільки одна нелінійність (залежність об'єму кавітаційних каверн від тиску і витрати на вході в насос).

При збудженні достатньої інтенсивності в насосній системі вхідні значення тиску і витрати потрапляють на характеристику режимів запирання, може реалізуватися режим запирання і можуть встановитися розвинені кавітаційні автоколивання, які з перебігом часу (після зняття збурення) зберігають розривний вигляд коливань і не переходять в початкові гармонійні коливання малої амплітуди.

3. Приклад моделювання жорсткого режиму збудження кавітаційних автоколивань. Математична модель жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД включає математичну модель кавітаційних коливань (1)–(4), яка доповнена урахуванням режимів запирання в насосах, і модель зовнішнього збурення.

Будемо припускати, що збурення, як і в роботі [8], створюються за допомогою руху поршня, встановленого в відведенні, прикріпленому до вхідної магістралі. Швидкий рух поршня здійснює викид певної кількості рідини. У цьому випадку модель зовнішнього збурення являє собою залежність від часу збурюючої витрати на вході в насос $G_B(t)$, яка вибирається з умови отримання жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань. Тоді рівняння (1) прийме наступний вигляд

$$\left(1+\sim_p\right)\frac{dp_1'}{dt}=\frac{G_1-G_2+G_B(t)}{C_K}+R_{K1}\frac{dG_1}{dt}+R_{K2}\frac{dG_2}{dt}\,, \qquad (5)$$

В якості тестового був обраний насос, описаний в роботах [8] і [12]. Це шнековідцентрових насос, який має шнековий переднасос перемінного кроку (на вході в насос крок дорівнює 3,2 см, зовнішній діаметр – 4,7 см, діаметр втулки – 1,3 см).

Експериментальні дослідження з визначення границі області стійкості по відношенню до кавітаційних коливань, при яких були зареєстровані жорсткі режими збудження кавітаційних автоколивань, проводилися на різних значеннях витрат і частот обертання валу для випадків довгого (8,55 м) і короткого (0,91 м) вхідного трубопроводу діаметром 5,5 см. Акустична довжина вхідного трубопроводу змінювалася за рахунок установки додаткової ємності на вході в ресивер. Безпосередньо за ресивером встановлювався дросель, за допомогою якого при зменшенні довжини вхідного трубопроводу встановлювалося такий же гідравлічний опір, як і при довгій магістралі.

В процесі проведення досліджень виявлено область, в якій виникають автоколивання після внесення в систему збурення (рис. 1), що створюється за допомогою різкого руху поршня, встановленого в відведенні, прикріпленому до

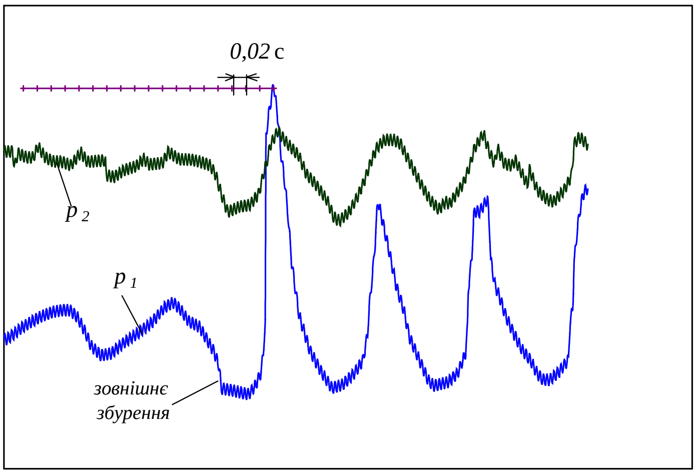

Рис. 1 – Експериментальні залежності тиску на вході p_1 і виході p_2 з насоса від часу при жорсткому режимі збудження кавітаційних автоколивань [8]

вхідної магістралі. Експериментальні кавітаційні коливання на рис. 1 мають ознаки жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань.

Для математичного моделювання жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в розглянутій стендовій системі живлення була обрана (з умови отримання жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань) модель зовнішнього збурення, що представляє собою залежність від часу збурюючої витрати на вході в насос $G_B(t)$ з формою рівностороннього трикутника. Максимальна величина збурюючої витрати прийнята 1 кгс/с; тривалість збурення – 0,1 с; початок дії збурення – 0,5 с.

Використовуючи математичну модель кавітаційних коливань (1)–(5), яка доповнена урахуванням режимів запирання в насосах, і представлену вище модель зовнішнього збурення, були визначені параметри кавітаційних автоколивань в стендовій системі живлення розглянутого насоса при жорстких режимах збудження. Результати розрахунків, представлені на рис. 2, показують, що в насосній системі без зовнішнього збурення спостерігаються, як і в експерименті (див. рис. 1), близькі до гармонійних автоколивання невеликої амплітуди. Після зовнішнього збурення при 0,5 с в системі встановлюються розвинені (розривні) кавітаційні автоколивання, що добре узгоджується з експериментальними даними.

В роботі [8] відзначається, що в ході експерименту був зареєстрований випадок, коли в режимі жорсткого збудження збуренням вдалося стабілізувати насосну систему. За допомогою розробленої математичної моделі жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД вдалося провести моделювання цього випадку. На рис. 2 (крива 3) показано, що при такому ж зовнішньому збуренні при $t = 2{,}27$ с кавітаційні автоколивання перебудовуються з розвинених на близькі до гармонійних і, таким чином, в насосній системі встановлюються кавітаційні автоколивання, близькі до тих, які існували до зовнішніх збурень.

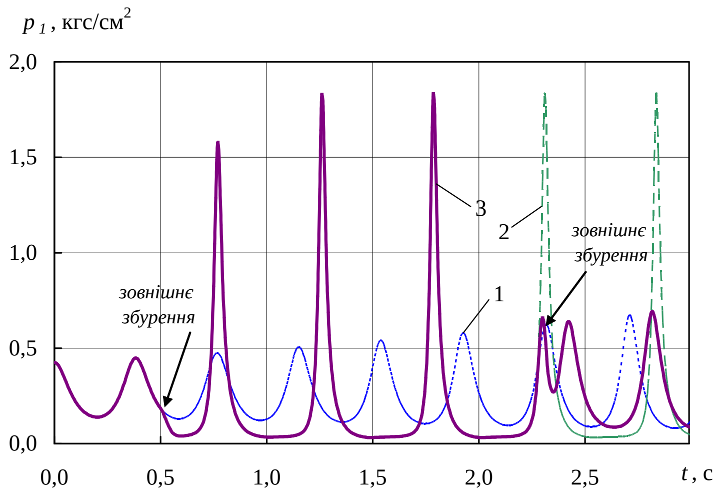

Рис. 2 – Розрахункові залежності тиску на вході в насос від часу при жорсткому режимі збудження кавітаційних автоколивань: 1 – без зовнішніх збурень; 2 – одно зовнішнє збурення при $t = 0{,}5$ с; 3 – зовнішні збурення при $t = 0{,}5$ с і $t = 2{,}27$ с

Таким чином, запропонований механізм реалізації жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД і побудована на його основі математична модель жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань дозволяють задовільно описати результати експериментальних досліджень щодо жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань.

Висновки. Розроблено математичну модель жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД, яка складається з математичної моделі кавітаційних коливань в системі живлення РРД, доповненої урахуванням режимів запирання в насосах, і з моделі зовнішнього збурення.

Запропоновано механізм реалізації жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД. Як показують експериментальні дані, режими жорстких збуджень кавітаційних автоколивань можуть реалізовуватися в тих випадках, коли насосна система живлення розташовується поблизу границі області існування кавітаційних автоколивань. В цьому випадку кавітаційні автоколивання близькі до гармонійних або відсутні. Амплітуди автоколивань невеликі і в їх обмеженні бере участь тільки одна нелінійність (залежність об’єму кавітаційних каверн від тиску і витрати на вході в насос). При збудженні достатньої інтенсивності в насосній системі вхідні значення тиску і витрати потрапляють на характеристику режимів запирання, може реалізуватися режим запирання і можуть встановитися розвинені кавітаційні автоколивання, які з перебігом часу (після зняття збурення) зберігають розривний вигляд коливань і не переходять в початкові гармонійні коливання малої амплітуди.

На основі запропонованої математичної моделі жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД проведено математичне моделювання жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань і визначені параметри кавітаційних автоколивань в стендовій системі живлення тестового насоса. Результати розрахунків показали, що в насосній системі без зовнішнього збурення спостерігаються, як і в експерименті, близькі до гармонійних автоколивання невеликої амплітуди. Після зовнішнього збурення в системі встановлюються розвинені (розривні) кавітаційні автоколивання, що добре узгоджується з експериментальними даними.

За допомогою розробленої математичної моделі жорстких режимів збудження кавітаційних автоколивань в системі живлення РРД проведено моделювання випадку, зареєстрованого в ході проведення експерименту, коли за рахунок зовнішнього збурення вдалося усунути розвинені (розривні) кавітаційні автоколивання.

Отримані результати можуть бути використані при математичному моделюванні низькочастотних динамічних процесів в системі живлення РРД (наприклад, запуск РРД) нових ракет-носіїв.

1. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. М.: Наука. 1964. 440 с.
2. *Мигулин В. В., Медведев В. И., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н.* Основы теории колебаний. М.: Наука. 1964. 392 с.
3. *Теодорчик К. Ф.* Автоколебательные системы. М.: Наука. 1952. 271 с.
4. *Натанзон М. С., Бальцев И. И., Бажанов В. В., Лейдерваргер М. Р.* Экспериментальные исследования кавитационных колебаний шнекоцентробежного насоса. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1973. № 2. С. 151–157.
5. *Гликман Б. Ф.* Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. М.: Машиностроение. 1974. 396 с.
6. *Пилипенко В. В., Задонцев В. А., Натанзон М. С.* Кавитационные колебания и динамика гидросистем. М.: Машиностроение. 1977. 352 с.
7. *Пилипенко В. В., Долгополов С. И.* Экспериментально-расчетное определение коэффициентов уравнения динамики кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах различных типоразмеров. Техническая. механика. 1998. Вып. 8. С.50–56. https://doi.org/10.1016/S0262-1762(99)80457-X
8. *Ершов Н. С.* Экспериментальное исследование кавитационных автоколебаний насосной системы. Динамика насосных систем. 1980. С. 3–9.
9. *Пилипенко О. В., Долгополов С. И., Николаев А. Д., Хоряк Н. В.* Математическое моделирование запуска многодвигательной жидкостной ракетной двигательной установки. Технічна механіка. 2020. № 1. С. 5–18. https:// doi.org/10.15407/itm2020.01.005
10. *Долгополов С. І.* Математичне моделювання режимів запирання при кавітаційних автоколиваннях у гідравлічних системах з кавітучими насосами РРД. Технічна механіка. 2020. № 4. С. 35–42. https://doi.org/10.15407/ itm2020.04.035
11. *Боровский Б. И., Ершов Н. С., Овсянников Б. В., Петров В. И, Чебаевский В. Ф., Шапиро А. С.* Высокооборотные лопаточные насосы. М.: Машиностроение, 1975. 336 с.
12. *Довготько Н. И.* Об одном случае исследования устойчивости системы шнекоцентробежный насос – трубопроводы по отношению к кавитационным автоколебаниям. Динамика насосных систем. 1980. С. 9–14.

Отримано 19.02.2021,
в остаточному варіанті 12.03.2021