УДК 533.6.011:533.21 https://doi.org/10.15407/itm2020.04.072

В. П. ГАЛИНСЬКИЙ

РОЗРАХУНОК ВЗАЄМОДІЇ НАДЗВУКОВОГО СТРУМЕНЯ З ПЛОСКОЮ ПЕРЕШКОДОЮ, ВІДХИЛЕНОЮ ВІДНОСНО ОСІ СТРУМЕНЯ

Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: itm12@ukr.net

У роботі наводяться результати чисельного розв'язання модельної задачі взаємодії плоского надзвукового струменя з плоскою напівнескінченною пластиною, яка може відхилятися щодо осі струменя. Робота присвячена вивченню змін параметрів потоку в полі течії струменя і розподілу тиску на поверхні пластини в залежності від її відхилення. Метою роботи є з'ясування залежності параметрів потоку в полі течії струменя і розподілу тиску на поверхні плоскої пластини від кута відхилення пластини і положення її передньої кромки. Для отримання чисельних результатів використані алгоритми маршового розрахунку в наближеннях нев'язкого газу і «в'язкого шару». При вибраних значеннях параметрів надзвукового нерозрахункового струменя проведені розрахунки для кутів відхилення пластини, що змінюються в діапазоні від 0 до 20º. Положення передньої кромки пластини задається двома координатами: поздовжньою і поперечною, при цьому в параметричних розрахунках поздовжня координата фіксується, а поперечна змінюється. Поперечний переріз, в якому неоднорідне поле струменя починає взаємодіяти з пластиною, визначається в залежності як від положення передньої кромки пластини, так і її відхилення. В результаті проведених досліджень щодо впливу кута відхилення пластини і положення передньої кромки пластини з'ясовано: частоти коливань параметрів потоку в полі течії струменя і на поверхні пластини зменшуються, а їх амплітуди зростають зі збільшенням кута відхилення пластини; становище точки на поверхні пластини, в якій реалізується максимум тиску, залежить від початкового положення передньої кромки пластини і може не збігатися з перетином початку взаємодії струменя з пластиною. Отримані результати можуть бути використані для якісної оцінки впливу різних параметрів в полі течії в струмені.

Ключові слова: *надзвуковий струмінь, плоска пластина, взаємодія, нев'язкий газ, наближення в'язкого шару, маршовий алгоритм, чисельні розрахунки, розподіли тиску, параметри потоку.*

This paper presents results of a numerical solution of the model problem of the interaction of a plane supersonic jet with a semiinfinite flat plate inclinable off the jet axis. The paper is devoted to the study of the flow parameters in the jet flow field and the pressure distribution over the plate surface as a function of the plate inclination. The aim of the paper is to obtain the flow parameters in the jet flow field and the pressure distribution over the plate surface as a function of the plate inclination angle and front edge position. To obtain numerical results, marching algorithms in the inviscid gas and viscous layer approximation were used. At specified values of the supersonic underexpanded/overexpanded jet parameters, calculations were conducted in the plate inclination angle range of 0 to 20º. The position of the plate front edge was specified by two coordinates: a longitudinal and a transversal one, and in the parametric calculations the transversal coordinate was varied at a fixed longitudinal one. The cross-section at which the nonuniform jet field starts to interact with the plate was determined as a function of both the plate front edge position and the plate inclination. The numerical study showed the following: with increasing plate inclination angle, the oscillation frequencies of the flow parameters in the jet flow field and on the plate surface decrease, while their oscillation amplitudes increase, and the position of the maximum pressure point on the plate surface depends on the initial position of the plate front edge and may not coincide with the cross-section at which the jet–plate interaction starts. The results obtained may be used in qualitative estimation of the effect of different parameters in the jet flow field.

Keywords: *supersonic jet, flat plate, interaction, inviscid gas, viscous layer approximation, marching algorithm, numerical calculations, pressure distributions, flow parameters.*

У теоретичних і експериментальних дослідженнях взаємодії надзвукових струменів з перешкодами, як правило, розглядається задача лобового зіткнення струменя з перешкодою, розташованою перпендикулярно вісі струменя [1] – [4]. У центрі області взаємодії надзвукового струменя перед перешкодою формується прямий стрибок ущільнення, за яким потік гальмується до дозвукової швидкості. Цей загальмований дозвуковий потік розтікається у віяловому струмені уздовж поверхні перешкоди і стає надзвуковим. Чисельне розв'язання такої задачі здійснюється методом установлення за часом з використанням різних математичних моделей [2] – [4] і є досить трудомістким процесом.

Дослідженню бічної взаємодії надзвукових струменів з перешкодами приділено набагато менше уваги [5] – [8], хоча питання бічної взаємодії високотемпературних струменів ракетних двигунів зі стінками газоходу випробувального стенду є актуальним нині. У роботі [9] використано метод установлення для вирішення задачі взаємодії високотемпературних струменів ракетного двигуна із стінками газоходу випробувального стенду, що реально існує. Розв'язання такої задачі вимагає значних ресурсів комп'ютера (використана розрахункова сітка, що містить більше 10 мільйонів комірок) і часових витрат. Такий підхід може бути використано для одиничних розрахунків, тоді як проведення параметричних досліджень по вибору конструктивних параметрів стенду з використанням цього підходу досить проблематично. Для розрахунку течій в надзвукових струменях бажано максимально використовувати маршеві методи розрахунку і тільки тоді, коли це неможливо, переходити до використання методів установлення.

Одні з перших результатів розв'язання задачі про бічну взаємодію нерозрахункового надзвукового струменя ідеального газу з невідхиленою площиною на початковій ділянці струменя отримано в [5], [6]. Оскільки течія уздовж осі струменя, що взаємодіє із стінкою, залишалася надзвуковою, то розрахунки здійснювалися маршовим методом за схемою Годунова з використанням нестандартних прийомів побудови розрахункових сіток і організації розрахунків.

Метою цієї роботи є питання бічної взаємодії плоского надзвукового струменя з плоскою пластиною, яка відхилена від осі струменя, що набігає. Робота присвячена вивченню змін параметрів потоку у полі течії струменя і розподілу тиску на поверхні пластини, що обумовлені взаємодією струменя з відхиленою пластиною. Для отримання чисельних результатів використано алгоритми маршового розрахунку в наближеннях нев'язкого газу [5] і «в'язкого шару» [10].

Постановка задачі. Вирішується задача взаємодії надзвукового струменя, що витікає з плоского сопла, з твердою непроникною відхиленою пластиною (стінкою). Схема взаємодії струменя з відхиленою стінкою, що розташована знизу, показана на рис. 1. Для формулювання математичної задачі вводиться декартова система координат xOy з віссю Ox, спрямованою вздовж осі струменя, і віссю Oy, спрямованою вгору перпендикулярно до осі струменя.

Координати x і y на нижній і верхній межах струменя зв'язані співвідношеннями: $y = B(x)$ – знизу, $y = S(x)$ – зверху. Уздовж осі Ox

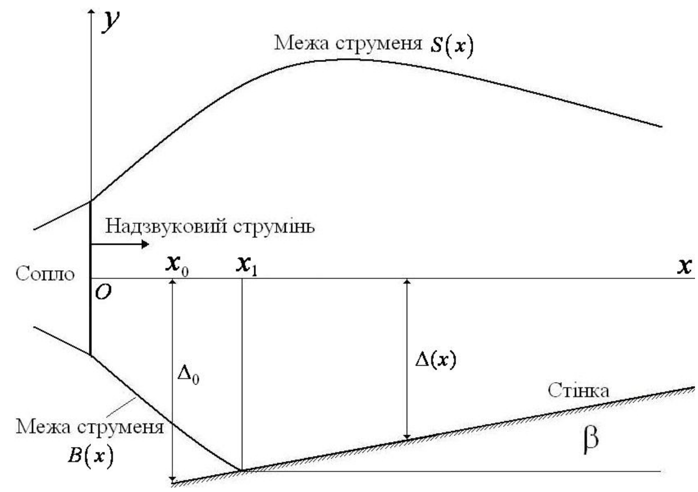

Рис. 1

розв’язується задача маршового розрахунку як течії в струмені, так і взаємодії його з відхиленою стінкою. Вважається, що в деякому перерізі $x = x_0$ на відстані x_0 від площини зрізу сопла розташована плоска напівнескінченна стінка, що відхилена відносно осі Ox на кут , і передній торець якої зміщений по вертикалі на відстань $y = \Delta_0$. Рівняння площини, з якою взаємодіє струмінь, має вигляд

$$y = \Delta(x) = \Delta_0 \pm (x - x_0) \cdot \operatorname{tg} \beta , \tag{1}$$

де $\Delta(x)$ – відстань від осі Ox до стінки в перерізі $x = \text{const}$.

У рівнянні площини (1) знак плюс використовується для стінки знизу при $\Delta_0 < 0$, а мінус для стінки зверху при $\Delta_0 \geq 0$.

До початку взаємодії із стінкою надзвуковий струмінь, що витікає з плоского сопла, симетричний відносно осі Ox і для нижньої $y = B(x)$, і верхньої $y = S(x)$ меж струменя справедливе співвідношення $B(x) = -S(x)$. Струмінь починає взаємодіяти із стінкою, починаючи з деякого перерізу $x = x_1$, в якому перетинаються межа струменя із стінкою, де $x_1 \geq x_0$. При цьому для зміщення $\Delta_0 > 0$ із стінкою перетинається верхня межа струменя $y = S(x)$, а при $\Delta_0 < 0$ – нижня $y = B(x)$.

На початковій ділянці струменя вирішується задача розрахунку течії в надзвуковому струмені в розрахунковій області $B(x) \leq y \leq S(x)$, $x < x_1$. Розподіл параметрів в перерізі $x = 0$ задається в якості початкових умов для задачі маршового розрахунку. На межах розрахункової області $y = B(x)$ і $y = S(x)$ використовується умова на межі струменя, що витікає в затоплений простір або в супутний потік. Розрахункова область змінюється після початку взаємодії струменя із стінкою таким чином: $B(x) \leq y \leq \Delta(x)$ при $\Delta_0 > 0$, або $\Delta(x) \leq y \leq S(x)$ при $\Delta_0 < 0$. На межі розрахункової області, яка співпадає із стінкою $y = \Delta(x)$, задаються умови: непротікання для нев’язкого газу і прилипання для в’язкого газу.

Якщо при розрахунку течії в струмені в наближенні нев’язкого газу можна виділити фізичну межу струменя явним чином і задати на ній граничні умови, то при розрахунку течії в струмені в наближенні "в’язкого шару" не існує фізичної межі струменя, яку можна виділити явно. Задається деяка умовна межа розрахункової області, що містить ядро струменя і область змішення з газом навколишнього простору, на якій виконується асимптотична гранична умова – рівність параметрам газу в довкіллі.

Математична модель і алгоритм рішення. Система рівнянь, що описують течію в плоскому струмені, в наближенні "в’язкого шару" має вигляд [10]

$$\frac{\partial^{\circ} u}{\partial x} + \frac{\partial^{\circ} v}{\partial y} = 0 , \tag{2}$$

$$°u\frac{\partial u}{\partial x}+°v\frac{\partial u}{\partial y}=-¡\,\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left(«\frac{\partial u}{\partial y}\right), \tag{3}$$

$$°u\frac{\partial v}{\partial x}+°v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}, \tag{4}$$

$$°u\frac{\partial H_0}{\partial x}+°v\frac{\partial °H_0}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{«}{\mathrm{Pr}}\frac{\partial H_0}{\partial y}\right), \tag{5}$$

де $°$ – густина, u, v – подовжня і поперечна складові вектору швидкості, p – тиск, $H_0=h+\left(u^2+v^2\right)/2$ – повна ентальпія, $h(T)$ – статична ентальпія, T – температура, $«$ – ефективний коефіцієнт динамічної в’язкості газу, Pr – число Прандтля, $¡$ – коефіцієнт регуляризації з вираженням, узятим з [12].

Система (2) – (5) доповнюється термічним рівнянням стану газу

$$p=°T\,R_0/m, \tag{6}$$

де R_0 – універсальна газова стала, m – молярна маса газу.

Маємо дві системи диференціальних рівнянь – рівняння першого порядку (2), (4) і рівняння другого порядку (3), (5), маршове розв’язання яких реалізується по-різному, відповідно до алгоритму розрахунку, що детально описаний в [10], [11]. Спочатку розв’язується система рівнянь другого порядку параболічного типу при заданих значеннях параметрів p і v, а потім розв’язується система рівнянь першого порядку гіперболічного типу при вичислених значеннях параметрів u і H_0. Густина $°$ знаходиться з рівняння стану (6) для вичислених значень p, u, v і H_0. У разі течії ідеального газу справедливе співвідношення $H_0=\frac{¥}{(¥-1)}\frac{p}{°}+\frac{u^2+v^2}{2}$, звідки знаходиться $°$, тут $¥$ – показник адіабати газу.

Вводиться заміна змінних $¦=\frac{y-B(x)}{S(x)-B(x)}$, що дозволяє нормувати розрахункову область $0\le ¦\le 1$ з фіксованими межами $¦=0$ для $y=B(x)$ і $¦=1$ для $y=S(x)$. Рівняння другого порядку (3), (5) для нормованої координати записуються у вигляді

$$a\frac{\partial f^k}{\partial x}+b\frac{\partial f^k}{\partial ¦}=\frac{1}{(S-B)}\frac{\partial}{\partial ¦}\left(\sim^k\frac{\partial f^k}{\partial ¦}\right)+¢^k(S-B),\ k=1{,}2, \tag{7}$$

де $f^k=(u,H_0)$, $a=(S-B)\cdot °u$, $b=°\cdot V_n$, $V_n=v-\left[B'_x+¦\left(S'_x-B'_x\right)\right]\cdot u$, $\sim^1=«$, $\sim^2=«/\mathrm{Pr}$, $¢^1=-\left[\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{B'_x+¦\left(S'_x-B'_x\right)}{(S-B)}\frac{\partial p}{\partial ¦}\right]$, $¢^2=0$.

Рівняння першого порядку (2), (4) записуються у вигляді [11]

$$\frac{\partial (S-B)u\cdot p/f}{\partial x}+\frac{\partial \text{°} v}{\partial \text{¦}}=\frac{\partial \left[B'_x+\text{¦}\left(S'_x-B'_x\right)\right]\text{°} u}{\partial \text{¦}}\,, \tag{8}$$

$$\left(S-B\right)\text{°} u\frac{\partial v}{\partial x}+\text{°} V_n\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial \text{¦}}\,, \tag{9}$$

де $p=\text{°}\cdot f$, $f=\dfrac{R_0}{m}T$ чи $f=\dfrac{\left(\text{¥}-1\right)}{\text{¥}}\cdot h$, $h=\left(H_0-\dfrac{u^2+v^2}{2}\right)$ для ідеального газу.

Оскільки рівняння (8) і (9) розв'язуються відносно невідомих параметрів p і v, тому в першому доданку рівняння (8) замість густини використовується тиск з урахуванням рівняння стану газу.

Чисельна дискретизація. Для чисельного розв'язання системи рівнянь (7) – (9) в полі течії струменя вводиться рівномірна розрахункова сітка $\text{¦}_j=\left(j-1\right)\cdot\Delta\text{¦}$, $j=1,...,N$, $\Delta\text{¦}=1/\left(N-1\right)$, де N – кількість вузлів розрахункової сітки в поперечних перерізах струменя.

Розв'язання системи рівнянь другого порядку (7) здійснюється за ітераційною схемою з центрально-різницевою дискретизацією похідних в поперечному напрямі і використанням трьохточкового скалярного прогону. При взаємодії струменя зі стінкою $x>x_1$ змінюються граничні умови для параметрів потоку у вузлі на межі розрахункової області, що співпадає зі стінкою: $u=0$, $\partial H_0/\partial\text{¦}=0$.

Згідно з [11] система рівнянь першого порядку (8), (9) відносно невідомих значень параметрів v і p у вузлах розрахункової сітки приводиться до вигляду

$$A_j p_{j+1}+B_j p_j+C_j p_{j-1}=D_j\,,\ \ j=2,...,N-1\,. \tag{10}$$

Вирази для коефіцієнтів A_j, B_j, C_j, D_j приведено в [11].

При розв'язанні системи рівнянь (10) на нижній і верхній межах розрахункової області використовуються граничні умови у вигляді

$$b_1 p_1+b_2\left.\frac{\partial p}{\partial\text{¦}}\right|_{j=1}=b_3\,,\quad b_4 p_N+b_5\left.\frac{\partial p}{\partial\text{¦}}\right|_{j=N}=b_6\,. \tag{11}$$

Оскільки на початковій ділянці струменя для $x<x_1$ тиск в навколишніх і граничних вузлах задано $p_1=p_\infty$, $p_N=p_\infty$, тому коефіцієнти граничних умов в (11) будуть дорівнювати

$$b_1=1,\ b_2=0\,,\ b_3=p_\infty\,,\ b_4=1\,,\ b_5=0\,,\ b_6=p_\infty\,. \tag{12}$$

Тут нижній індекс ∞ відноситься до параметрів у довкіллі.

Тиск у внутрішніх вузлах розрахункової сітки обчислюється за рекурентним співвідношенням

$$p_j=L_j p_{j+1}+K_j\,,\quad j=N-1,...,2\,. \tag{13}$$

Коефіцієнти перегонів L_j, K_j обчислюються за формулами

$$L_j = -\frac{A_j}{B_j + C_j L_{j-1}}, \; K_j = \frac{D_j - C_j K_{j-1}}{B_j + C_j L_{j-1}}, \; j = 2,...,N-1. \tag{14}$$

Виходячи з граничних умов (12) і співвідношення (13), отримуємо значення $L_1 = 1$, $K_1 = 0$.

На ділянці струменя $x > x_1$ після початку взаємодії струменя із стінкою використовується гранична умова

$$\begin{aligned} &\partial p/\partial \text{¦} \big|_1 = 0, \quad \Delta_0 < 0, \\ &\partial p/\partial \text{¦} \big|_N = 0, \quad \Delta_0 > 0, \end{aligned} \tag{15}$$

тоді співвідношення (12) для коефіцієнтів граничних умов змінюються на межі розрахункової області, що співпадає зі стінкою

$$\begin{aligned} &b_1 = 0, b_2 = 1, b_3 = 0, \quad \Delta_0 < 0, \\ &b_4 = 0, b_5 = 1, b_6 = 0, \quad \Delta_0 > 0. \end{aligned} \tag{16}$$

З граничних умов (16) і співвідношення (13), отримуємо

$$\begin{aligned} &L_1 = 1, K_1 = 0, \quad \Delta_0 < 0, \\ &b_4 = 0, b_5 = 1, b_6 = 0, \quad \Delta_0 > 0. \end{aligned} \tag{17}$$

Для визначення поперечної швидкості у вузлах розрахункової сітки використовується співвідношення, отримане з різницевої апроксимації рівняння нерозривності [11]

$$v_{j+1} = \frac{1}{a_{j1}}\left(e_{1j} + b_{1j} v_j - c_{1j} p_{j+1} + d_{1j} p_j\right), \; j = 1,...,N-1. \tag{18}$$

Співвідношення для обчислення коефіцієнтів $a_{j1}, b_{j1}, b_{j1}, d_{j1}$ наведено в [11].

Результати чисельних розрахунків. Взаємодія надзвукового струменя з плоскою пластиною розраховувалася при заданих положеннях передньої кромки пластини (x_0, Δ_0) для різних значень кута відхилення пластини .
Представлені нижче результати розрахунків отримані для лінійних параметрів, віднесених до радіусу вихідного перетину сопла, а наведені безрозмірні розподіли тиску віднесені до тиску в навколишньому середовищі.

Спочатку наведемо результати порівняльних розрахунків для нев’язкого газу, отриманих за схемою Годунова, і в наближенні «в’язкого шару». При проведенні розрахунків використовувалися нижче наведені фізичні та геометричні параметри завдання. У навколишньому просторі вважаються заданими тиск $P_\infty = 1$ бар і температура $T_\infty = 293$ К. У струмені на зрізі сопла задаються: число Маха $M_c = 4$, статичний тиск $P_c = 0{,}75$ бар (нерозрахованість струменя $n = P_c / P_\infty = 0{,}75$), статична температура $T_c = 300$ К, діаметр вихідного перетину зрізу сопла $D_c = 2$ м. Положення площини пластини визначалося параметрами: $x_0 = 9$ м, $\Delta_0 = 1{,}3$ м і кутами відхилення пластини, рівними $= 0$, 5 і 10º. Для проведення цього і всіх наступних розрахунків нев’язкої течії в струмені використовувалася розрахункова сітка $N_j = 101$, а розрахунки течії в струмені в наближенні «в’язкого шару» проводилися на розрахунковій сітці $N_j = 301$ з використанням алгебраїчної моделі турбулентності Сафонова А. В. [13].

На рис. 2 порівнюються поля ізоліній поздовжньої швидкості, що отримані в наближенні «в’язкого шару» (верхній розподіл) і нев’язкого газу (нижній розподіл) для кута відхилення $= 10$º пластини, розташованої зверху. У в’язкому газі реалізується прилипання газу на стінці, в результаті чого потік гальмується більш інтенсивно.

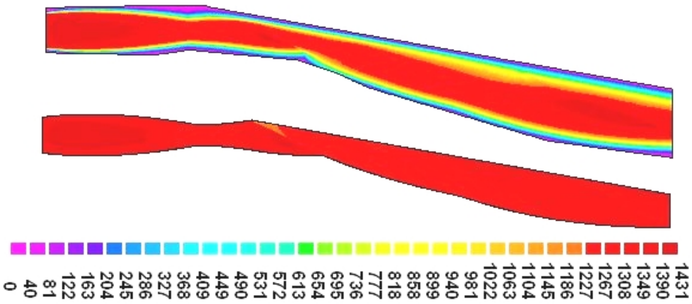

Рис. 2

При розрахунку течії в такому струмені виникає низка методичних запитань. Можливість розрахунку течії в струмені сильно залежить від форми нижньої і верхньої меж розрахункової області. Завдання розрахункової області, що розширюється, з постійним кутом нахилу її меж дозволяє провести розрахунки лише на початковій ділянці струменя. Тому була реалізована можливість побудови змінних меж розрахункової області. Для завдання нижньої і верхньої меж розрахункової області використовуються два набори координат (x_i, y_i), $i = 1,..., N_p$ опорних точок уздовж її нижньої і верхньої межі. Координати цих точок заздалегідь невідомі і підбираються в процесі налагоджувальних розрахунків з використанням результату розрахунку для нев’язкого газу.

На рис. 3 наведено порівняльні розподіли безрозмірного тиску уздовж поверхні відхиленої пластини, що отримані в нев’язкому та в’язкому наближеннях: 1 – наближення «в’язкого шару», 2 – нев’язкий газ.

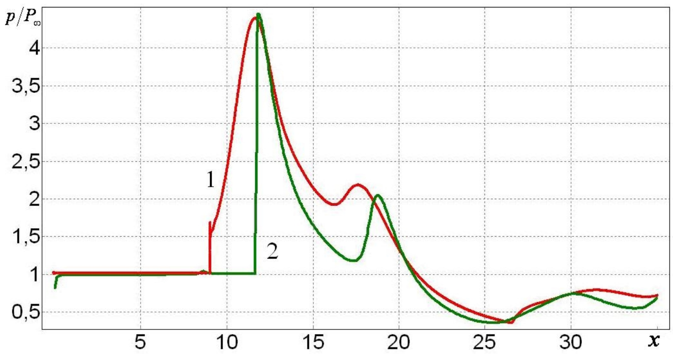

Рис. 3

Очевидно, що розподіли і піки тиску, отримані в обох наближеннях, добре узгоджуються. Якщо для нев'язкого газу пік тиску реалізується у вигляді стрибка в перерізі $x = x_1$ початку взаємодії, то у в'язкому наближенні область початку взаємодії розтягнута, так як спочатку на пластину набігає дозвуковий потік з області змішання, і тільки після цього надзвуковий потік.

Для оцінки силового впливу струменя на пластину будемо використовувати модель нев'язкого газу. На рис. 4 наведено порівняльні розподіли безрозмірного тиску уздовж поверхні відхиленої пластини, що отримані для різних кутів відхилення пластини: 1 – = 5º, 2 – = 10º, 3 – = 15º, 4 – = 20º.

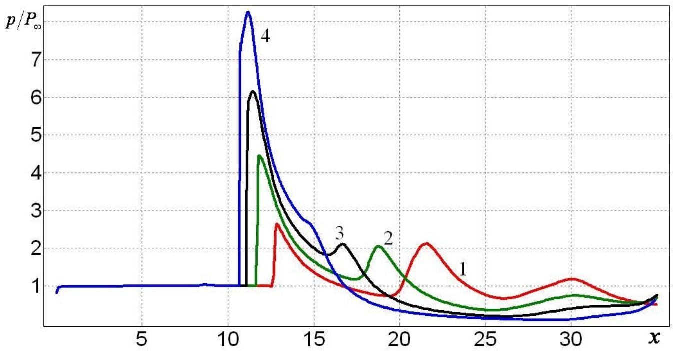

Рис. 4

Пік тиску в перерізі початку взаємодії струменя з пластиною збільшується з ростом кута відхилення. Частоти коливань параметрів потоку в полі течії струменя і на поверхні пластини зменшуються, а їх амплітуди зростають зі збільшенням кута відхилення пластини. Поля ізоліній числа Маха, наведені на рис. 5 для кутів відхилення стінки = 5º (верхній розподіл) і = 20º (нижній розподіл), добре ілюструють зміну хвилеподібної поведінки параметрів в полі струменя.

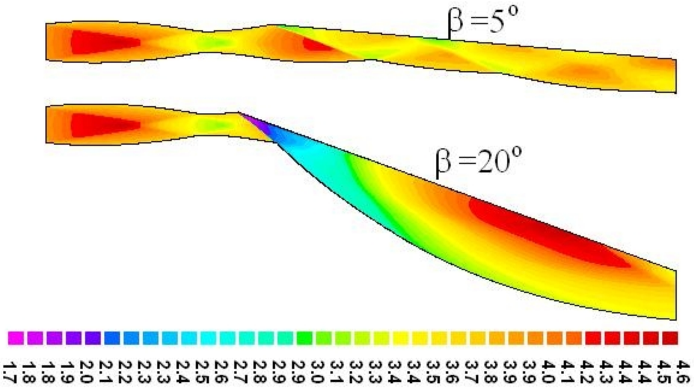

Рис. 5

Слід зазначити, що характер розподілу параметрів потоку в струмені визначається не тільки кутом відхилення стінки, але початковим розташуванням стінки щодо струменя, що задається параметрами x_0 і Δ_0. Для розподілу тиску на поверхні пластини, наведеного на рис. 6, максимальний рівень тиску реалізується не в першому піку, а в другому.

Для вище заданих параметрів струменя були проведені розрахунки при різних положеннях торця пластини $\Delta_0 = –2{,}5$ м; –3,5 м; –4,5 м; –5,5 м, $x_0 = 0$ з нерозрахованістю струменя $n = 2$ і кутом відхилення пластини $= 10^{\circ}$. На рис. 6 наведені розподіли тиску на поверхні пластини, що отримані для різних значень Δ_0: лінія 1 – $\Delta_0 = –2{,}5$ м; лінія 2 – $\Delta_0 = –3;5$ м; лінія 3 – $\Delta_0 = –4;5$ м; лінія 4 – $\Delta_0 = –5{,}5$ м. Максимальний тиск реалізується не в першому, а в другому піку розподілу тиску при початкових положеннях торця пластини $\Delta_0 = –4{,}5$ м і $\Delta_0 = –5{,}5$ м. Можливість прояви такого ефекту слід враховувати при визначенні навантажень, що діють на плоску стінку.

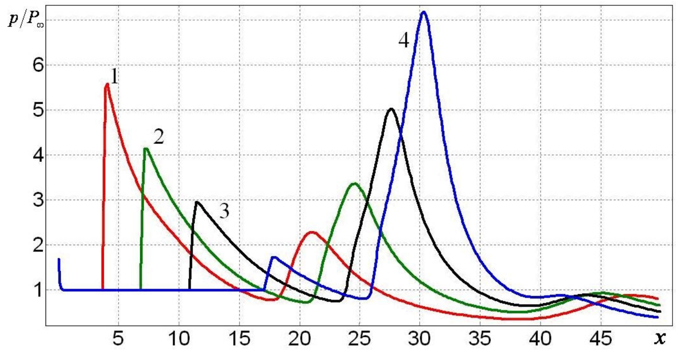

Рис. 6

Висновки. В результаті розв’язання задачі взаємодії плоского надзвукового струменя з відхиленою плоскою пластиною показано, що:

– розподіли тиску в полі течії струменю і на поверхні пластини, що отримані в наближенні нев’язкого газу і «в’язкого шару», добре узгоджуються;

– частоти коливань параметрів потоку в полі течії струменя і на поверхні пластини зменшуються, а їх амплітуди зростають зі збільшенням кута відхилення пластини;
– положення точки на поверхні пластини, в якій реалізується максимум тиску, залежить від початкового положення передньої кромки пластини і може не збігатися з перетином початку взаємодії струменя з пластиною.

1. *Горшков Г. Ф., Усков В. Н.* Особенности автоколебаний, возникающих при обтекании ограниченной преграды сверхзвуковой недорасширенной струей. Прикл. матем. и техн. физ. 1999. Т. 40, № 4. С. 143–149. https://doi.org/10.1007/BF02468443
2. *Дубинская Н. В., Иванов М. Я.* К расчету взаимодействия сверхзвуковой струи идеального газа с плоской преградой, перпендикулярной ее оси. Уч. зап. ЦАГИ. 1975. Т. 6, № 5. С. 38–44.
3. *Молесон Г. В.* Численное исследование растекания струи при ее нормальном падении. Тр. ЦАГИ. 1988. Вып. 2411. С. 30–41.
4. *Адрианов А. Л., Безруков А. А., Гапоненко Ю. А.* Численное исследование взаимодействия сверхзвуковой струи газа с плоской преградой. Прикл. матем. и техн. физ. 2000. Т. 41, № 4. С. 106–111. https://doi.org/10.1007/BF02466865
5. *Иванов М. Я., Назаров В. П.* Численное решение задачи о «боковом» взаимодействии нерасчетных сверхзвуковых струй идеального газа с плоскостью и друг с другом. Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 1974. Т. 14, № 1. С. 181–187. https://doi.org/10.1016/0041-5553(74)90146-3
6. *Иванов М. Я., Назаров В. П.* Исследование «бокового» взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи идеального газа с поверхностями различной формы. Изв. АН СССР, МЖГ. 1974. № 6. С. 91–96. https://doi.org/10.1007/BF01020012
7. *Погорелов В. И.* Численное исследование взаимодействия сверхзвуковой струи с цилиндро–конической преградой. Уч. зап. ЦАГИ. 1979. Т. 10, № 3. С. 91–95.
8. *Запрягаев В. И., Киселев С. П., Кундасев С. Г.* Структура течения при взаимодействии сверхзвуковой перерасширенной струи с плоской наклонной преградой. Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2016. № 45. С. 32–49. https://doi.org/10.15593/2224-9982/2016.45.02
9. *Моченов Р. А, Сотниченко А. В., Иваницкий Г. М., Сало М. П.* Исследование силового и теплового воздействия сверхзвуковых струй ракет космического назначения на газоход стартового комплекса при работе системы водоподачи. Космічна наука і технологія. 2020. Т. 26, № 3. С. 3–19. https://doi.org/10.15407/knit2020.03.003
10. *Тимошенко В. И., Белоцерковец И. С.* Маршевый расчет течения при взаимодействии сверхзвуковой турбулентной струи со спутным ограниченным дозвуковым потоком. Вісн. Дніпропетр. ун-ту. 2008. 1, вип. 1. С. 15–23.
11. *Тимошенко В. И.* Однородный алгоритм расчета течения вязкой сверхзвуковой струи в затопленное пространство. Техническая механика. 2018. № 1. С. 16–24. https://doi.org/10.15407/itm2019.01.016
12. *Родионов А. В.* Новый маршевый метод расчета струй продуктов сгорания. Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2002. Т. 42, № 9. С. 1413–1424.
13. *Сафронов А. В.* Метод расчета струй продуктов сгорания при старте. Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2006. С. 1–19. URL: www.chemphys.edu.ru/pdf/2006-10-23-001.pdf.

Отримано 13.11.2020,
в остаточному варіанті 01.12.2020