УДК 519.25:681.5 https://doi.org/10.15407/itm2021.01.051

О. П. САРИЧЕВ, Б. А. ПЕРВІЙ

МОДЕЛІ РУХУ КОСМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ ЧАСОВИХ РЯДІВ TLE-ЕЛЕМЕНТІВ

Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, Дніпро, Україна,49005; e-mail: porkygoo@gmail.com

Своєчасне виявлення зміни характеристик об'єктів ракетно-космічної техніки в ході їх тривалої експлуатації є одним з основних завдань при розробці і дослідженні бортових систем підтримки ефективності їх функціонування. Розроблено статистичний метод моделювання руху космічних об'єктів (космічних апаратів і відпрацьованих ступенів ракет-носіїв) в класі авторегресійних моделей. Метод дозволяє підвищити якість опису та прогнозування руху космічних об'єктів на основі моделювання часових рядів їх TLE-елементів (Two-line orbital element sets). Мета даної роботи – підвищення точності математичних моделей спостережуваного руху космічних об'єктів в задачах визначення часу їх відведення, прогнозування зіткнення супутників, каталогізації космічного сміття. Розроблено систему моделювання руху космічних об'єктів, яка дозволяє вирішувати наступні задачі: визначення оптимального обсягу навчальних вибірок при моделюванні часових рядів TLE-елементів; виявлення порядку авторегресії і відшукання оптимальної структури моделі для кожного елемента-змінної; ідентифікація параметрів моделей в умовах нерівновіддалених спостережень; встановлення особливостей поведінки (за часом) середньоквадратичних помилок побудованих авторегресійних моделей на основі розбиття вихідних часових рядів TLE-елементів на послідовні інтервали навчання; отримання прогнозних оцінок значень елементів-змінних. Розроблений статистичний метод моделювання руху космічних об'єктів може бути рекомендований для опису і прогнозування руху космічних апаратів і відпрацьованих ступенів ракет-носіїв, представлених часовими рядами TLE-елементів (які оперативно оновлюються і знаходяться у відкритому доступі). Застосування розробленого статистичного методу підвищить точність математичних моделей спостережуваного руху космічних об'єктів в задачах визначення часу їх відведення, прогнозування зіткнення супутників, каталогізації космічного сміття.

Ключові слова: *часові ряди TLE-елементів, нерівновіддалені спостереження, авторегресійні моделі, бета-розподіл, структурна невизначеність, метод групового урахування аргументів.*

Timely detection of changes in the characteristics of space hardware objects during their long-term operation is one of the main tasks in the development and study of onboard systems that maintain the efficiency of their operation. This paper presents a statistical method for simulating the motion of space objects (spacecraft and used launch vehicle stages) in the class of autoregressive models. The method allows one to improve the quality of description and prediction of the motion of space objects based on simulating time series of their TLE-elements (two-line orbital element sets). The purpose of this work is to increase the accuracy of mathematical models of the observed motion of space objects in the problems of deorbit time determination, satellite collision prediction, and space debris cataloging. The paper presents a system for simulating the motion of space objects, which allows one to determine an optimal amount of learning samples in simulating time series of TLE elements, determine the order of autoregression and find an optimal model structure for each variable element, identify model parameters in conditions of unequally spaced observations, identify features of the time behavior of the root-mean-square errors of the constructed autoregressive models on the basis of dividing the initial time series of TLE-elements into successive learning intervals, and obtain predictive estimates of the values of variable elements. The proposed statistical method of space object motion simulation can be recommended to describe and predict the motion of spacecraft and used launch vehicle stages represented as time series of TLE-elements (which are publicly available and regularly updated). The application of the proposed statistical method will increase the accuracy of mathematical models of the observed motion of space objects in the problems of deorbit time determination, satellite collision prediction, and space debris cataloging.

Keywords**:** *time series of TLE elements, unequally spaced observations, autoregressive models, beta distribution, structural uncertainty, group method of data handling.*

Вступ. Запобігання техногенного засмічення навколоземного космічного простору – актуальна проблема сучасної космонавтики. Одним із сегментів засмічення є великі об'єкти космічного сміття: космічні апарати, які припинили своє активне існування, та відпрацьовані останні ступені ракет-носіїв. Розробка ефективних способів відведення великих об'єктів космічного сміття з орбіт є важливим науково-технічним завданням. Один з можливих способів його вирішення – безконтактний (без механічного захоплення) вплив з метою переведення об'єктів на низькі орбіти для подальшого зниження за рахунок аеродинамічного гальмування. Реалізація такого способу передбачає вирішення двох завдань: перше – побудова математичних моделей руху космічних об'єктів за результатами їх спостереження; друге – вибір способу впливу для ефективного відведення об'єктів космічного сміття на низькі орбіти.

Сучасні підходи до прогнозування орбіт засновані на законах фізики й небесної механіки, та їх точність залежить від якості даних про стан космічного об'єкта на початку розрахунку траєкторії та навколишнє середовище (земна гравітація, атмосферний опір, тиск сонячного світла). Однак, знання про зміни щільності атмосфери обмежені, а дані про об'єкт не завжди обновляються або доступні на момент здійснення розрахунків. Часто виміри, що проведені на орбіті, є незадовільними за кількістю та підпадають під вплив перешкод. Всі ці фактори приводять до того, що поточні помилки в прогнозах, які засновані на законах фізики та небесної механіки, можуть бути неприйнятно великими для значимих космічних розрахунків.

Різні методи комп'ютерного навчання й гібридні методи досить успішно застосовуються при рішенні задач розрахунку й прогнозу руху космічних об'єктів. Серед них методи нейронних мереж, фільтр Калмана й ін. У роботі [1] застосована нейронна мережа для підвищення точності аналітичного прогнозу. У результаті сполучення обох методів зменшує помилку обчислення положення космічного об'єкта й підвищує точність прогнозу його руху. У роботі [2] основний акцент зроблено на аналіз даних в умовах невідомих збурень із використанням розширеного фільтра Калмана. Такий підхід поліпшив якість фільтрації й прогнозу, але тільки для космічних об'єктів на низьких навколоземних орбітах.

Підхід, якій засновано на розподіленій регресії та комп'ютерному навчанні, лежить в основі публікації [3]. Результат демонструє перевагу над розширеним фільтром Калмана. Крім того, метод здатен дати оцінку параметрам орбіти, які є значно мінливими.

У роботах [4] – [6] кеплерові орбітальні елементи використовуються як початкові оцінки TLE-елементів із застосуванням диференціальних виправлень і нелінійних методів найменших квадратів.

Техніки прогнозування, які засновані на статистичних моделях часових рядів або на методах комп'ютерного навчання, спрямовані на моделювання та відтворення відсутньої динаміки раніше обчислених наближень. Ця комбінація дозволяє підвищити точність звичайних чисельних, аналітичних і напіваналітичних методів визначення положення й швидкості супутника або об'єкта космічного сміття.

Мета даної роботи – підвищення точності математичних моделей спостережуваного руху космічних об'єктів в задачах визначення часу їх відведення, прогнозування зіткнення супутників, каталогізації космічного сміття.

Метод моделювання руху космічних об'єктів на основі їх TLE-елементів. Визначення порядку і оцінювання коефіцієнтів авторегресійних моделей в умовах структурної невизначеності щодо складу та кількості регресорів є актуальною задачею теорії ідентифікації, для рішення якої існують різні підходи. У переважній більшості випадків в існуючих методах ідентифікації не передбачалося, що в авторегресійних моделях між коефіцієнтами при попередніх значеннях змінних виконуються певні співвідношення. Таке припущення є цілком обґрунтованим: близькі за часом попередні значення повинні мати близькі один до одного коефіцієнти в моделі, а більш віддалені за часом попередні значення – менш близькі. При виборі тих чи інших співвідношень між коефіцієнтами авторегресії необхідно враховувати "фізику" об’єкта, дискретність спостережень за часом, а також наявну апріорну інформацію. Прикладами такого підходу служать методи з заданими вікнами згладжування: методи ковзного середнього, експонентна вагова функція та ін. В даній роботі пропонується оптимальне вікно згладжування шукати в сімействі функцій щільності ймовірності бета-розподілів на основі принципів моделювання, розроблених в методі групового урахування аргументів (МГУА) [7] – [10].

Нехай функціонування динамічного об’єкта підпорядковується авторегресійній моделі наступного виду

$$\overset{*}{x}_i = \overset{o}{\mu}_0 + \overset{o}{\mu}_x \cdot (\overset{o}{\theta}_1, \overset{o}{\theta}_2, \ldots, \overset{o}{\theta}_p)^{\mathrm{T}} (\overset{*}{x}_{i-1}, \overset{*}{x}_{i-2}, \ldots, \overset{*}{x}_{i-p}) + \zeta_{i-1}, \qquad (1)$$

де $\overset{*}{x}_i$ – неспостережуване значення вихідної змінної об’єкта в дискретний момент часу $t = t_i$, $i = 1, 2, \ldots, n$; n – загальне число спостережень; p – число попередніх значень вихідних змінних, які беруть участь у формуванні її поточного значення з ваговими коефіцієнтами $\overset{o}{\theta}_1, \overset{o}{\theta}_2, \ldots, \overset{o}{\theta}_p$ (p – порядок авторегресії); $\overset{o}{\mu}_0, \overset{o}{\mu}_x$ – невідомі скалярні детерміновані коефіцієнти; ζ_{i-1} – неспостережувана випадкова скалярна величина.

Нехай вагові коефіцієнти $\overset{o}{\theta}_1, \overset{o}{\theta}_2, \ldots, \overset{o}{\theta}_p$ в (1) визначаються за правилом

$$\overset{o}{\theta}_j = F(j \cdot \Delta) - F((j-1) \cdot \Delta), \; F(v) = \int_0^v f(u)\, du, \; j = 1, 2, \ldots, p, \; \Delta = 1/p, \qquad (2)$$

де $F(v)$ – функція ймовірності бета-розподілу; Δ – шаг дискретизації за u в сегменті [0, 1]; $f(u)$ – функція щільності ймовірності бета-розподілу [11] – [12]:

$$f(u) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \cdot u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1}, & u \in [0,1]; \\ 0, & u \notin [0,1], \end{cases} \qquad (3)$$

де $\Gamma(\cdot)$ – гама-функція [12]; $\alpha, \beta = 1, 2, \ldots, l_{max}$ – цілі позитивні значення; l_{max} – апріорно задана величина.

Призначення вагових коефіцієнтів $\overset{o}{\theta}_1, \overset{o}{\theta}_2, \ldots, \overset{o}{\theta}_p$ на основі цих функцій дає можливість проводити моделювання в широкому класі авторегресійних моделей:

$p = \alpha = \beta = 1$ – звичайна авторегресія першого порядку;

$p > 1$, $\alpha = \beta = 1$ – авторегресія ковзного середнього p-го порядку;

$p > 2$, $\alpha = \beta = 1, 2, \ldots, l_{max}$ – авторегресія p-го порядку з симетричними ваговими функціями (в тому числі, близькими до функцій щільності "усіченого" нормального розподілу);

$p > 1$, $\alpha = 1$, $\beta = 2, 3, ..., l_{max}$ – авторегресія p-го порядку з асиметричними ваговими функціями (в тому числі, близькими до функцій щільності "усіченого" експонентного розподілу);

$p > 1$, $\alpha, \beta = 1, 2, ...$, $\alpha < \beta$ – авторегресія p-го порядку з асиметричними ваговими функціями, в тому числі, близькими до функцій щільності "усіченого" логарифмічного нормального розподілу.

Нехай для спостережень вихідних змінних об’єкта виконується

$$x_i = \overset{*}{x}_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, ..., n, \tag{4}$$

де x_i – спостережуване значення змінної в момент часу $t = t_i$, $\overset{*}{x}_i$ – неспостережуване значення; ε_i – випадкова неспостережувана помилка вимірювання. За результатами спостережень (4) необхідно визначити оптимальні значення параметрів α, β в (2) – (3) та оцінити коефіцієнти $\overset{o}{\theta}_1, \overset{o}{\theta}_2, ..., \overset{o}{\theta}_p$ в (1).

Часові ряди TLE-елементів [7] представлені сімома основними і трьома додатковими змінними (див. табл. 1).

Табл. 1 – Список змінних в TLE-даних

Позначення змінної	Назва змінної	Одиниця виміру
x_1	Апоцентр	км
x_2	Перицентр	км
x_3	Ексцентриситет	безрозмірна
x_4	Нахил	град
x_5	Довгота висхідного вузла	град
x_6	Аргумент перицентру	град
x_7	Середня аномалія	град
x_8	Сумарна кількість обертів	число обертів
x_9, t_{nak}	Накопичений час	год
x_{10}, τ_i	Часовий інтервал між поточним і попереднім спостереженням	год

Особливістю часових рядів TLE-елементів [13] є їх представлення не на рівномірній сітці за часом, а на сітці з нерегулярними інтервалами – "нерівновіддаленими спостереженнями". Цю особливість використано при модифікації процедури оцінювання параметрів при побудові авторегресійних моделей руху космічних об’єктів – розроблена ітераційна процедура параметричної ідентифікації авторегресійних моделей з нерівновіддаленими спостереженнями, ефективність якої підтверджена методом статистичних випробувань [14].

Побудова авторегресійних моделей руху космічних об’єктів на основі часових рядів їх TLE-елементів, отриманих в умовах нерівновіддалених спостережень, проводиться на основі результатів [8] – [9], [14] – [15] для шести основних змінних, оскільки змінна x_4 (нахил) має постійне значення. Змінні

x_8, x_9 потрібні для побудови допоміжних рисунків, а змінна x_{10} – для розрахунку показників ступеня, до якого зводяться компоненти коефіцієнтів в ітераційній процедурі параметричної ідентифікації в умовах нерівновіддалених спостережень [14] – [15].

Відповідно до розробленого методу структурно-параметричної ідентифікації в [14] – [15], співвідношення вагових коефіцієнтів при авторегрессорах в бета-авторегресійній моделі задані спеціальною ваговою функцією (2) – (3), що визначається на основі двопараметричної функції щільності ймовірності бета-розподілу [11], у якій параметр α фіксований: $\alpha = 1$, а параметр β може приймати цілі значення $\beta = 1, 2, ..., \beta_{max}$, де β_{max} – задане значення. Чим більше значення параметра β, тим більше перевищення вагового коефіцієнта при першому попередньому значенні змінної над коефіцієнтами при більш ранніх попередніх значеннях. Графіки вагових функцій для $\beta = 1, 3, ..., 25$ при порядку авторегресії $p = 7$ наведені на рис. 1 (вагові функції представлені значеннями функцій щільності ймовірності $f(u)$ для випадкової величини u, яка має бета-розподіл [11]).

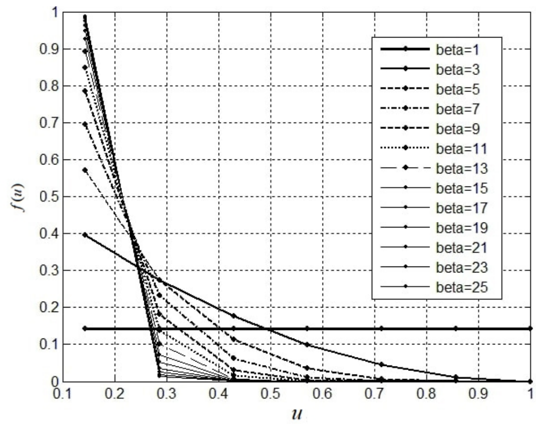


Рис. 1 – Вагові функції в бета-авторегресійних моделях (порядок авторегресії $p = 7$, параметр $\alpha = 1$)

Якщо $\beta = 1$, то вагові коефіцієнти при авторегрессорах однакові: $a_j = 1/7$, $j = 1, 2, ..., 7$. Зі збільшенням β ваговий коефіцієнт при першому попередньому значенні стає переважаючим. Так, якщо $\beta = 13$, то вага першого "запізнювання" в моделі дорівнює приблизно 0,90, а сума ваг всіх інших запізнювань (їх число дорівнює $p - 1 = 6$) становить приблизно 0,10. Якщо $\beta = 25$, то вага першого запізнювання дорівнює приблизно 0,99, а сума ваг всіх інших запізнень складає приблизно 0,01.

Найкраща структура моделі (найкраще співвідношення між коефіцієнтами при попередніх значеннях) відповідає такому значенню параметра β, при якому досягається найменша середньоквадратична помилка моделі серед усіх $\beta = 1, 2, ..., \beta_{max}$.

Розбиття всього періоду спостереження на інтервали, відповідні циклам зміни основних змінних x_5, x_6 и x_7, і рішення задач структурно-параметричної ідентифікації, дозволяють досліджувати зміну структури, коефіцієнтів і середньоквадратичної помилки найкращої моделі для основних змінних в залежності від номера інтервалу. Аналіз графіків цих характеристик дозволяє встановити особливості і загальні закономірності їх поведінки для різних об’єктів за весь період спостереження.

Авторегресійні моделі руху космічних об’єктів. Розроблена система моделювання застосована для опису руху групи космічних апаратів і відпрацьованих ступенів ракет-носіїв. Для всіх об’єктів кожен з циклів по змінній x_5 і кожен з циклів по змінним x_6, x_7 (і відповідні їм часові ряди по x_1, x_2, x_3) додатково розбиті на декілька інтервалів так, що в середньому довжина нових інтервалів складає близько 100 значень.

Загалом, для двох космічних апаратів (KA_SICH2 37794 и POLYITAN-2-SAU #42732 NanoUkr) і двох відпрацьованих ступенів (ARIANE_44LP_RB #23538 и MINOTAUR_RB #26066) побудовано $n_m = 1553$ авторегресійних моделей. На рис. 2 – рис. 5 представлені залежності значення середньоквадратичної помилки (СКП) побудованих авторегресійних моделей для шістьох основних змінних.

Структура побудованих моделей має вигляд

$$\hat{x}_i = a_1 x_{i-1} + a_2 x_{i-2} + \ldots + a_p x_{i-p}\,, \tag{5}$$

де a_j, $j = 1, 2, \ldots, p$ – оцінки коефіцієнтів авторегресії, які отримані за вибіркою спостережень; p – порядок авторегресії.

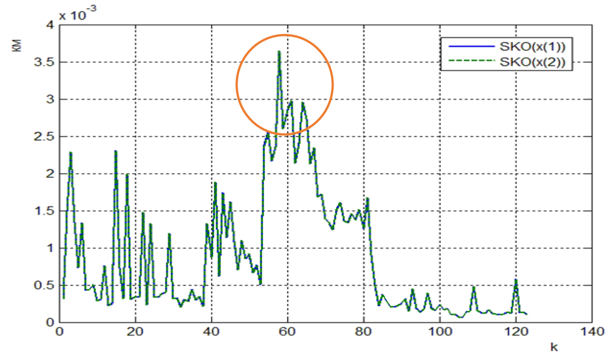
Узагальнені результати візуального аналізу рис. 2 – рис. 5 відображені в табл. 2, де вказані діапазони зміни середньоквадратичної помилки побудованих моделей, відповідні до «нормального режиму» руху об’єктів.

У таблиці 3 наведені аналогічні результати, отримані в роботі [14].

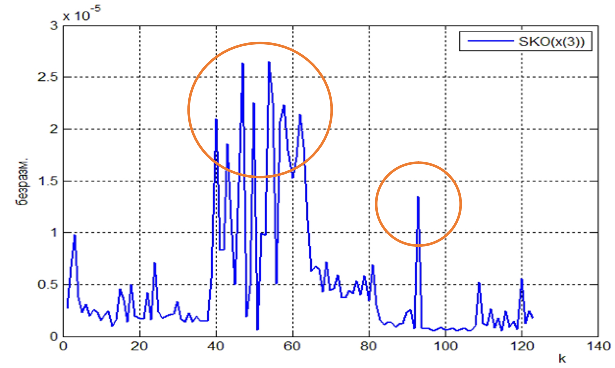
Порівняння табл. 2 і табл. 3 свідчить про те, що підвищення точності моделей досягнуто по всім змінним KA SICH2, ступені ARIANE 44LP RB і по більшості змінних (крім x_5) KA POLYITAN-2-SAU. Щодо ступеня MINOTAUR RB підвищення точності досягнуто тільки по одній змінній (x_5).

На окремих інтервалах часових рядів TLE-елементів деякі значення середньоквадратичних помилок моделей істотно перевищують значення з наведених діапазонів (на рисунках їх позначено овальними значками). Детальний візуальний аналіз таких інтервалів показує, що вони містять різкі зміни в поведінці основних характеристик, які є невластивими звичайному руху об’єктів. Ці перевищення доцільно використовувати як ознаки непередбачених змін руху космічних об’єктів.

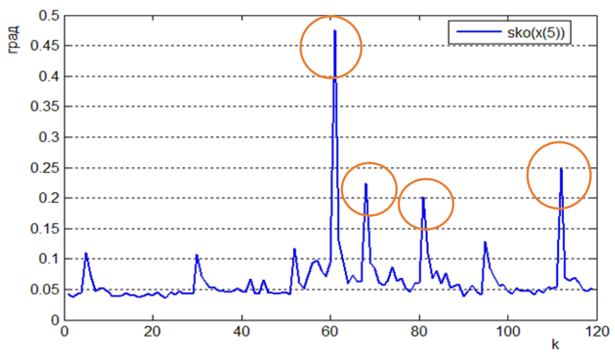
Поведінка помилок моделей для змінної x_5 (довгота висхідного вузла) на рис. 3 – рис. 5 має коливальний характер, що свідчить про можливість поліпшення відповідних моделей. Підвищення точності моделей планується досягти шляхом переходу від побудови окремих авторегресійних моделей для окремих змінних до моделювання в класі систем авторегресійних моделей, у яких кожна зі змінних буде залежати не тільки від своїх попередніх значень, але й попередніх значень інших змінних.



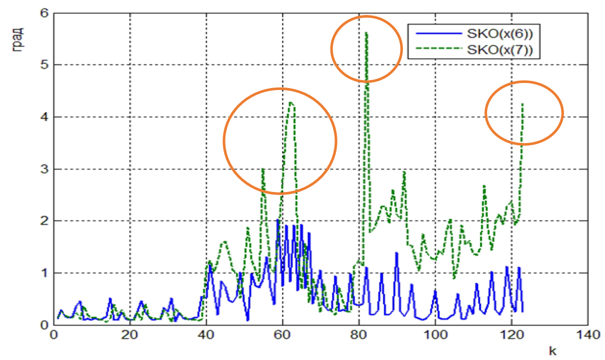
а)



б)



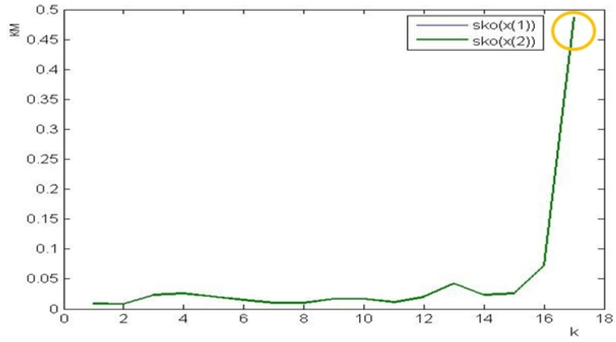
в)



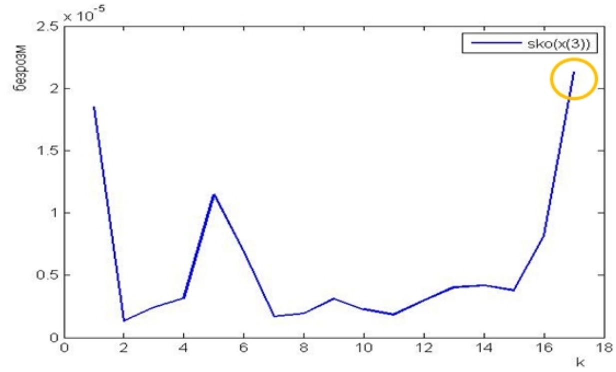
г)

а) – апоцентр (SKO(x_1) та перицентр (SKO(x_2)); б) – ексцентриситет (SKO(x_3)); в) – довгота висхідного вузла (SKO(x_5)); г) – аргумент перицентру (SKO(x_6)) та середня аномалія (SKO(x_7))

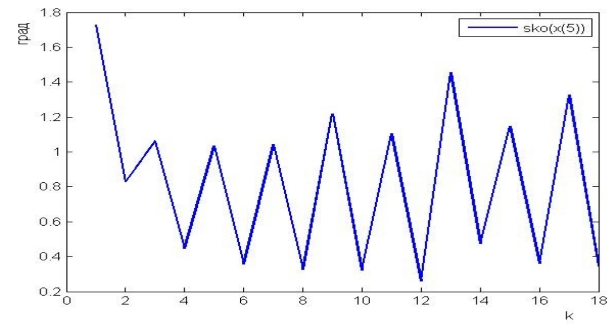
Рис. 2 – СКП моделей для КА SICH2 #37794



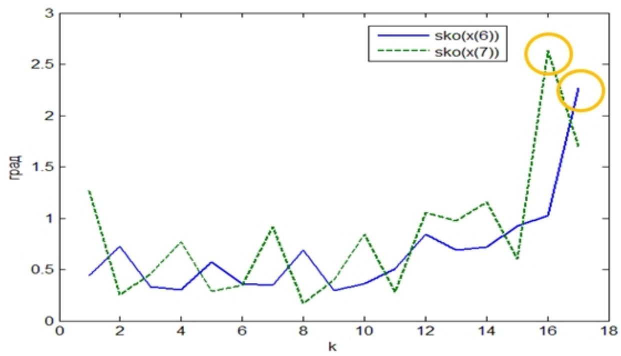
а)



б)



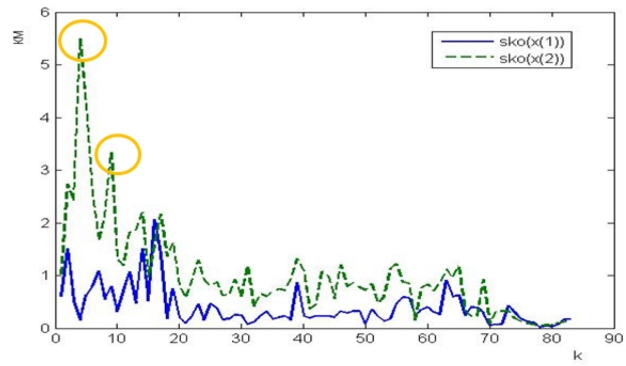
в)



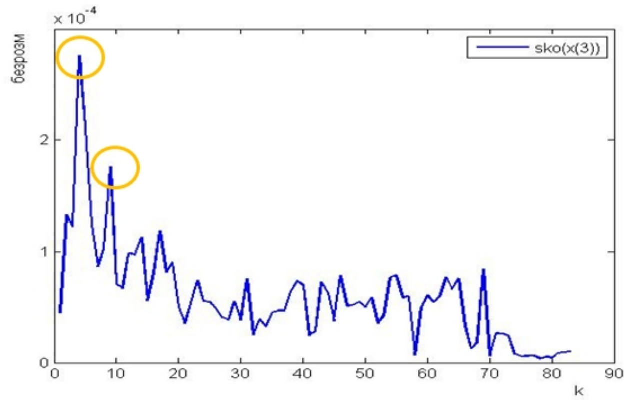
г)

а) – апоцентр (SKO(x_1) та перицентр (SKO(x_2)); б) – ексцентриситет (SKO(x_3)); в) – довгота висхідного вузла (SKO(x_5)); г) – аргумент перицентру (SKO(x_6)) та середня аномалія (SKO(x_7))

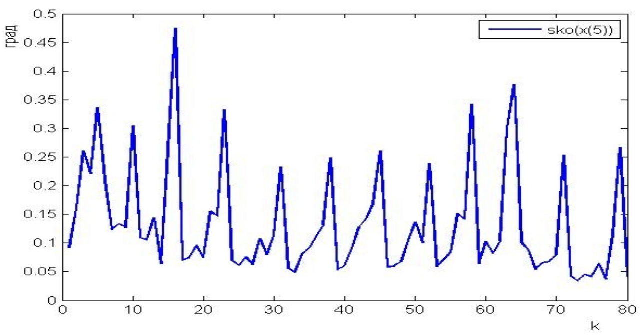
Рис. 3 – СКП моделей для КА POLYITAN-2-SAU #42732 NanoUkr



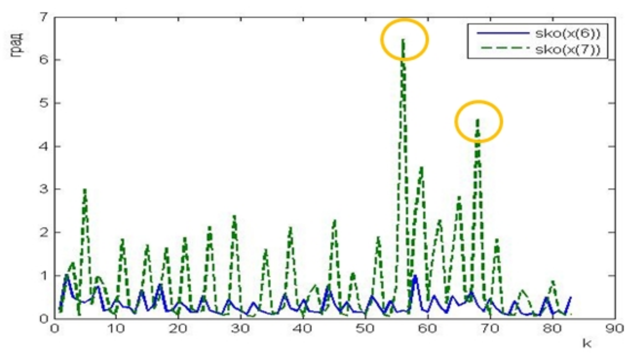
а)



б)



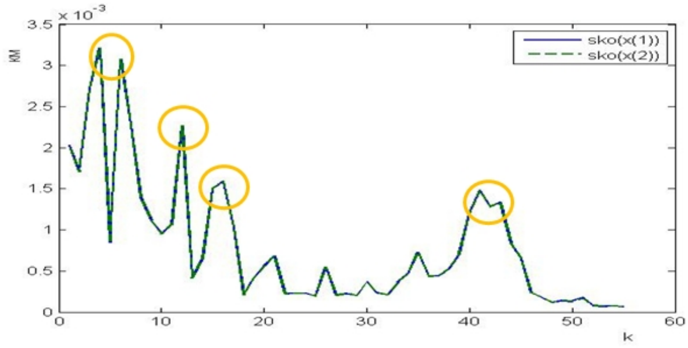
в)



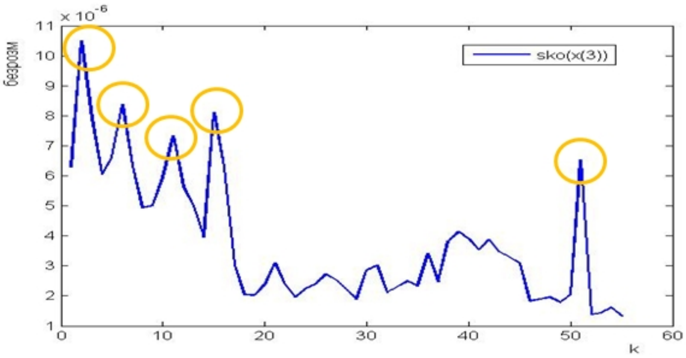
г)

а) – апоцентр (SKO(x_1) та перицентр (SKO(x_2)); б) – ексцентриситет (SKO(x_3)); в) – довгота висхідного вузла (SKO(x_5)); г) – аргумент перицентру (SKO(x_6)) та середня аномалія (SKO(x_7))

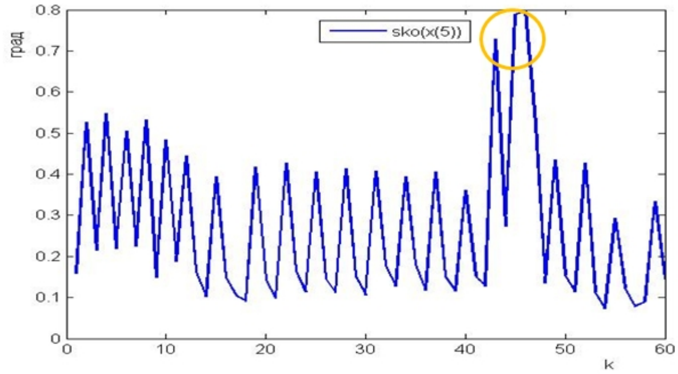
Рис. 4 – СКП моделей для ступеня ARIANE_44LP_RB #23538



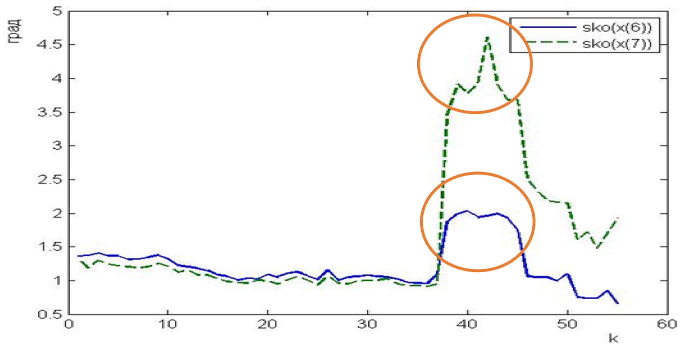
а)



б)



в)



г)

а) – апоцентр (SKO(x_1) та перицентр (SKO(x_2)); б) – ексцентриситет (SKO(x_3)); в) – довгота висхідного вузла (SKO(x_5)); г) – аргумент перицентру (SKO(x_6)) та середня аномалія (SKO(x_7))

Рис. 5 – СКП моделей для ступеня MINOTAUR_RB #26066

Табл. 2 – Середньоквадратичні помилки авторегресійних моделей для космічних апаратів і відпрацьованих ступенів

Назва	Діапазони зміни середньоквадратичної помилки моделей					
	x_1, м	x_2, м	x_3, безрозм.	x_5, град	x_6, град	x_7, град
КА СИЧ-2	0,3 –0,5	0,3 – 0,5	$(0,3 – 0,5)\cdot10^{-5}$	0,04 – 0,08	0,02 – 1,0	0,02–1,5
КА POLYITAN-2-SAU	10 –50	10 –50	$(0,3 – 0,5)\cdot10^{-5}$	0,4 – 1,2	0,3 – 1,0	0,3 –1,0
ARIANE 44LP RB	200 –1000	400 – 1300	$(2 – 10)\cdot10^{-5}$	0,1 – 0,25	0,2 – 0,7	0,3 – 2,0
MINOTAUR RB	0,3 – 1,0	0,3 – 1,0	$(2 – 4)\cdot10^{-5}$	0,1 – 0,4	1,0 – 1,5	1,0 – 1,5

Табл. 3 – Середньоквадратичні помилки моделей для космічних апаратів і відпрацьованих ступенів (за матеріалами роботи [9])

Назва	Діапазони зміни середньоквадратичної помилки моделей					
	x_1, м	x_2, м	x_3, безрозм.	x_5, град	x_6, град	x_7, град
КА SICH2	3 – 10	3 – 10	$(0,5 – 0,8)\cdot10^{-5}$	0,1 – 0,3	0,5 – 1,0	0,5 – 1,5
КА POLYITAN-2-SAU	20 – 70	20 – 70	$(0,3 – 0,7)\cdot10^{-5}$	0,4 – 1,2	0,8 – 1,0	0,9 – 1,4
ARIANE 44LP RB	400 – 1000	400 – 1600	$(5 – 10)\cdot10^{-5}$	0,3 – 0,45	0,5 – 1,2	1,5 – 3,0
MINOTAUR RB	0,3 – 1,0	0,3 – 1,0	$(2 – 4)\cdot10^{-5}$	0,3 – 0,5	1,0 – 1,5	1,0 – 1,5

Висновок. На основі результатів, отриманих в процесі моделювання руху двох груп космічних об’єктів, представлених часовими рядами TLE-елементів, розроблена система моделювання, яка дозволяє вирішувати наступні задачі:

а) визначення оптимального обсягу вибірок і інтервалів навчання при моделюванні часових рядів TLE-елементів;

б) виявлення порядку авторегресії і відшукання оптимальної структури моделі для кожного елемента-змінної;

в) ідентифікація параметрів моделі авторегресії в умовах нерівновіддалених спостережень для кожного елемента-змінної;

г) встановлення особливостей поведінки середньоквадратичної помилки авторегресійних моделей в часі на основі розбиття вихідних часових рядів TLE-елементів на послідовні інтервали навчання;

д) отримання прогнозних оцінок значень елементів-змінних в наступні моменти часу.

Розроблений статистичний метод моделювання руху космічних об’єктів може бути рекомендований для опису і прогнозування руху космічних апаратів і відпрацьованих ступенів ракет-носіїв, представлених часовими рядами

TLE-елементів (які оперативно оновлюються і знаходяться у відкритому доступі).

Застосування розробленого статистичного методу підвищить точність математичних моделей спостережуваного руху космічних об'єктів в задачах визначення часу їх відведення, прогнозування зіткнення супутників, каталогізації космічного сміття.

1. *Pérez I., San-Juan J. F., San-Martin M., López-Ochoa L. M.* Application of Computational Intelligence in Order to Develop Hybrid Orbit Propagation Methods. Mathematical Problems in Engineering. 2013. V.2013. Article ID 631628. 11 pages. URL: https://doi.org/10.1155/2013/631628 (Last accessed: 20.03.2020).
2. *Shou H. N.* Orbit Propagation and Determination of Low Earth Orbit Satellites. International Journal of Antennas and Propagation. 2014. Article ID 903026. 12 pages. URL: https://doi.org/10.1155/2014/903026 (Last accessed: 22.03.2020).
3. *Sharma S., Cutler J.* Robust Orbit Determination and Classification: A Learning Theoretic Approach. IPN Progress Report . 2015. V. 42-203, November 15. URL: https://ipnpr.jpl.nasa.gov/progress_report/42-203/203D.pdf (Last accessed: 25.03.2020).
4. *Vallado D., Crawford P.* SGP4 orbit determination. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit Proccedings. 2008. URL: https://doi.org/10.2514/6.2008-6770 (Last accessed: 30.03.2020).
5. *Jochim E., Gill E., Montenbruck O., Kirschner M.* GPS based onboard and onground orbit operations for small satellites. Acta Astronautica. 1996. V. 39. P. 917–922. https://doi.org/10.1016/S0094-5765(97)00077-5
6. *Lee B.* Norad tle conversion from osculating orbital element. Journal of Astronomy and Space Sciences. 2002. V. 19, №4. P. 395–402. https://doi.org/10.5140/JASS.2002.19.4.395
7. *Сарычев А. П.* Идентификация параметров систем авторегрессионных уравнений при известных ковариационных матрицах. Международный научно-технический журнал "Проблемы управления и информатики". 2012. № 3. С. 14–30. https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v44.i5.20
8. *Сарычев А. П.* Линейная авторегрессия на основе метода группового учёта аргументов в условиях квазиповторных наблюдений. Искусственный интеллект. 2015. № 3–4. С. 105–123.
9. *Сарычев А. П.* Моделирование в классе систем авторегрессионных уравнений в условиях структурной неопределенности. Международный научно-технический журнал "Проблемы управления и информатики". 2015. № 4. С. 79–103. https://doi.org/10.1615/JAutomatInfScien.v47.i7.60
10. *Сарычев Александр* Моделирование сложных систем в условиях структурной неопределённости: регрессионные и авторегрессионные модели. LAP LAMBERT Academic Publishing RU. Saarbrücken. Deutschland. 2016. 274 с.
11. *Королюк В. С., Портенко Н. И. Скороход А. В., Турбин А. Ф.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике. Наука. 1985. 640 с.
12. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров: пер. с англ. Наука, 1977. 831 с.
13. FSCC TLE Source. URL: https://www.space-track.org/#Landing (Last accessed: 03.12.2020).
14. *Sarychev O. P., Perviy B. A.* Optimal regressors search subjected to vector autoregression of unevenly spaced TLE series. Системні технології. 2019. Випуск 2. С. 95–110.
15. *Sarychev O. P., Perviy B. A.* Autoregression models of space objects movement represented by TLE elements. Системні технології. 2020. Випуск 2. С. 103–116. https://doi.org/10.34185/1562-9945-2-127-2020-08

Отримано 11.03.2021
в остаточному варіанті 31.03.2021