

ОПТИМАЛЬНЫЕ КРИВЫЕ СКАТЫВАНИЯ. НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ СТАРОЙ ПРОБЛЕМЫ

Государственное предприятие «КБ «Южное»
Государственного космического агентства Украины
ул. Криворожская, 3, 49008, Днепр, Украина, e-mail: alexsh@dfni.dp.ua

Целью работы является разработка нового метода решения известной задачи о брахистохроне – определении кривой наискорейшего скатывания, – исследование оптимальности кривых скатывания, получаемых с его помощью, а также проведение численных оценок времени скатывания по предлагаемым кривым и времени скатывания по кривым, получаемым при использовании классического метода. Обоснована актуальность поставленной цели работы. Показано, что предлагаемый метод решения рассматриваемой задачи может быть использован для решения задач технической механики.

Метод разработан с использованием результатов исследований первой вариации функционала с автономной подынтегральной функцией для задачи с закрепленными концами. Введено допущение о ненулевых значениях вариации функции в граничных точках. Показано, что при использовании этого допущения и введении некоторых других допущений и ограничений можно расширить класс допустимых функций, среди которых следует искать экстремальные кривые скатывания. Разработан метод определения условий экстремальности для такого класса функций. Показано, что в его основе лежат два условия экстремальности, одним из которых является уравнение Эйлера. Новое условие экстремальности инвариантно относительно системы координат. При совместном использовании полученных условий построены две кривые, удовлетворяющие необходимым и достаточным условиям оптимальности при представлении второй вариации функционала в параметрическом виде. Приведены результаты сравнения времени скатывания материальной точки по предлагаемым кривым и скатывания по классическим экстремальям. Показано, что время скатывания по предлагаемым кривым меньше, чем при скатывании по классическим экстремальям.

Ключевые слова: первая вариация функционала, совместное использование условий экстремальности, инвариантность относительно системы координат, параметрическая форма второй вариации, оптимальные кривые скатывания.

1. Шеховцов В. С. О минимальном аэродинамическом сопротивлении тела вращения при нулевом угле атаки в гиперзвуковом невязком потоке. Космическая техника. Ракетное вооружение: сб. науч.-техн. ст. 2016. Вып. 2. Днепр: ГП «КБ «Южное». С. 3–8.
2. Теория оптимальных аэродинамических форм /Под ред. А. Миеле. М.: Мир, 1969. 507 с.
3. Сумбатов А. С. Задача о брахистохроне (классификация обобщений и некоторые последние результаты). Труды МФТИ. 2017. Том 9. №3(35). С. 66–75.
4. Блисс Г. А. Лекции по вариационному исчислению. М: Иностранная литература, 1960. 462 с.
5. Янг Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления. М.: Мир, 1974. 488 с.
6. Эльсгольц Л. Е. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1965. 420 с.