УДК621.454.2 https://doi.org/10.15407/itm2020.02.005

**О. В. ПИЛИПЕНКО, О. Д. НІКОЛАЄВ, І. Д. БАШЛІЙ, Н. В. ХОРЯК, С. І. ДОЛГОПОЛОВ**

# СУЧАСНИЙ СТАН ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ВИСОКОЧАСТОТНОЇ СТІЙКОСТІ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ В КАМЕРІ ЗГОРЯННЯ РІДИННИХ РАКЕТНИХ ДВИГУНІВ

*Інститут технічної механіки*
*Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,*
*вул. Лєшко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: khoryak@i.ua*

При відпрацюванні рідинних ракетних двигунів(РРД) відзначаються низькочастотні та високочастотні коливання параметрів, які визначають перебіг робочих процесів у системах двигунів (тиску, швидкості потоку, температури газу і рідини, частоти обертання валу турбонасосів і т. д.). Найменш дослідженими є високочастотні коливання в камері згоряння, які потенційно небезпечні для надійності роботи РРД і цілісності його конструкції. Найважливішим інструментом при вивченні і розробці заходів щодо усунення таких коливань при польоті рідинних ракет-носіїв є математичне моделювання високочастотних процесів в камері згоряння.

Проведено огляд сучасних публікацій і виконано аналіз стану сучасної науково-методичної бази для чисельного дослідження високочастотних динамічних процесів в камерах згоряння РРД з метою оцінки можливостей використання розроблених чисельних методів при математичному моделюванні зазначених процесів в задачі теоретичного прогнозування високочастотної стійкості РРД, рівня амплітуд коливань тиску і витрати в камері згоряння двигуна. Розглянуто прийняті на сьогоднішній день механізми виникнення високоамплітудних коливань в системах РРД, пов'язані з динамічною взаємодією фізико-хімічних процесів в зоні сумішоутворення і горіння при періодичному теплопідводі під впливом акустичних коливань, а також з турбулентністю при русі та горінні компонентів палива і продуктів їх згоряння в камері.

На основі проведеного аналізу показано, що методи математичного моделювання високочастотних акустичних коливань у РРД можна розділити на три основні групи: методи розрахунку параметрів акустичних коливань в циліндричних камерах, що засновані на аналітичних математичних моделях порівняно низького порядку і використовують функції Бесселя; методи дослідження термоакустичних явищ з використанням підходів обчислювальної газодинаміки; гібридні методи, в яких розрахунок динаміки горіння проводиться окремо від розрахунку параметрів акустичних коливань продуктів згоряння в камері. Обговорено основні результати робіт, виконаних в рамках зазначених груп. Виконано аналіз переваг і недоліків чисельного дослідження термоакустичних коливань продуктів згоряння в камері РРД.

***Ключові слова:*** *рідинний ракетний двигун, камера згоряння, автоколивання, високочастотна термоакустична нестійкість, вібраційне горіння, механізм Крокко, CFD-методи газової динаміки.*

При отработке жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) отмечаются низкочастотные и высокочастотные колебания параметров, определяющих рабочие процессы в системах двигателей (давления, скорости потока, температуры газа и жидкости, частоты вращения вала турбонасосов и т. д.). Наименее изученными являются высокочастотные колебания в камере сгорания, которые потенциально опасны для надежности работы ЖРД и целостности его конструкции. Важнейшим инструментом при изучении и разработке мероприятий по устранению таких колебаний при полете жидкостных ракет-носителей является математическое моделирование высокочастотных процессов в камере сгорания.

Проведен обзор современных публикаций и выполнен анализ состояния современной научно-методической базы для численного исследования высокочастотных динамических процессов в камерах сгорания ЖРД с целью оценки возможностей использования разработанных численных методов при математическом моделировании указанных процессов в задаче теоретического прогнозирования высокочастотной устойчивости ЖРД, уровня амплитуд колебаний давления и расхода в камере сгорания двигателя. Рассмотрены принятые на сегодняшний день механизмы возникновения высокоамплитудных колебаний в системах ЖРД, связанные с динамическим взаимодействием физико-химических процессов в зоне смесеобразования и горения при периодическом теплоподводе под воздействием акустических колебаний, а также с турбулентностью при течении и горении компонентов топлива и продуктов их сгорания в камере.

На основе проведенного анализа показано, что методы математического моделирования высокочастотных акустических колебаний в ЖРД можно разделить на три основные группы: методы расчета параметров акустических колебаний в цилиндрических камерах, основанные на аналитических математических моделях сравнительно низкого порядка и использующие функции Бесселя; методы исследования термоакустических явлений с использованием подходов вычислительной газодинамики; гибридные методы, в которых расчет динамики горения проводится отдельно от расчета параметров акустических колебаний продуктов сгорания в камере. Обсуждены основные результаты работ, выполненных в рамках вышеуказанных групп. Выполнен анализ преимуществ и недостатков численного исследования термоакустических колебаний продуктов сгорания в камере ЖРД.

***Ключевые слова:*** *жидкостной ракетный двигатель, камера сгорания, автоколебания, высокочастотная термоакустическая неустойчивость, вибрационное горение, механизм Крокко, CFD-методы* *газовой динамики.*

In the tryout of liquid-propellant rocket engines (LPREs), the parameters that govern working processes in the LPRE systems (the pressure, the flow velocity, the gas and liquid temperature, the turbopump speed, etc.) exhibit low- and high-frequency oscillations. High-frequency oscillations in a combustion chamber, which are potentially dangerous to the LPR operational reliability and integrity, are the least understood. The most important tool in the study and development of measures aimed at their elimination in the flight of liquid-propellant launch vehicles is a mathematical simulation of high-frequency processes in a combustion chamber.

This paper overviews recent publications and analyzes the state of the art in the numerical study of high-frequency dynamic processes in LPRE combustion chambers with the aim to assess the possibility of using the available numerical methods to simulate the above-mentioned processes in the problem of theoretical prediction of LPRE high-frequency stability and the combustion chamber pressure and flow rate oscillation amplitudes. Consideration is given to the currently adopted mechanisms of high-amplitude oscillations in the LPRE systems involving the dynamic interaction of physical and chemical processes in the mixing and combustion zone in conditions of periodical heat removal under the action of acoustic oscillations and turbulence in the flow and combustion of the propellant components and combustion products.

The analysis conducted shows that the methods of mathematical simulation of high-frequency acoustic oscillations in an LPRE can be divided into three basic groups: methods for the calculation of the acoustic oscillation parameters in cylindrical chambers based on analytical mathematical models of a relatively low order with the use of the Bessel functions, methods for the study of thermoacoustic phenomena using approaches of computational fluid dynamics, and hybrid methods, in which combustion dynamics is calculated separately from the combustion product acoustic oscillation parameters. The main results obtained in the framework of the above-mentioned groups are overviewed. The advantages and drawbacks of the numerical study of combustion product thermoacoustic oscillations in LPRE chambers are analyzed.

***Keywords****: liquid-propellant rocket engine, combustion chamber, self-oscillations, high-frequency thermoacoustic instability, vibration combustion, Crocco mechanism, CFD methods of gas dynamics.*

**Вступ.** Велика енергонапруженість рідинних ракетних двигунів (РРД) сприяє розвитку автоколивань в їх системах і агрегатах [1]. Високоамплітудні коливання параметрів робочих процесів (тиску, швидкості потоку, температури газу і рідини та ін.) здатні не тільки порушити його нормальне функціонування, але й привести до механічних руйнувань елементів його конструкції, оплавленню і прогару стінок камер. Автоколивання, що виникають в різних системах РРД, мають різну природу і, відповідно, усуваються різними методами, тому діагностування причин їх виникнення є основою для розробки заходів по забезпеченню динамічної стійкості РРД [1]. Виявлення джерел автоколивань і визначення способів їх усунення вимагає серйозних теоретичних і експериментальних досліджень.

Коливання параметрів РРД класифікують за їх джерелом та частотами домінуючих мод [1]. За частотами їх поділяють на низькочастотні (з частотами до 100…200 Гц), середньочастотні (від 100…200 Гц до 300…600 Гц) і високочастотні (понад 600 Гц). Відзначимо, що зазначені границі частотних діапазонів не є постульованими, і в літературі можна зустріти більш вузькі або широкі частотні діапазони (наприклад, [1] – [4]).

Низькочастотна (НЧ) нестійкість РРД може мати різні причини [1], [5], [6]. Коливання з частотами від 1 Гц до 50 Гц можуть бути обумовлені кавітаційними явищами в насосах РРД ([5] – [10]), нестійкістю контуру «турбонасосний агрегат – газогенератор» ([5], [11] – [13]) або контуру «РРД – регулятор» ([1], [2], [14] – [16]), конденсацією «гарячого» газу в кріогенній системі живлення РРД [17], втратою стійкості контуру «РРД – пружний корпус ракети» [18] – [19] або контуру «пружний корпус ракети – рухомі частини регулятора роботи РРД» [1], [20]. Виникнувши в одному з зазначених контурів або агрегатів, коливання певної частоти поширюються на всі елементи РРД, де фіксуються насамперед датчиками тиску, тому їх відносять до категорії загальнодвигунних коливань [1]. З цієї причини визначення джерела загальнодвигунних низькочастотних коливань є досить складною задачею. Для її вирішення застосовуються такі методи, як багаторівнева декомпозиція складних динамічних систем і параметричний аналіз (наприклад, [1], [5], [11]).

Причиною втрати стійкості робочого процесу в РРД можуть бути внутрішньокамерні низькочастотні (НЧ) або високочастотні (ВЧ) коливання, які виникають в камері згоряння (КЗ) або газогенераторі (ГГ) в результаті взаємодії процесів в системі сумішоутворення і горіння (а саме, процесу газоутворення при згорянні палива) з коливаннями тиску в камері. Оскільки природа цих коливань пов’язана з особливостями процесу згоряння палива, то динаміка інших агрегатів РРД не має на них суттєвого впливу.

Внутрішньокамерні НЧ-коливання реалізуються в більш широкому частотному діапазоні, ніж загальнодвигунні – їх частоти можуть досягати 200 Гц, але вони завжди менше частот перших мод акустичних коливань тиску газу в камері. Для внутрішньокамерної НЧ-нестійкості характерними є поздовжні коливання параметрів продуктів згоряння. Оскільки в частотному діапазоні від 0 до 200 Гц довжина камери значно менше довжини звукової хвилі, миттєві значення тиску в КЗ практично однакові у всіх її точках.

При ВЧ-коливаннях миттєві значення тиску в різних точках КЗ різні. Частота ВЧ-коливань повністю визначається акустичними властивостями газу в об’ємі камери і збігається з частотою однієї з форм коливань стовпа газу в КЗ – поздовжніх, тангенціальних або радіальних. У загальному випадку декілька видів і тонів коливань можуть збуджуватися одночасно.

ВЧ-нестійкість робочого процесу в КЗ є найбільш небезпечним явищем. Це явище називають також нестійкістю горіння, акустичною нестійкістю, вібраційним або пульсаційним горінням, термічним збудженням звуку, термоакустичними коливаннями [21] – [23]. При ВЧ-нестійкості вібраційні перевантаження на елементи конструкції камери згоряння можуть досягати 1000 g [24], перевищуючи межі її міцності. Потужні ВЧ-коливання призводять до нестабільності тяги, витрати палива і питомого імпульсу, до порушення роботи бортових систем управління ракет, інтенсифікації теплопередачі, часткового або повного руйнування елементів конструкції РРД. При тангенціальних коливаннях коефіцієнт тепловіддачі продуктів згоряння зростає по всій довжині КЗ, а найнебезпечнішим місцем є область критичного перетину. В цьому випадку в зоні течії газу уздовж стінок камери згоряння є ймовірним зрив примежового газового шару з подальшим прогаром стінки і руйнуванням конструкції двигуна [25].

Акустичні коливання газу виникають спонтанно, отже, вібраційне горіння – автоколивальне явище. Самозбудження акустичних коливань спостерігається в установках з горінням або при наявності теплопередачі від стінок та нагрітих тіл, що знаходяться в газі. Зазвичай процес починається з нескінченно малих збурень, амплітуда яких поступово зростає, доки коливання не приймуть усталений характер. Це «м’який» режим вібраційного горіння. У камерах згоряння РРД нестійкість горіння, як правило, з’являється після імпульсу тиску, який виникає під час запуску двигуна і має скінченну величину. У цьому випадку говорять про «жорсткий» режим автоколивань [25].

ВЧ-коливанням присвячено багато робіт, проте далеко не всі питання теорії цієї проблеми вирішені, а причина ВЧ-нестійкості залишається дискусійним питанням [21] – [27]. Існує понад 20 критеріїв переходу двигуна в область нестійкої роботи. Найбільш популярним є критерій Релея, отриманий в результаті аналізу експериментів Рийке, Босша і Рісса на наскрізній вертикально встановленій трубі з нагрітою металевою сіткою. Релей припустив, що акустичні коливання можуть виникати завдяки енергії теплопідводу, і помітив, що коливання посилюються, якщо теплота надходить повітрю в момент його найбільшого стиснення або відводиться від нього при найбільшому розрідженні. Виходячи з цього, Релей сформулював такий критерій: в системі збуджуються акустичні коливання, якщо фазовий зсув між коливальними складовими теплопідводу і тиску є за модулем меншим, ніж π/2 [26]. Строгого теоретичного пояснення цих результатів немає. Основні загальновизнані теоретичні висновки полягають у тому, що ВЧ-нестійкість обумовлена автоколивальним процесом, частоти ВЧ-коливань визначаються акустичними властивостями системи, умови збудження коливань визначаються за критерієм Релея, при цьому з великої кількості можливих механізмів зворотного зв’язку розглянуто лише механізм Крокко, заснований на феноменологічному запізнюванні згоряння палива в РРД [1], [25], [26], [28] – [32].

Забезпечення стійкості вібраційного горіння є серйозною і актуальною проблемою, вирішення якої займає значну частину часу в загальному доведенні РРД і потребує великих матеріальних витрат на їх експериментальне відпрацювання [30]. На цей час є деякий набір технічних рішень, які дозволили усунути ВЧ-коливання в раніше розроблених двигунах (наприклад, [1], [4], [20], [23], [24], [32]). Однак оскільки закономірності виникнення ВЧ-коливань не вивчено, вибір засобів для усунення ВЧ-нестійкості нових двигунів часто доводиться проводити «наосліп». В ряді випадків [24] пошук оптимального варіанта конструкції змішувальних головок і демпфуючих пристроїв для пригнічення акустичних коливань в КЗ РРД здійснювався емпіричним шляхом в процесі проведення їх стендових випробувань.

**Метою** цієї роботи є аналіз сучасного стану проблеми нестійкості вібраційного горіння в РРД і науково-методичної бази для виконання чисельних досліджень ВЧ-коливань. Передбачається, що такий аналіз буде корисний дослідникам динаміки РРД при вивченні, прогнозуванні та запобіганні небезпечних явищ, обумовлених ВЧ-нестійкостю РРД при польоті ракет-носіїв.

**1. Механізми виникнення внутрішньокамерних коливань в РРД.** Прийняті на сьогоднішній день механізми виникнення високоамплітудних коливань в системах РРД базуються на ствердженні, що в будь-якій двигунній системі завжди є шум і вібрації тиску [27]. Ці пульсації виникають спонтанно внаслідок різних причин, в тому числі внаслідок перетворення внутрішньої енергії рідких компонентів палива на тепло.

У роботах [26], [27] викладено альтернативну точка зору: виникнення автоколивальних процесів в продуктах згоряння камери і в трубопроводах окислювача та пального пов’язано з турбулентністю, яка зароджується при витіканні і горінні компонентів палива та продуктів їх згоряння. Згідно з [27], турбулентність рідких компонентів палива може стати причиною виникнення низькочастотної нестійкості. Турбулентність в цьому випадку «груба» і великомасштабна, на її виникнення впливають повороти, радіуси «заокруглення» конструкції, а також двофазні ефекти: коагуляція, дроблення, випаровування і горіння. Така турбулентність формує періодичні структури, енергія яких переходить в НЧ-коливання з частотою близько 10 Гц. У камері згоряння, відразу після зони горіння, формуються тонкодисперсні турбулентні структури. Вони визначаються нерівноважностями, що залишилися після згоряння компонентів, різницею параметрів в процесах кінетики і дифузії (числами Дамкеллера) і конструктивними особливостями, включаючи систему завісного охолодження і тертя. Така турбулентність породжує коливання з високими частотами – 1000 Гц і більше. В обох випадках виникають автоколивання.

**1.1 Низькочастотні внутришньокамерні коливання.** Будь-яка автоколивальна система складається з власне коливальної системи, джерела енергії і механізму зворотного зв'язку, який забезпечує подачу енергії коливальній системі і розвиток коливань. Внутрішньокамерна нестійкість виникає в результаті взаємодії процесу газоутворення і коливань тиску в КЗ, при цьому зворотний зв'язок, що забезпечує підведення енергії для розвитку автоколивань, реалізується через вплив тиску в камері на витрату рідких компонентів палива через форсункову головку [1].

Процес горіння описується феноменологічною моделлю, що містить ланки запізнювання. Феноменологічні запізнювання визначаються часом, необхідним для потрапляння палива в КЗ, його руху до області розпилення, розпилення, утворення крапель, випаровування, перемішування, займання і згоряння ([1], [3] – [5], [12], [20], [25], [28] та ін.). Один з механізмів виникнення внутрішньокамерних НЧ-коливань безпосередньо пов'язаний з наявністю запізнювання газоутворення – часу $\tau$, необхідного для перетворення рідкого палива в продукти згоряння. Завдяки цьому запізнюванню між витратою рідкого палива, що надходить в КЗ, і тиском в КЗ з'являється додатний зворотний зв'язок. Схема реалізації зворотного зв'язку виглядає наступним чином [1]. Припустимо, в момент часу $t$ відбулося випадкове підвищення тиску в КЗ. Внаслідок цього витрата рідкого палива, що надходить в камеру, зменшується, а витікання продуктів згоряння з неї – збільшується. Однак рідке паливо, що є в камері до моменту $t$, надійшло в неї до підвищення тиску, тому протягом часу $\tau$ газоутворення залишається незмінним. Отже збільшення витрати газу з КЗ призводить після закінчення часу $\tau$ до зменшення тиску в камері. Якщо при цьому почне зменшуватися газоутворення, падіння тиску стане ще значнішим. Через падіння тиску витрата з КЗ зменшується, але разом з цим починає збільшуватися газоутворення, бо рідке паливо надійшло в камеру тоді, коли його витрата ще не зменшилася. В результаті подальше падіння тиску в КЗ призупиняється. Таким чином, між витратою рідкого палива, що надходить в КЗ, і тиском газу в КЗ існує зворотний зв'язок, який при відповідних фазових співвідношеннях може посилювати коливання в автоколивальному контурі «форсункові головки – газова ємність камери» і призводити до втрати стійкості робочого процесу.

Інший механізм виникнення внутрішньокамерних коливань – механізм Крокко [31] (більш детально його описано далі, для ВЧ-коливань). Він пов'язаний з емпіричною залежністю затримки газоутворення $\tau$ від тиску в КЗ [1]:

$$\tau = a / P_{KC}^{n}\,, \tag{1}$$

де $a$ – константа, що залежить від виду палива і конструкції форсункової головки; $P_{KC}$ – тиск в камері згоряння; $n$ – коефіцієнт взаємодії (показник впливу тиску на час перетворення рідкого палива в продукти згоряння).

Через існування цієї залежності втрата стійкості процесів в КЗ можлива навіть при постійній витраті рідких компонентів [1].

Внутрішньокамерні НЧ-коливання зазвичай виникають на режимах дроселювання двигуна [1], [13]. Стабілізації робочого процесу сприяє збільшення перепаду тиску на форсунках, об'єму камери згоряння, відношення довжин трубопроводів подачі до їх діаметрів, а також всі заходи, які призводять до зменшення запізнювання газоутворення – наприклад, поліпшення розпилу компонентів, використання більш дрібних форсунок, більш активних (зокрема, самозаймистих) компонентів палива, збільшення тиску в камері згоряння, а також збільшення часу перебування газу в камері [1], [4], [25], [31].

**1.2 Високочастотні внутришньокамерні коливання.** ВЧ-нестійкість в камері згоряння РРД розвивається як динамічне явище, обумовлене взаємодією акустичних коливань продуктів згоряння палива і теплових процесів при його горінні [3], [4], [24], [33]. Припущення про можливість збудження акустичних коливань за рахунок енергії теплопідводу вперше було висловлено ще в середині минулого століття Релеєм. Відтоді виконано дуже великий обсяг теоретичних і експериментальних робіт з вивчення термоакустичної нестійкості горіння паливних систем, проте і на цей час автоколивання таких газодинамічних систем, як РРД, знаходяться на самій ранній стадії вивчення [27]. У літературі можна зустріти досить багато причин виникнення автоколивань і «механізмів нестійкості» горіння. Зокрема, згідно з [1], механізми виникнення внутрішньокамерних НЧ- і ВЧ- коливань схожі – це наявність зворотного зв'язку між витратою палива через форсункові головки КЗ і тиском в камері, а також залежність процесу газоутворення від тиску в КЗ.

При збудженні вібраційного горіння коливальною системою є камера згоряння; в деяких випадках до неї можуть додатися інші елементи двигунної установки. Раушенбах Б. В. показав [22], що в режимі вібраційного горіння можливі два незалежних джерела енергії: тепловий та механічний. У двигунах, що працюють на газоподібних компонентах, зазвичай реалізується теплове джерело, бо при перетині фронту горіння масова витрата залишається постійною, градієнт тиску є невеликим, і ефект горіння можна звести до процесу тепловиділення [25], [34]. У камерах згоряння РРД об'єм газоподібних продуктів згоряння є значно більшим за об'єм рідкого палива, тому процес горіння є потужним джерелом маси [25], [31] і джерелом механічної енергії. Само по собі джерело енергії має неколивальну природу. Коливальна складова з'являється завдяки зворотному зв'язку, коли сукупність фізико-хімічних процесів, що відбуваються в зоні горіння або області теплопідводу під впливом акустичних коливань, призводить до періодичного виділення енергії [25]. Деякі механізми зворотного зв'язку, реалізація яких призводить до самозбудження ВЧ-коливань в різних газодинамічних системах (зокрема, в «співочій» трубі Рийке, в камерах повітряно-реактивних двигунів і рідинних ракетних двигунів) описані в роботі [25].

У двигунах літальних апаратів рідке паливо подається в КЗ за допомогою форсунок. З моменту виходу краплі палива з форсунки до її повного згоряння проходить час, необхідний для розпилення, прогріву, випаровування палива, протікання хімічних реакцій – час запізнювання. Ці процеси чутливі до коливань тиску в зоні горіння. При збільшенні тиску підвищується якість розпилення, швидкість сумішоутворення, випаровування і прогріву крапель, а при великих амплітудах коливань тиску зростає швидкість хімічних реакцій, які супроводжують процес горіння. Все це призводить до зменшення часу запізнювання – більш швидкому згорянню палива і збільшенню швидкості тепловиділення. Зв’язок між тиском в КЗ і запізнюванням газоутворення відображено в співвідношенні (1). Відповідно, при збільшенні запізнювання швидкість тепловиділення зменшується. Таким чином, пульсації тиску призводять до того, що процес тепловиділення стає періодичним і з’являється можливість самозбудження акустичних коливань.

Механізм Крокко, обумовлений змінним часом запізнювання, в теорії нестійкості горіння визнано для РРД основним ([1], [21], [25], [29] – [33]). На відміну від інших механізмів (наприклад, «витратного» і дифузного механізму зворотного зв’язку в співочій трубі, механізму, заснованого на гідродинамічній нестійкості фронту полум’я [25]), акустична нестійкість РРД пов’язана не з коливаннями швидкості тепловиділення, а з періодичним газоутворенням в КЗ. При потраплянні крапель пального і окислювача в зону горіння тиск і температура газу в цій зоні практично не змінюються, бо питомий обсяг палива в рідкому стані набагато менше, ніж в газоподібному. Але після згоряння палива в зоні горіння з’являється додаткова маса газу. Процес горіння є безперервним і відбувається досить швидко, тому об’єм зони горіння і температура газу майже не змінюються, але тиск значно збільшується. У разі, якщо обидва компонента палива подаються в камеру в рідкому стані, підвищення тиску в зоні горіння за рахунок газоутворення є більшим, ніж зміна тиску, викликана коливаннями швидкості тепловиділення [25].

При вібраційному горінні можуть виникати поздовжні, тангенціальні та радіальні акустичні коливання. Динамічні процеси в КЗ при ВЧ-коливаннях відбуваються переважно на тангенціальних модах з частотами, що перевищують 600...1000 Гц. При тангенціальних коливаннях вузли тиску знаходяться на діаметрах поперечного перерізу камери згоряння, при радіальних – на його окружності. При поздовжніх коливаннях уздовж осі камери утворюються стоячі акустичні хвилі, в яких кількість вузлів відповідає номеру гармоніки, у головки і сопла камери є пучності хвиль, а тиск в різних точках поперечного перерізу КЗ змінюється одночасно [1], [2].

Акустичні коливання газового середовища в КЗ впливають на швидкість горіння компонентів палива: вони сприяють прискоренню змішування компонентів палива і зменшенню зони горіння. Крім того, при значних амплітудах коливань продуктів горіння в результаті розвитку нелінійних динамічних процесів в камері можуть спостерігатися такі явища, як біфуркації процесу горіння з різким переходом з одного автоколивального режиму на інший, з іншими частотами коливань параметрів РРД [1].

Описані коливання рідких і газових середовищ, а також вібраційне горіння є предметом дослідження механіки суцільних середовищ. При їх дослідженні широко використовуються фізичні уявлення та математичний апарат теорії коливань і теорії автоматичного регулювання [20].

Для усунення ВЧ-коливань рекомендується оснащувати форсункову головку протипульсаційними перегородками, впорскувати більш летючий компонент з більшою швидкістю, посилювати поглинання акустичної енергії на стінках КЗ шляхом відповідного облицювання або встановлення поглиначів, що діють за принципом резонатора Гельмгольца, а також шляхом введення в продукти згоряння твердих частинок [1], [25], [33], [35] – [45].

**2. Підходи до математичного моделювання високочастотних динамічних процесів у РРД.** Розуміння причин і механізмів виникнення вібраційного горіння змушує при моделюванні динаміки РРД враховувати багато факторів, які визначають параметри робочих процесів в двигуні і здатні привести до виникнення автоколивань. Цього можна досягти тільки при спільному використанні експериментальних, теоретичних і чисельних методів. Важлива роль належить методам математичного моделювання, які завдяки використанню сучасних комп'ютерних технологій швидко розвиваються. На цей час існує велика кількість ліцензійних зарубіжних і вітчизняних продуктів (наприклад, [46]), які можна використовувати для розрахунку газової динаміки камер згоряння РРД різних конфігурацій. У свою чергу, в процесі вдосконалення математичних моделей фізичних процесів емпіричні або напівемпіричні залежності все більше замінюються рівняннями, побудованими на фізичних закономірностях фундаментального характеру.

Так, Ю. М. Кочетковим [26] з використанням перетвореного рівняння Нав'є–Стокса сформульовано критерій виникнення коливального процесу в системі (в тому числі, в РРД), який накладає обмеження на певні газодинамічні характеристики. На відміну від експериментального критерію Релея, це обмеження є теоретичним і має ясний фізичний зміст: розвиток коливань в процесі роботи двигуна може початися при певних газодинамічних умовах, які виражаються через параметри турбулентності. Турбулентні течії вздовж каналу КЗ, що виникають в процесі роботи РРД, при певних співвідношеннях елементарних рухів породжують періодичний процес, який переходить в коливальний. На основі цього критерію розроблено метод розрахунку нестійких режимів РРД. Його реалізація передбачає використання однієї з відомих комп'ютерних програм розрахунку газодинамічних характеристик для визначення поля швидкостей в різних точках КЗ [26].

Як показав аналіз сучасних публікацій, методи математичного моделювання ВЧ-коливань в РРД можна поділити на три основні групи:

– методи розрахунку параметрів акустичних коливань в циліндричних камерах, які засновані на аналітичних математичних моделях порівняно низького порядку і використовують функції Бесселя;

– методи дослідження термоакустичних явищ з використанням підходів на основі Computational Fluid Dynamics (CFD) – програмного продукту для вирішення задач обчислювальної газодинаміки;

– гібридні методи, в яких розрахунок динаміки горіння проводиться окремо від розрахунку параметрів акустичних коливань продуктів згоряння в камері згоряння.

**2.1 Методи, що засновані на аналітичних математичних моделях і використовують функції Бесселя.** Математичні моделі високочастотних акустичних коливань невеликого порядку, а також аналітичні формули для визначення основних параметрів коливань продуктів згоряння отримано на основі класичних підходів, що мають свої корені в 50–60-тих роках минулого століття. Переважно вони використовують рішення, які будуються за допомогою функцій Бесселя для систем рівнянь динаміки, записаних у циліндричних координатах. Вплив горіння враховується на основі класичної моделі n-tau Крокко [30], [31], в якій використовується емпірична залежність часу газоутворення від тиску в камері згоряння (1). Це найбільш простий підхід до чисельного моделювання процесу горіння у часовій області. В результаті моделювання можна визначити власні частоти і форми коливань та чутливість процесу горіння палива до різних факторів. Зокрема, для визначення частот акустичних коливань в циліндричній ділянці камери згоряння широко використовуються теоретичні оціночні формули, наведені в роботах [1], [32], [36]. Вони отримані при припущеннях про однорідність газової суміші в КЗ, малу швидкість руху, малі амплітуди коливання газу в камері і умови рівності нулю швидкості газу у стінок камери. Так, частота $f$ акустичних коливань в камері згоряння визначається формулою

$$f = \frac{C}{2}\sqrt{\left(k / l_{\text{кс}}\right)^2 + \left(\beta_{\text{mn}} / R_{\text{кс}}\right)^2}\,, \tag{2}$$

де $C$ – швидкість звуку; $l_{\text{кс}}$, $R_{\text{кс}}$ – довжина і радіус циліндричної ділянки камери; $k$ – номер тону коливань; $\beta_{\text{mn}}$ – емпіричні коефіцієнти, що характеризують власні значення для розрахункового випадку коливань.

У випадку $k \neq 0$, $m = 0$, $n = 0$ визначаються частоти поздовжніх коливань; при $k = 0$, $m \neq 0$, $n = 0$ – тангенціальних коливань, при $k = 0$, $m = 0$, $n \neq 0$ – радіальних коливань.

Найбільш широко використовується модель акустичних коливань в циліндричних КЗ, яка побудована на основі підходу Сіріньяно. Вона представлена в звіті NASA SP-194 [37]. У вигляді прикладних програм ця модель реалізована для об’ємів, що представляють собою ідеальні циліндри, а також для циліндричних об’ємів змінного перерізу (з контуром камери згоряння). При побудові цієї моделі використано підходи до врахування демпфування, які дозволяють оцінити ефективність деяких засобів зменшення коливань – наприклад, акустичного демпфера коливань (absorber).

Метод Белла-Цзинн (Bell-Zinn) розрахунку провідності сопел [38] використано для розрахунку параметрів коливань продуктів згоряння в геометричних моделях сопел реальних КЗ. Пізніше алгоритм Белла-Цзинн було вдосконалено для розрахунку власних частот продуктів згоряння в КЗ [39].

З використанням математичної моделі акустичних коливань в КЗ для розрахунку провідності в перетинах сопла (модель n-tau Крокко) можна оцінювати стійкість процесів в камері за допомогою моделі горіння, яка описується в зосереджених параметрах [40].

Однак дані експериментів показують, що наведені вище методи та оціночні формули не завжди дозволяють отримати результати, які з достатньою точністю відповідають експериментальним даним для поперечних (радіальних та тангенціальних) форм акустичних коливань [41].

В роботі [47] експериментально досліджено вплив поглиначів на ВЧ-динаміку продуктів згоряння в КЗ. Зазначено, що у цьому випадку наведені вище моделі стають неточними, тому що поглиначі в значній мірі змінюють внутрішнє акустичне поле камери згоряння.

В роботі [42] отримано систему рівнянь, що описує течію газу в камері згоряння при малих збудженнях, та формули для розрахункового визначення акустичних характеристик газового тракту з перегородками при розкладанні функції збудження в ряди Фур’є–Бесселя. Досліджено вплив перегородок на форсунковій голівці на добротність і частоту тангенціальної моди і показано, що встановлення антипульсаційних перегородок (також як і демпферів), призводить до суттєвої деформації акустичного поля в КЗ.

Для випадку деформованого акустичного поля запропоновано підхід, в якому базові циліндричні функції використовуються як функції для побудови розв’язку [44]. За допомогою цього підходу в поєднанні з моделлю n-tau можна швидко оцінити стійкість процесу і параметри коливань.

**2.2 CFD підходи.** На цей час є велика кількість програмних продуктів різного ступеня досконалості і універсальності для розв’язання задач обчислювальної газодинаміки [48]. З комерційних універсальних багатофункціональних програмних пакетів найбільшого поширення набули CFD (Computational Fluid Dynamics)/CAA (ComputationalAero-Acoustics) програми, Fluent, Star-CD, CFX (Computational Fluid Dynamic simulation and modelling), Phoenics, розроблені великими колективами авторів у США, Англії, Канаді. Багато великих аерокосмічних фірм, як зарубіжних, так і вітчизняних, використовують ці програмні пакети, але в той же час витрачають великі зусилля на розробку власних математичних моделей і програмних комплексів обчислювальної газодинаміки, в яких намагаються врахувати специфічні особливості досліджуваних процесів ( наприклад, програмні пакети обчислювальної газодинаміки Phedre і Kedr французького аерокосмічного комплексу, TAU німецького аерокосмічного центру DLR, Tetruss NASA, розрахункові комплекси ЦНдіМАШ (Центрального науково-дослідного інституту машинобудування Російської Держкорпорації «Роскосмос»), ЦІАМ (Центрального інституту авіаційного моторобудування ім. П. І. Баранова), ЦАГІ (Центрального аерогідродинамічного інституту ім. М. Є. Жуковського) [45], [49] – [52]. Аналогічні роботи ведуться в університетах Російської Федерації (зокрема, в Московському фізико-технічному інституті, Московському авіаційному інституті, Московському державному технічному університеті ім. М. Е. Баумана, Самарському державному аерокосмічному університеті ім. С. П. Корольова та ін.), американських, англійських, німецьких та інших великих університетах, що спеціалізуються на розрахунках газової динаміки процесів в РРД [53].

У ДНЦ ФДУП «Центр Келдиша» (Державному науковому центрі Російської федерації – федеральному державному унітарному підприємстві «Дослідний центр ім. М. В. Келдиша») з середини 80-х років минулого століття ведеться розробка математичних моделей, чисельних методів та комп’ютерних програм для розрахункового моделювання двофазних осесиметричних і тривимірних турбулентних течій з горінням в камерах згоряння і газогенераторах РРД [43], [54]. При цьому турбулентні течії описуються рівняннями типу Нав’є–Стокса, а розроблене математичне забезпечення включає в себе (k-ε)-модель турбулентності, модель горіння, що враховує процес розмиву турбулентних вихорів [55], і узагальнене рівняння хімічної кінетики арреніусового типу. Розрахунок руху, прогріву, випаровування і дроблення крапель рідкого пального і окислювача проводиться методом дискретних крапель [56], [57]. При цьому враховується взаємообмін масою, імпульсом і енергією між фазами газу і крапель з урахуванням особливостей турбулентної течії. Рівняння з частинними похідними для газової фази дискретизуються методом контрольного об’єму і чисельно розв’язуються з використанням алгоритму типу SIMPLER [58] – [62], а звичайні диференціальні рівняння для дискретної (крапельної) фази інтегруються методом Рунге–Кутта. Програмний комплекс застосовується для чисельного моделювання робочого процесу в модельних і натурних камерах згоряння, що мають змішувальні елементи різних типів і працюють на різних компонентах палива [54], [63] – [66]. Достовірність ряду результатів чисельного моделювання підтверджено експериментальними даними для модельних та натурних КЗ [54], [63].

У німецькому центрі DLR розвиваються підходи до чисельного дослідження термоакустичних явищ в РРД на основі методів CFD [67]. Дослідники з Інституту аеродинаміки і технології течій DLR розширюють систему DLRTAU коду для розрахунку течій стосовно РРД. Код DLRTAU [67] розроблено для розв’язання рівнянь Нав’є–Стокса на основі дискретизації тривимірної течії за допомого гібридних структурованих/неструктурованих сіток. Код TAU перевірено на працездатність і застосовано для різних течій (від дозвукової до гіперзвукової, в тому числі з високою ентальпією), а також для процесів горіння. Крім того, код TAU застосується для розрахунків хімічної і термічної рівноваги, нерівновагової течії з детальними механізмами реакції; можливо також врахування членів рівнянь з хімічними джерелами (на основі закону збереження маси), врахування взаємодії турбулентності і хімічних процесів для випадку множинної дифузії [68].

TAU-код DLR є гібридним вирішувачем рівнянь Ейлера та Нав’є–Стокса в інтегральній формі [44], який використовує неструктуроване представлення скінченних об’ємів. Моделі турбулентності RANS [69] були реалізовані в TAU-коді. У роботах [70], [71] TAU-код використовувався для моделювання акустичної демпфувальної порожнини із застосуванням AUSMPUP вирішувача (для нестаціонарних розрахунків використовувалася схема подвійного кроку по часу).

В роботі [72] наведено результати моделювання багатоелементного горіння рідкого кисню і метану, отримані при виконанні проекту Challenge. Використовувалися коди CFD, LESLIE3D (LES – Largeed Dysimulation), структурований багатоблоковий вирішувач, розроблений в Технологічному інституті Джорджії (США) і GEMS – неструктурований вирішувач, розроблений в Університеті штату Індіана (Purdue University, США).

**2.3 Гібридні методи.** Гібридні методи поділяють розрахунки в динамічній системі «горіння компонентів палива – продукти згоряння в камері згоряння» на підзадачі, які легше розглядати і вирішувати окремо.

В ряді досліджень динаміки РРД [3] використовуються математичні моделі процесу горіння, засновані на феноменологічному описі впливу акустичної ланки на зону горіння, в яких зворотний зв’язок між цими процесами реалізується через коливання тиску і витрати. Динамічні характеристики процесу горіння при феноменологічному описі визначаються переважно кривою вигоряння [4], тобто залежністю маси згорілого палива від часу його перебування в камері згоряння [23].

Використання тривимірних математичних моделей нестаціонарного процесу руху і горіння палива дозволяє повніше, ніж при використанні кривих вигоряння, проводити аналіз фізичної картини явища: виявляти провідні механізми зворотного зв’язку, оцінювати вплив багатьох режимних і конструктивних факторів на параметри коливального руху і горіння.

В роботі [73] в рамках проекту PIANO-SAT було розроблено гібридний інструмент, щоб відокремити розрахунок динаміки процесу горіння від розрахунку акустики. При розрахунку динаміки процесу горіння використовувались результати розрахунку параметрів перехідних процесів одиночної форсунки в типових граничних умовах, отримані при моделюванні за допомогою CFD. Такий підхід економить обчислювальну потужність, оскільки весь двигун може містити кілька сотень форсунок, і повний розрахунок параметрів перехідних процесів на CFD буде надзвичайно дорогим. При моделюванні горіння задаються коливання тиску в камері згоряння і реєструються параметри динамічного процесу тепловиділення. Далі зазначені процеси зв'язуються між собою і за допомогою швидкого перетворення Фур'є FFT (Fast Fourier Transform) розраховується амплітудний спектр робочого процесу в камері згоряння. Проведені розрахунки показали вплив процесів горіння на параметри акустичних коливань.

Для акустичних розрахунків було розроблено два підходи. У Airbus використовується версія акустичного вирішувача PIANO у часовій області. Вирішувач PIANO-SAT дозволяє врахувати складну тривимірну геометрію і граничні умови запуску [74]. Більш за те, він може "обробляти" течії з великими числами Маха. FFT «вмикається» через фільтр «джерельного» члена. Потім для обчислення FFT процес збуджується з використанням одного імпульсу, і коливання реєструються в часі. В роботі [75], яка підготовлена в Lehrstuhlfür Thermodynamik, представлено альтернативний підхід. Перетворення лінеарізованих рівнянь Ейлера для частотної області скорочує час, потрібний для розрахунків, і використання фільтрів для FFT не потрібно [75].

Відзначимо, що для розв'язання задач газодинаміки, як правило, застосовують такі CFD/CAA програми: в роботі [76] використовують можливості COMSOL Multiphysic; в роботі [77] розглянуто гібридний метод FE-SEA (FiniteElement – Statistical Energy Analysis) – нещодавно розроблений метод віброакустичного аналізу, заснований на зв'язку детерміністичних підходів (наприклад, методу скінченних елементів – Finite Element Method) і статистичного методу SEA (Statistical Energy Analysis), а також використовується RANS підхід (Reynolds – averaged Navier-Stokes) до моделювання турбулентності. Результати цих розрахунків узгоджуються з основними результатами експерименту. У деяких випадках було б важко або взагалі неможливо отримати аналогічні прогнози, використовуючи стандартні методи, через обчислювальні витрати або відсутності точності.

Відзначимо, що прямі обчислювальні методи газодинаміки, як правило, коштують багато. Отже, гібридна обчислювальна гідродинаміка і обчислювальна аероакустіка (CFD/CAA) є привабливою альтернативою – вони мають великий потенціал для економії обчислювальних ресурсів. Крім того, аналіз термоакустичних явищ в динамічній системі «горіння компонентів палива – продукти згоряння в камері згоряння» за допомогою гібридних методів дає можливість застосовувати спеціальні методи, оптимізовані до розв'язання відокремлених підзадач загальної проблеми [78].

**3. Переваги чисельного моделювання низькочастотних і високочастотних коливань в порівнянні з експериментальними дослідженнями динаміки РРД.** В роботі [79] зазначено, що при моделюванні акустичних коливань, як правило, бажано нарівні з розрахунковими даними аналізувати й експериментальні. Використання комбінованих розрахунково-експериментальних методів дозволяє досягти задовільних результатів моделювання [3]. На практиці, на додаток до експериментальних досліджень використовують також комбінацію методів (тобто гібридні методи) або ж ієрархію підходів до чисельного моделювання, заснованих на моделях високої і низької точності (зокрема, [47], [80]).

Але при експериментальному дослідженні коливальних процесів у РРД, як і при їх чисельному моделюванні, можливі похибки. За даними національного Бюро Стандартів США, за рахунок вимірювання тиску при випробуваннях двигунних установок поставляється від 30 % до 50 % всієї інформації, що збирається. Статична похибка систем вимірювання тиску не повинна перевищувати 0,5 % ... 1,5 %, а стендових – 0,1 % … 0,2 % ([43], [51], [52]). Для отримання достовірної інформації про пульсаційний стан вузлів двигунів та інших енергетичних установок необхідно, щоб динамічна похибка вимірювання пульсацій тиску не перевищувала 3 % … 10 % в частотному діапазоні від 5 Гц до 5000 Гц ([81] – [89]).

Високоточні датчики тиску мають низьку надійність при дії характерних для двигунних установок дестабілізуючих факторів – високих температур та вібрацій. Тому датчики тиску підключаються до точки вимірювання вузьким каналом, який, в свою чергу, через резонанси може привести до додаткової динамічної похибки [83], [89]. Відновлення інформації про динамічні процеси за сигналами, зареєстрованими за допомогою резонуючих пневматичних каналів, видається неможливим.

Крім того, при повномасштабних випробуваннях камер згоряння РРД в умовах, близьких до номінальних, кількість параметрів, доступних для вимірів, обмежена. В даний час докладне дослідження комплексу взаємопов’язаних фізичних процесів, що відбуваються всередині таких камер згоряння, експериментальними методами пов’язане з великими труднощами або неможливо в принципі. Відзначимо, що подібні роботи, як правило, є дуже дорогими. Виконання експериментів «на моделях» дещо спрощують задачі вимірювання локальних параметрів робочого процесу всередині камер і дозволяють проводити більш ретельні дослідження. Однак не всі функції процесів змішування, випаровування і згоряння палива, які характерні для натурних камер згоряння, можуть бути відтворені при фізичному моделюванні. Визначення критеріїв «перерахунку» даних (і їх відносин), отриманих в модельних умовах, на характеристики для повномасштабної конструкції є також складною науково-технічною проблемою.

Таким чином, чисельне моделювання динаміки РРД має ряд переваг в порівнянні з відповідним експериментальними дослідженнями його параметрів в умовах стендових випробувань. На відміну від експериментальних досліджень динамічних процесів РРД на стенді, при чисельному аналізі практично всі досліджувані елементи ЖРД «доступні» для вивчення. Зрозуміло, що у жодному експериментальному дослідженні не можна отримати картину розподілу параметрів у межах досліджуваних об’ємів газових і рідинних трактів РРД. Чисельний розв’язок задач високочастотної динаміки РРД можна отримати для реальних умов досліджуваного процесу, які важко реалізувати при високозатратних експериментальних дослідженнях.

**Висновки.** Розробка сучасних ефективних засобів усунення коливань в рідинних ракетних двигунах повинна бути заснована на всебічному теоретичному вивченні процесів в РРД з використанням методів математичного моделювання та залученням експериментальних даних. Математичне моделювання робочих процесів в РРД залишається найбільш надійним засобом для вирішення проблемних питань, що виникають в період відпрацювання ракетних двигунів.

Показано, що методи математичного моделювання високочастотних коливань в РРД можна розділити на три основні групи: методи розрахунку параметрів термоакустичних коливань в циліндричних камерах, які засновані на аналітичних математичних моделях порівняно низького порядку і використовують функції Бесселя; методи дослідження термоакустичних явищ з використанням підходів обчислювальної газодинаміки; гібридні методи, в яких розрахунок динаміки горіння проводиться окремо від розрахунку параметрів акустичних коливань продуктів згоряння в камері згоряння. Проаналізовано недоліки та переваги зазначених методів, розглянуто основні результати робіт, виконаних з їх використанням.

Найбільш переважними, на наш погляд, є гібридні методи: вони менш трудомісткі, ніж прямі обчислювальні методи термо- і газодинаміки, і забезпечують великий потенціал для економії обчислювальних ресурсів, а чисельне дослідження високочастотних коливань в камері згоряння РРД з використанням цих методів дає можливість застосовувати спеціально оптимізовані підходи для розв’язання двох відокремлених задач – розрахунку динаміки процесу горіння та розрахунку акустики.

Таким чином, зменшення витрат на відпрацювання РРД, що створюються, та підвищення їх надійності потребує розробки і вдосконалення математичних моделей високочастотної динаміки систем і агрегатів РРД та розширення науково-методичної бази для виконання теоретичних досліджень стійкості робочих процесів в РРД, які є актуальними сучасними проблемами ракетно-космічної техніки.

1. *Гликман Б. Ф.* Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. 2-е издание, переработанное и дополненное. М: Машиностроение. 1989. 96 с.
2. *Гликман Б. Ф.* Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. М: Машиностроение. 1974. 396 с.
3. *Коротеев А. С.* Рабочие процессы в жидкостном ракетном двигателе и их моделирование. М: Машиностроение. 2009. 511 с.
4. Машиностроение. Энциклопедия. В 40 т. Под общ.ред. *К. В. Фролова*. Ракетно-космическая техника. Т. IV-22 / *А. П. Аджян, Э. Аким, О. М. Алифанов* и др.; под ред. *В. П. Легостаева*. В 2 кн. Кн. 1. М.: Машиностроение. 2012. 925 с.
5. *Пилипенко О. В., Прокопчук А. А., Долгополов С. И., Хоряк Н. В., Николаев А. Д., Писаренко В. Ю., Коваленко В. Н.* Математическое моделирование и анализ устойчивости низкочастотных процессов в маршевом ЖРД с дожиганием генераторного газа. Вестник двигателестроения. 2017. № 2. С. 34–42.
6. *Пилипенко О. В., Прокопчук А. А., Долгополов С. И., Писаренко В. Ю., Коваленко В. Н., Николаев А. Д., Хоряк Н. В.* Особенности математического моделирования низкочастотной динамики маршевого ЖРД с дожиганием генераторного газа при запуске. Космічна наука і технологія. 2017. Т. 23. № 5. С. 3–12. https://doi.org/10.15407/knit2017.05.003
7. *Пилипенко В. В., Задонцев В. А., Натанзон М. С.* Кавитационные колебания и динамика гидросистем. М.: Машиностроение. 1977. 352 с.
8. *Пилипенко В. В.* Кавитационные автоколебания. К: Наук. думка, 1989. 316 с.
9. *Пилипенко В. В., Долгополов С. И.* Экспериментально-расчетное определение коэффициентов уравнения динамики кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах различных типоразмеров. Техническая механика. 1998. № 8. С. 50–56. https://doi.org/10.1016/S0262-1762(99)80457-X
10. *Долгополов С. И.* Адаптация гидродинамической модели кавитационных колебаний для моделирования динамических процессов в насосных системах при больших числах кавитации. Техническая механика. 2017. № 2. С. 12–19. https://doi.org/10.15407/itm2017.02.012
11. *Хоряк Н. В., Николаев А. Д.* Декомпозиция и анализ устойчивости динамической системы «питающие магистрали – маршевый ЖРД с окислительной схемой дожигания генераторного газа». Техническая механика. 2007. № 1. С. 28–42.

12 *Хоряк Н. В., Долгополов С. И.* Особенности математического моделирования динамики газовых трактов в задаче об устойчивости низкочастотных процессов в жидкостных ракетных двигателях. Техническая механика. 2017. № 3. С. 30–44**.** https://doi.org/10.15407/itm2017.03.030

13. *Гемранова Е. А., Колбасенков А. И., Кошелев И. М., Левочкин П. С., Мартиросов Д. С.* Способы подавления низкочастотных колебаний в ЖРД на режимах глубокого дросселирования. Труды НПО Энергомаш им. акад. В. П. Глушко (Химки). 2013. № 30. С. 104–110.
14. *Беляев Е. Н., Коломенцев А. И., Насименто Л. Б, Назаров В. П.* Влияние конструктивных параметров регулятора расхода на его статические и динамические характеристики. Вестник СибГАУ. 2014. №1 (53). С. 109–113.
15. *Лебединский Е. В., Зайцев Б. В., Соболев А. А.* Многоуровневое математическое моделирование регулятора расхода для ЖРД. Материалы сайта ГНЦ ФГУП «Центр Келдыша», Москва. 2011. 10 с. URL: http://www.lpre.de/resources/articles/reg_model.pdf.

16. *Долгополов С. И., Николаев А. Д.* Математическое моделирование низкочастотной динамики регулятора расхода при различных амплитудах гармонического возмущения. Техническая механика. 2017. № 1. С. 15–25. URL: http://www.journal-itm.dp.ua/RUS/Publishing/02-01-2017_rus.html https://doi.org/10.15407/itm2017.01.015
17. *Кошелев И. М., Мартиросов Д. С., Колбасенков А. И.* Влияние конденсации высокотемпературного окислительного газа в зоне криогенного кислорода на низкочастотную устойчивость ЖРД [Электронный ресурс]. Двигатель. 2012. № 6(84). С. 24–27. URL: http: //engine.aviaport.ru/issues/84/pics/pg24.pdf.
18. *Натанзон М. С.* Продольные автоколебания жидкостной ракеты. М: Машиностроение. 1977. 208 с.
19. *Пилипенко В. В., Довготько Н. И., Долгополов С. И., Николаев А. Д., Серенко В. А., Хоряк Н. В.* Теоретическое определение амплитуд продольных колебаний жидкостных ракет-носителей. Космічна наука і технологія. 1999. Т. 5. № 1. С. 90–96. URL: https://doi.org/10.15407/knit1999.01.90 https://doi.org/10.15407/knit1999.01.090
20. *Шевяков А. А., Калнин В. М., Науменкова М. В., Дятлов В. Г.* Теория автоматического управления ракетными двигателями. М.: Машиностроение. 1978. 288 с.
21. *Харрье Д. Т., Рирдон Ф. Г.* и др. Неустойчивость горения в ЖРД. М.: Мир. 1975. 869 с.
22. *Раушенбах Б. В.* Вибрационное горение. М. Государственное издательство физико-математической литературы. 1961. 500 с.
23. *Натанзон М. С.* Неустойчивость горения. М.: Машиностроение. 1986. 248 с.
24. *Дегтярев А. В.* Ракетная техника. Проблемы и перспективы. Днепр: АРТ-ПРЕСС. 2014. 420 с.
25. *Ларионов В. М., Зарипов Р. Г.* Автоколебания газа в установках с горением. Казань: Изд-во Казанского гос. техн. ун-та. 2003. 227 с.
26. *Кочетков Ю. М.* Турбулентность. Возникновение неустойчивости в ЖРД. Двигатель. 2012. № 2(80). С. 30–32. URL: www.dvigately.ru
27. *Кочетков Ю. М.* Турбулентность и автоколебательный процесс в ЖРД. Двигатель. 2012. № 3(81). С. 32–34. URL: www.dvigately.ru
28. *Гоцуленко В. В., Гоцуленко В. Н.* Автоколебания вибрационного горения в ЖРД, самовозбуждающиеся из-за феноменологического запаздывания сгорания топлива, и их математическое моделирование. Математическое моделирование. Днепродзержинский государственный технический университет. 2008. No 3(15). С. 39–42.
29. *Крокко Л.* О роли времени запаздывания в возбуждении продольных высокочастотных колебаний в камере сгорания ЖРД. Вопросы ракетной техники. №5. С. 24–29.
30. *Crocco L., Cheng S.-I.* High Frequency Combustion Instability in Rockets with Distributed Combustion. Fourth Symposium (International) on Combustion. 1953. Vol. 4. P. 865–880. https://doi.org/10.1016/S0082-0784(53)80111-6
31. *Крокко Л., Чжень Синь.* Теория неустойчивости горения в жидкостных ракетных двигателях. М.: Иностранная литература, 1958. 351 с.
32. *Махин В. А., Присняков В. Ф., Белик Н. П.* Динамика жидкостных ракетных двигателей. М.: Машиностроение. 1969. 834 с.
33. *Mark L. Dranovsky.* Combustion Instabilities in Liquid Rocket Engines: Testing and Development Practices in Russia. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 322 p. URL: https://doi.org/10.2514/4.866906
34. *Вуллис Л. А., Ершин Ш. А., Ярин Л. П.* Основы теории газового факела. Л.: Энергия. 1968. 250 с.
35. *Zhiguo Zhanga, Dan Zhaob, Nuomin Hanb, Shuhui Wangc, Junwei Lid*. Control of combustion instability with a tunable Helmholtz resonator. Aerospace Science and Technology. 2015. № 41. P. 55–62. https://doi.org/10.1016/j.ast.2014.12.011
36. *Laudein E., Pongratz R., Piero R., Preclik D., Yang V, Anderson W. E. (Eds.).* Experimental Procedures Aiding the Design of Acoustic Cavities in Liquid Rocket Engine Combustion Instability. Progress in Astronautics and Aeronautics. AIAA. Washington. DC. 1995. Vol. 169. Chap. 14. P. 377–399.
37. *Harrje D., Reardon F.* Liquid Rocket Engine Combustion Instability. NASA-SP-194. 1972. 657 p.
38. *Bell W. A., Zinn B. T.* The Prediction of Three-Dimensional Liquid-Propellant Rocket Nozzle Admittances. NASA. Tech. Report NASA-CR-121129. 1973. 68 p. URL: https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19730009080
39. *Koeglmeier S., Kaess R., Morgenweck D., Vollmer K., Kathan R., Sattelmayer T.* Rapid Approach for the prediction of Complex Acoustic Resonance Frequencies in Rocket Combustion Chambers. 2nd REST Modeling Workshop. 2010. 12 p.
40. *Crocco L.* Theoretical Studies on Liquid Propellant Rocket Instability. Tenth Symposium (International) on Combustion. 1965. P. 1101–1128. https://doi.org/10.1016/S0082-0784(65)80249-1
41. *Pirk Rogerio, d’Andrade Souto Carlos, Donizeti da Silveria Dimas, Candido Magno de Souza, Luiz Carlos Sandoval Goes.* Liquid rocket combustion chamber acoustic characterization. J. of Aerospace Technology and Management. 2010. Vol. 2, No. 3. P. 269–278. https://doi.org/10.5028/jatm.2010.02038810
42. *Лебединский Е. В., Чо Гю Сик.* Антипульсаuионные перегородки, как средство борьбы с неустойчивостью горения в камерах сгорания. М.: Машиностроение. Общероссийский научно-технический журнал "Полет". 2007. С. 42–47.
43. *Мосолов С. В., Сидлеров Д. А.* Исследование влияния антипульсационных перегородок на развитие рабочего процесса в камере сгорания кислородно-керосинового ЖРД с форсунками струйно-центробежного типа методом численного моделирования. Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Серия «Машиностроение». 2017. №2 (113). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-vliyaniya-

antipulsatsionnyh-peregorodok-na-razvitie-rabochego-protsessa-v-kamere-sgoraniya-kislorodno-kerosinovogo-zhrd-s (дата обращения: 10.12.2019). https://doi.org/10.18698/0236-3941-2019-2-34-46

44. *Mitchell C. E., Espander W. R.* Combustion Instability with Partial Length Acoustic Liners. NASA-CR-14-1131. 1973. URL: https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19750005853 2020-05-25T08:10:27+00:00Z
45. *Borghi R., Lacas F.* Modeling of Liquid-Propellant Spray Combustion in Rocket Engine Combustion. 2nd Int. Symposium on Liquid Rocket Propulsion. ONERA-Chatillon, France. June 19–21, 1995. P. 7-1–7-26.
46. *Gerhold T., Friedrich O., Evans J. Galle M*. Calculation of Complex Three-Dimensional Configurations Employing the DLR-TAU-Code. AIAA. 1997. Paper 97-0167. URL: https://doi.org/10.2514/6.1997-167
47. *Oschwald Mich., Faragó Zoltán, Searby Geoff, Cheuret Fr.* Resonance Frequencies and Damping of a Combustor Acoustically Coupled to an Absorber. Journal of Propulsion and Power. 2008. Vol. 24, No. 3. May–June 2008. P. 524–532. https://doi.org/10.2514/1.32313
48. *Anderson J. D.* Computational Fluid Dynamics. The basics with applications. McGraw-Hill Education. 1st edition. 1995. 574 p.
49. *Yang V., Lafon P.* Liquid Propellant Droplet Vaporization and Combustion. 2nd International Symposium on Liquid Rocket Propulsion. ONERA-Chatillon, France. June 19–21, 1995. P. 8-1–8-16.
50. *Chen C. P., Chen Y. S.* Modeling of Turbulent Mixing in Liquid-Propellant Spray. 2nd International Symposium on Liquid Rocket Propulsion. ONERA-Chatillon, France. June 19–21, 1995. P. 7-1–7-26.
51. *Gutheil E., Schlots D.* Numerical Approaches to Spray Combustion. 4th Symposium on Liquid Space Propulsion. DLR/Lmp. Germany, 2000, March 13–15. 12 p.
52. *Tucker P. K., Shee W. A.* Global Optimization Methodology for GO2/GH2 Single Element Injector Design. 4th Symposium on Liquid Space Propulsion. DLR/Lmp. Germany, March 13–15, 2000. 13 p.
53. *Новиков А. В., Ягодников Д. А., Буркальцев В. А., Лапицкий В. И.* Математическая модель и расчет характеристик рабочего процесса в камере сгорания ЖРД малой тяги на компонентах топлива метан–кислород. Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2004. Спец. вып. “Теория и практика современного ракетного двигателестроения”. С. 8–17.
54. *Kalmykov G. P., Larionov A. A., Sidlerov D. A., Yanchilin L. A.* Numerical simulation and investigation of working process features in high-duty combustion chambers. Journal of engineering thermophysics. 2008. Vol. 17. No. 3. P. 196–217. https://doi.org/10.1134/S1810232808030053
55. *Magnussen B. F., Hjertager B. H.* On Mathematical Modeling of Turbulent Combustion with Special Emphasis on Soot Formation and Combustion. 16th Symp. (Int.) on Combustion. The Combustion Institute. 1976. 719 p. https://doi.org/10.1016/S0082-0784(77)80366-4
56. *Gosman A. D., Ioannides E.* Aspects of Computer Simulations of Liquid-Fuelled Combustors. AIAA. 1981. 81 p. https://doi.org/10.2514/6.1981-323
57. *Mostafa A. A., Mongia H. C.* On the Turbulence-Particles Interaction in Turbulent Two-Phase Flows. AIAA. 1986. Paper No. AIAA-86–0215. URL: https://doi.org/10.2514/6.1986-215
58. *Khalil E. E., Spalding D. B., Whitelaw J. H.* The Calculation of Local Flow Properties in Two-Dimensional Furnaces. Int. J. Heat Mass Transfer. 1975. Vol. 18. No 16. P. 775–791. https://doi.org/10.1016/0017-9310(75)90207-0
59. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат. 1984. 148 с.
60. *Van-Doormaal J. P., Raithby G. D.* Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows. Numerical Heat Transfer. 1984. Vol. 67. P. 147–163. https://doi.org/10.1080/01495728408961817
61. *Patankar S. V.* Recent Developments in Computational Heat Transfer. J. of Heat Transfer. 1988. Vol. 110. Iss. 4b. 1037 p. https://doi.org/10.1115/1.3250608
62. *Karki K. C., Mongia H. C.* Recent Developments in Computational Combustion Dynamics. AIAA. 1989. Paper No. AIAA-89–2808. https://doi.org/10.2514/6.1989-2808
63. *Kalmykov G. P., Larionov A. A., Sidlerov D. A., Yanchilin L. A.* Numerical simulation of operation processes in the combustion chamber and gas generator of oxygen-methane liquid rocket engine. TORUS PRESS. EUCASS book Progress in Propulsion Physics. 2009. Vol. 1. Section Liquid and Gelled Rocket Propulsion. P. 185–204. Published online 16 Sept. 2011. DOI: 10.1051/eucass/200901185
64. *Мосолов С.В., Сидлеров Д.А., Пономарев А.А., Смирнов Ю.Л.* Расчетное исследование особенностей рабочего процесса в камерах сгорания ЖРД, работающих на топливе кислород – углеводороды. Труды МАИ. 2012. № 58. 10 с. URL: www.mai.ru/science/trudy/
65. *Мосолов С. В., Сидлеров Д. А., Пономарев А. А.* Сравнительный анализ особенностей рабочего процесса в камерах сгорания ЖРД со струйно-струйными и струйно-центробежными форсунками на основе численного моделирования. Труды МАИ. 2012. № 59. 9 с. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=34989.
66. *Сидлеров Д. А., Пономарев А. А.* Численное моделирование режимов испарения и горения капельных струй топлива в камерах сгорания жидкостных ракетных двигателей. Труды МАИ. 2014. № 77. С. 62–73.
67. *Kaess R., Koeglmeier S., Sattelmayer T., Schulze M., Oschwald M., Hardi J.* HF Combustion Stability – Research Activities in Germany. SP2016_3124816 – Space Propulsion Conference. Rome. 2016. 12 p. URL: https://elib.dlr.de/107846/1/Kaess2016_SP2016_3124816.pdf
68. *Banuti D.* Thermodynamic Analysis and Numerical Modeling of Supercritical Injection. Ph.D. Dissertation, University of Stuttgart. Stuttgart. 2014. 195 p. URL: https://www.researchgate.net/publication/279381888

69. *Mühlbauer B., Ewert R., Kornow O., Noll B.* Evaluation of the RPM Approach for the Simulation of Broadband Combustion Noise. AIAA paper. 2010. Vol 48. No 7. P. 1379–1389. Published Online 30 Apr. 2012. URL: https://doi.org/10.2514/1.45535
70. *Karl S., Lüdeke H.* Application of the DLR Tau code to predict acoustic damping rates in generic combustion chamber configurations. DLR-Interner Bericht. DLR IB 224-2012 A67. 2012. 11 p. URL: https://www.researchgate.net/scientific-contributions/75359824_Sebastian_Karl. URL in elib: https://elib.dlr.de/77563/
71. *Beinke S., Dally B., Oschwald M.* Modelling Acoustic Excitation for the Simulation of Combustion Instability Experiments. 18th Australasian Fluid Mechanics Conference Launceston. Australia. 3-7 December 2012. URL: https://people.eng.unimelb.edu.au/imarusic/proceedings/18/167%20-%20Beinke.pdf
72. *Douglas G. Talley, Suresh Menon Douglas*. Engine Level Simulation of Liquid Rocket Combustion Instabilities. AFPRD32132C5I. Air Force Research Laboratory, USA. 8 p. URL: https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA596950.pdf
73. *Schulze M., Schmid M., Morgenweck D., Koeglmeier S., Sattelmayer T. A.* Conceptional Approach for the Prediction of Thermoacoustic Stability in Rocket Engines. 49th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. 2013. 11 p. URL: https://doi.org/10.2514/6.2013-3779
74. *Koeglmeier S., Kaess R., Sattelmayer T.* Modelling of Acoustic Absorbers for Liquid Rocket Combustion Chambers. Space Propulsion Conference. 2014. URL: https://mediatum.ub.tum.de/1231959
75. *Schulze M., Sattelmayer T.* Linear Stability Assessment of a Cryogenic Rocket Engine. International Journal of Spray and Combustion Dynamics. 2017. Vol. 9(4). P. 277–298. DOI: 10.1177/1756827717695281
76. *Roland Kaess, Julia Braun, Roland Behr.* Calculation of HF Eigenmodes in Liquid Rocket Combustion Chambers. Germany. Munich. Airbus Safran Launchers. 5 p. URL: https://dokumen.tips/download/link/calculation-of-hf-eigenmodes-in-liquid-rocket-combustion-of-hf-eigenmodes-in
77. *Júlio A. Cordioli, Vincent Cotoni.* Applications of the hybrid FE-SEA method to vibroacoustic analysis of complex engineering structures. CA 92130. 20th International Congress of Mechanical Engineering. Gramado, RS, Brazil. November 15–20, 2009. 10 p.
78. *Bui T., Schröder W., Meinke M.* Numerical analysis of the acoustic field of reacting flows via acoustic perturbation equations. CompFluids. 2008. № 37(9). P. 1157–1169. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2007.10.014
79. *Шорин В.П.* и др. Акустические методы и средства измерения пульсаций давления. Самара: Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета. 2007. 132 с.
80. *Koeglmeier S. Kaess R.* Evaluation of Thermo-Acoustic Stability Behavior in Full-Scale Liquid Rocket Propulsion Systems. 8th European conference for aeronautics and aerospace sciences (EUCASS). 2019. 15 p. DOI: 10.13009/EUCASS2019-592.
81. *Вейер Х., Шодль Р.* Разработка и испытание различных экспериментальных методов измерения пульсирующего давления в турбомашинах. Труды ASME. Серия Д. 1971. № 4. С. 131–138.
82. *Долголенко Г. П., Дедеш В. Т., Леут А. П.* и др.; под общ. ред. *Долголенко Г. П.* Летные испытания специальных устройств и систем силовых установок самолетов и вертолетов. М.: Машиностроение. 1984. 128 с.
83. *Плотников И.В., Полухин Г. П., Шумилин В. П.* Состояние и задачи метрологического обеспечения измерения переменных давлений. Метрология. 1976. №4. С. 19–25.
84. *Андриянкин О. А.* Средства измерения пульсирующего давления в канале воздухозаборника самолета в стендовых условиях. Вопросы аэродинамики летательных аппаратов: Межвуз. сб. науч. тр. М. Московский авиационный институт. 1975. Вып. №323. С. 81–88.
85. *Бойков, Н. А., Звездин П. С., Резник Л. Б.* Измерение давлений при быстропротекающих процессах. М.: Энергия. 1970. 62 с.
86. *Вашны Е. М.* Динамика измерительных цепей. М.: Энергия. 1969. 288 с.
87. *Богданов В. В., Кукинов А. Е., Хвостова А. К. и др*. Влияние пульсаций потока в самолетных воздухозаборниках на работу компрессора ТРД. Обзор ЦАЕИ № 400. М. Изд. отд. ЦАЕИ, 1973. 166 с.
88. *Вялков А. В., Зименков Е. В.* Обзор методов и средств измерения давления. Труды ЦИАМ. 1988. №1258. С. 25–30.
89. *Залманзон Л. А.* Аэрогидродинамические методы измерения входных параметров автоматических систем. М.: Наука. 1973. 464 с.

Отримано 21.05.2020,
в остаточному варіанті 19.06.2020