УДК 629.76 https://doi.org/10.15407/itm2022.03.003

О. В. ПИЛИПЕНКО, О. Д. НІКОЛАЄВ, І. Д. БАШЛІЙ, Н. В. ХОРЯК

ПІДХІД ДО АНАЛІЗУ ПОЗДОВЖНЬОЇ СТІЙКОСТІ РІДИННОЇ РАКЕТИ-НОСІЯ ПАКЕТНОЇ СХЕМИ КОМПОНУВАННЯ

Інститут технічної механіки Національної академії наук України
і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: nikolaev.o.d@nas.gov.ua

Пакетна схема компонування ступенів ракет-носіїв (РН) досить поширена при створенні важких ракет-носіїв. Однак розвиток поздовжніх коливань в рідинних РН з пакетною схемою компонування ступенів має певні особливості.

Показано, що корпус таких РН як динамічний об'єкт має щільний спектр власних частот і складні просторові форми коливань, при цьому поздовжні коливання ідентичних елементів бічних блоків РН можуть відбуватися в одній фазі або в протифазі, а форми власних поздовжніх коливань центрального і бічних блоків можуть відрізнятися як по фазі, так і по амплітуді. Коливання тяги двигунів бічних блоків при польоті РН пакетної схеми також можуть відбуватися синфазно або протифазно, внаслідок чого взаємодія корпусу РН пакетної схеми з маршовими рідинними ракетними двигунними установками (РРДУ) її бічних блоків може надавати як стабілізуючий, так і дестабілізуючий вплив на поздовжню стійкість рідинної РН.

Розроблено математичну модель динамічної системи «РРДУ – корпус РН», яка описує взаємодію поздовжніх коливань корпусу двоступеневої РН пакетної схеми компонування з РРДУ її центрального і бічних блоків. Математичне моделювання вільних поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми компонування виконано з використанням комп'ютерних засобів скінченно-елементного проєктування (CAE-системи). Вперше моделювання поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми проведено з урахуванням дисипації енергії коливань рідкого палива і конструкції РН.

Запропоновано підхід до аналізу поздовжньої стійкості рідинних РН пакетної схеми, в якому використовується критерій Найквіста, узагальнений для випадку багатовимірних динамічних систем. Він заснований на розмиканні замкнутої динамічної системи «РРДУ – корпус ракети пакетної схеми» по каналах тяги РРДУ центрального і бічних блоків і дослідженні стійкості отриманих одноканальних систем. На основі запропонованого підходу виконано чисельне дослідження взаємодії поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми компонування і низькочастотних процесів в маршових рідинних ракетних двигунних установках першого ступеня цієї РН.

Ключові слова: *поздовжня стійкість ракети-носія пакетної схеми компонування, рідинний ракетний двигун, багатоконтурна система, узагальнений критерій Найквіста, частоти коливань, логарифмічні декременти коливань.*

The “core and strap-on boosters” layout of launch vehicle (LV) stages is quite common in heavy LV development. However, POGO oscillations in liquid-propellant LVs with this stage layout have some features.

It is shown that the structure of LVs of this type as a dynamic object has a dense spectrum of natural frequencies and complex spatial mode shapes. The longitudinal oscillations of the identical elements of the LV side strap-on boosters may be in phase or in antiphase, while the longitudinal mode shapes of the LV central core and strap-on boosters may differ both in phase and in amplitude. In flight, the thrust of the engines of the side strap-on boosters may also oscillate in phase or in antiphase, as a result of which the interaction of the LV structure with the sustainer propulsion systems of the side strap-on boosters may have both a stabilizing and a destabilizing effect on the POGO stability of a liquid-propellant LV.

This paper presents a mathematical model of the “liquid-propellant propulsion systems – LV structure” dynamic system. The model describes the interaction of the longitudinal vibrations of the structure of a two-stage “core and strap-on boosters” LV with the core and strap-on booster propulsion systems. The free longitudinal vibrations of the structure of a ‘core and strap-on boosters’ LV were simulated using computer-aided finite element design tools (CAE systems). The simulation was the first to account for the dissipation of the liquid propellant and LV structure oscillation energy.

The paper suggests an approach to analyzing the POGO stability of liquid-propellant “core and strap-on boosters” LVs with the use of the Nyquist criterion generalized to the case of multidimensional dynamic systems. The approach is based on opening the thrust feedback loops of the “liquid-propellant propulsion systems – structure” closed-loop dynamic system and studying the stability of the one-channel systems obtained in this way. Based on the proposed approach, the interaction between the longitudinal vibrations of the “core and strap-on boosters” LV structure and low-frequency processes in the liquid-propellant sustainer propulsion systems of the LV first stage was studied numerically.

Keywords: *POGO stability of liquid-propellant launch vehicle, liquid-propellant rocket engine, multiloop system, generalized Nyquist criterion, oscillation frequencies, logarithmic oscillation decrements.*

Вступ. Пакетна схема компонування ступенів ракет досить часто використовується при створенні ракет-носіїв (РН). Зокрема, її було використано у вітчизняних РН «Маяк-Т3.0» і РН «Маяк 43-2Т», американських РН «Delta-IV» і РН «Falcon-Heavy», європейській РН «Ариан-V», радянських та російських РН сімейства «Протон». На рис. 1 наведено просторові конфігурації деяких сучасних важких ракет-носіїв, що мають пакетні компонувальні схеми і знаходяться в даний час в стадії проєктування або експлуатації.

а) б) в)

Рис. 1 – Компонувальні схеми важких РН: РН «Маяк 43-2Т» (а), РН «Delta-IV» (б), РН «Falcon-Heavy» (в)

Треба відзначити, що розвиток поздовжніх коливань рідинних РН з пакетною схемою компонування ступенів має певні особливості, які слід враховувати при прогнозуванні поздовжньої стійкості РН. Висока щільність спектра власних частот, властива складним просторовим (тривимірним) формам пружних коливань корпусу РН пакетної схеми, значно ускладнює розрахунковий аналіз поздовжньої стійкості цих ракет. У діапазоні частот від 0 Гц до 30…50 Гц, в якому може реалізовуватися втрата поздовжньої стійкості РН [1], містяться частоти кілька сотень тонів власних коливань пружного корпусу РН пакетної схеми. Традиційний аналіз поздовжньої стійкості РН виконується на основі дослідження динамічної системи «живильні магістралі – рідинний ракетний двигун (РРД) – пружний корпус РН» (коротше – «рідинна ракетна двигунна установка (РРДУ) – корпус РН»), яка описує взаємодію низькочастотних процесів у РРДУ і пружних поздовжніх коливань корпусу РН для кожного тону коливань корпусу окремо, тобто без урахування взаємодії сусідніх тонів. За умови щільного спектра власних частот коливань корпусу РН таке спрощення може виявитися неприпустимим через суттєві похибки у визначенні параметрів коливань досліджуваної динамічної системи.

Перші тони власних коливань корпусу важкої рідинної РН пакетної схеми можуть мати досить низькі частоти (згідно з оцінками [2], їх значення можуть знаходитися на рівні до 1 Гц) і, таким чином, декілька власних частот коливань корпусу можуть опинитися в частотному діапазоні, характерному для динамічних процесів в системі керування рухом РН. Якщо також взяти до уваги ймовірно велику поперечну складову просторових коливань корпусу, частота яких для важких РН може бути ще меншою, стає очевидною можливість виникнення при польоті РН сприятливих умов для здійснення сильної взаємодії коливань корпусу РН і системи керування РН [3].

Традиційні методи стабілізації рідинних РН по відношенню до поздовжніх коливань, як правило, засновані на принципі «рознесення» резонансних частот коливань корпусу РН і РРДУ за рахунок такого зниження першої (найнижчої) частоти коливань рідкого палива в живильному трубопроводі РРДУ, щоб вона стала меншою за частоту першого тону власних коливань корпусу. Для важких РН значення цієї частоти може перебувати на рівні від 2 Гц до 3 Гц [4], що суттєво менше, ніж у рідинних РН легкого і середнього класу. Реалізація зазначеного методу стабілізації здебільше здійснюється шляхом установки в живильній магістралі РРДУ газорідинного акумулятора, що у випадку важких ракет може потребувати приєднання до системи подачі палива РРДУ значних додаткових (до кількасот літрів) об'ємів газу та рідини і призвести до суттєвого погіршення масо-енергетичних характеристик РН.

У рідинній РН пакетної схеми, перший ступінь якої складається з центрального і двох бічних блоків (рис. 1), динамічна взаємодія корпусу РН і її маршової РРДУ відбувається з такими формами поздовжніх коливань корпусу, коли параметри коливань його бокових блоків можуть суттєво (як за амплітудою, так і за фазою) відрізнятися від параметрів коливань центрального блоку. Таке явище може призводити як до посилення, так і до послаблення поздовжньої нестійкості ракети – залежно від співвідношень між фазами коливань тяги двигунів центрального і бічних блоків. Зазначені особливості динамічної взаємодії корпусу РН і маршових РРДУ її центрального і бічних блоків необхідно враховувати при математичному моделюванні і аналізі стійкості замкнутої динамічної системи «РРДУ – корпус РН».

Метою даної статті є розробка математичної моделі поздовжніх коливань РН пакетної схеми компонування і підходу до аналізу її поздовжньої стійкості на основі дослідження динамічної системи «РРДУ – корпус РН».

2. Математична модель динамічної системи «РРДУ — корпус РН пакетної схеми компонування». Аналіз поздовжньої стійкості рідинних ракет-носіїв на активній частині польоту проводиться на основі лінійної математичної моделі динамічної системи «РРДУ – корпус РН», параметри якої залежать від часу польоту. Моделювання поздовжніх коливань багатодвигунної рідинної РН з пакетною схемою компонування ступенів виконувалось стосовно до перспективної РН, яка знаходиться в стадії проєктування. Перший ступінь цієї РН складається з центрального та двох бічних блоків (рис. 1, а)). Математична модель замкнутої динамічної системи «РРДУ першого ступеня – корпус РН», розроблена в Інституті технічної механіки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України для аналізу поздовжньої стійкості зазначеної ракети на активній частині польоту в період роботи маршових двигунів її першого ступеня, складалася з рівнянь низькочастотної динаміки основних ланок цієї системи, а саме – корпусу РН, маршових РРД першого ступеня і їх живильних магістралей.

Однією з особливостей запропонованого підходу до аналізу поздовжньої стійкості рідинної РН пакетної схеми є моделювання поздовжніх коливань корпусу РН у замкнутій динамічній системі «РРДУ першого ступеня – корпус РН» з урахуванням дисипативних зв'язків між тонами його коливань.

Побудова розрахункової схеми вільних поздовжніх коливань центрального і бічних блоків зазначеної перспективної РН пакетної схеми компонування проводилася на основі її конструктивно-компонувальної схеми. Несучі конструкції центрального і бічних блоків у моделі представлялися у вигляді пружних тонкостінних стрижнів змінного перерізу. Пружні поздовжні коливання маршових РРД з частотою основного тону підсистеми «пружна рама – РРД» моделювалися одновимірними механічними осциляторами, які здійснюють коливальні рухи в напрямку поздовжньої осі РН.

Вільні поздовжні коливання корпусу рідинної РН описувалися з урахуванням дисипації енергії як коливання лінійної динамічної системи «конструкція корпусу РН – рідина в баках першого і другого ступенів» з «замороженими» коефіцієнтами. Урахування дисипації енергії в системі здійснювалося на основі моделі в‘язкого тертя [5], [6]. Математична модель цієї системи, побудована з використанням методу скінченних елементів, представлялася в матричному вигляді однорідним диференційним рівнянням [5], [7]:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = 0\,, \tag{1}$$

де X – вектор вузлових переміщень системи «балочна конструкція корпусу РН – рідина в баках першого і другого ступенів», який має довжину n_1; $\dot{X}(t) = dX(t)/dt;\ \ddot{X}(t) = d^2X(t)/dt^2$; n_1 – кількість ступенів свободи системи; M, C, K – відповідно матриця мас, коефіцієнтів демпфування і жорсткості, які мають порядок n_1.

Параметри власних поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми компонування розраховувалися на основі системи (1) з використанням методу комплексних амплітуд та засобів скінченно-елементного аналізу САЕ-систем [8].

В математичній моделі низькочастотної динаміки замкнутої системи «РРДУ першого ступеня – корпус РН» поздовжні коливання корпусу РН описувались як вимушені коливання дисипативної системи «конструкція корпусу РН – рідина в баках першого і другого ступенів» при дії збурювальних сил з боку РРДУ, тобто неоднорідним матричним диференційним рівнянням, відповідним рівнянню (1):

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t)\,, \tag{2}$$

де $F(t)$ – вектор довжиною n_1, компонентами якого є збурювальні сили, що діють на корпус РН з боку РРДУ (насамперед, коливання тяги двигунів та коливання тиску на вході у насоси системи живлення РРДУ) .

Математична модель низькочастотної динаміки маршового РРД першого ступеня при дії зовнішніх збурень будувалась на базі сучасних уявлень про динамічні процеси у всіх елементах двигуна, в тому числі в кавітуючих шнековідцентрових насосах окислювача і пального (наприклад, [9]). Відповідна лінеаризована система диференціальних рівнянь у відхиленнях, яка описує низькочастотну динаміку двигуна, складається з великого числа рівнянь і зазвичай [9], [10] представляється в такому вигляді:

$$\sum_{i=1}^{n}\left[a_{кі}¢\dot{x}_i + b_{кі}¢x_i + c_{кі}¢x_i\left(t - {}^{2}{}_{кі}\right)\right] = d_к¢y_к \quad к = 1 \div n\,, \tag{3}$$

де $¢x_i, ¢y_к$ – відхилення режимних параметрів двигуна і зовнішніх збурень; $a_{кі}, b_{кі,} c_{кі}$ – коефіцієнти системи, що залежать від конструктивних і режимних параметрів двигуна; $^{2}{}_{кі}$ – запізнювання в рівняннях низькочастотної динаміки газових трактів РРД.

В якості зовнішніх збурень, що діють на РРД на активній частині польоту РН, можуть розглядатися коливання тиску палива на днищах паливних баків центрального та бокового блоків ракети, зумовлені вібраціями її пружного корпусу, або безпосередньо поздовжні вібрації днищ паливних баків.

3. Визначення підходу до аналізу стійкості багатоканальної системи «РРДУ першого ступеня – корпус РН пакетної схеми компонування». Для специфічних умов визначення динамічної стійкості системи «живильні магістралі – РРД – пружний корпус РН» по відношенню до коливань, які виникають в її ланках, можна використовувати критерій Найквіста [11] у формулюванні для багатовимірної системи, яке вперше було наведено в роботі [12]. Використання критерія Найквіста у цьому формулюванні дозволяє проаналізувати вплив багатьох (різних) каналів передачі збурень на стійкість системи, в тому числі, вплив спільної дії декількох тонів корпусу РН.

Розглянемо багатоканальну систему, що має N каналів. Передавальна матриця багатоканальної системи $W_{pc}^{mul}(s)$ є узагальненням передавальної функції $w_{pc}(s)$ одноканальної системи, а елементами передавальної матриці $W_{pc}^{mul}(s)$ є передавальні функції одноканальних систем:

$$w_{i,k}(s) = w_{pc}(s)\,,$$

де s – змінна перетворення Лапаласа при нульових початкових умовах.

Розімкнемо багатоканальну систему по кожному каналу. Тоді ми отримаємо $N \times N$ передавальних функцій розімкнених одноканальних систем

$$¢y_i = w_{i,k}(s)¢x_k\,, \tag{4}$$

де $¢x_k$, $¢y_\text{і}$ – вхідна та вихідна змінні одноканальної системи з передавальною функцією $w_{i,k}(s)$; $i, k = 1, \ldots, N$.

Рівняння власного руху багатоканальної системи (у вигляді сукупності замкнутих самих на себе ланок) записується наступним чином

$$¢Y = W_{pc}^{mul}(s)¢X\,, \tag{5}$$

де $¢X = [¢x_\text{k}] = [¢x_1, ..., ¢x_N]$ – вектор змінних, що є вхідними для ланок з передавальними функціями $w_{i,k}(s)$; $¢Y = [¢y_\text{і}] = [¢y_1, ..., ¢y_N]$ – вектор змінних, що є вихідними для зазначених ланок.

Для замкнутих систем з додатним зворотним зв’язком, до яких належать динамічні системи «РРДУ – корпус РН» [1], характеристичні рівняння одноканальної системи (для кожної функції $w_{i,k}(s) = w_{pc}(s)$) та багатоканальної системи можуть бути записані таким чином:

$$1 - w_{pc}(s) = 0\,, \tag{6}$$

$$\det[E - W_{pc}^{mul}(s)] = 0\,. \tag{7}$$

Ці рівняння матимуть однакові корені, якщо прийняти

$$w_{pc}(s) = 1 - \det[E - W_{pc}^{mul}(s)] = 0, \tag{8}$$

де $s = j\mu$; j – уявна одиниця на комплексній площині: $j = (0; -1)$; μ – кутова частота: $0 < \mu < \infty$.

Таким чином, стійкість багатоканальної системи є еквівалентною стійкості одноканальної системи, у якої передавальна функція $w_{pc}(s)$ визначається співвідношенням (8), тобто багатоканальна система (при прийнятих припущеннях) стійка тоді і тільки тоді, коли годограф Найквіста

$$w_{pc}(j\mu) = 1 - \det[E - W_{pc}^{mul}(j\mu)] \tag{9}$$

не охоплює на комплексній площині точку з координатами $z = (+1; j0)$, яка належить дійсній осі.

Відомо, що для застосування критерію Найквіста до одноканальної системи матриця передавальних функцій W_{pc}^{mul} повинна відповідати певним умовам [12], тому на цю матрицю необхідно накласти наступне обмеження: елементи матриці $\Delta W_{pc}^{mul}(s)$, які визначаються різницею передавальних функцій $[\Delta W_{pc}^{mul}(s)]_{i,k} = w_{i,k}(s) - [W_{pc}^{mul}(s)]_{i,k}$, повинні бути стійкими функціями, обмеженими при $s \to \infty$. Легко бачити, що тоді функція $w_{pc}(s)$, яка визначається співвідношенням (9), є передавальною функцією стійкої ланки і її модуль обмежений на нескінченності.

У разі пакетної компонувальної схеми рідинної РН з трьома маршовими РРДУ (рис. 1, а)) для дослідження поздовжньої стійкості РН зручно розірвати в замкнутій системі «РРДУ – корпус РН» динамічні зв’язки між корпусом РН і її двигунними установками. Розглянемо дещо спрощену систему «РРДУ – корпус РН пакетної схеми», в якій ураховано лише одну лінію живлення РРДУ паливом – лінію окислювача. Коливальний контур «РРДУ – корпус РН» будемо розмикати по тязі РРДУ кожного з трьох блоків РН. Тоді передавальну матрицю W_{pc}^{mul} багатоканальної системи можна представити у вигляді добутку матриці прямих зв’язків $\left[\frac{¢z_i}{¢R_k}(s)\right]$ та матриці зворотніх зв’язків $\left[\frac{¢R_i}{¢z_k}(s)\right]$, елементами яких є функції, що визначають прямі та зворотні зв’язки у відповідних одноканальних системах:

$$W_{pc}(s) = \left[\frac{¢z_i}{¢R_k}(s)\right] \cdot \left[\frac{¢R_i}{¢z_k}(s)\right] = \begin{pmatrix} \frac{¢z_1}{¢R_1} & \frac{¢z_2}{¢R_1} & \frac{¢z_3}{¢R_1} \\ \frac{¢z_1}{¢R_2} & \frac{¢z_2}{¢R_2} & \frac{¢z_3}{¢R_2} \\ \frac{¢z_1}{¢R_3} & \frac{¢z_2}{¢R_3} & \frac{¢z_3}{¢R_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{¢R_1}{¢z_1} & \frac{¢R_2}{¢z_1} & \frac{¢R_3}{¢z_1} \\ \frac{¢R_1}{¢z_2} & \frac{¢R_2}{¢z_2} & \frac{¢R_3}{¢z_2} \\ \frac{¢R_1}{¢z_3} & \frac{¢R_2}{¢z_3} & \frac{¢R_3}{¢z_3} \end{pmatrix}, \quad i, k = 1 \div 3, \tag{10}$$

де δz_1, δz_2, δz_3 – змінні системи «РРДУ – корпус РН», якими описуються у відхиленнях коливання днищ баків окислювача кожного з трьох блоків РН (1 – лівого бічного блоку, 2 – центрального блоку, 3 – правого бічного блоку); δR_1, δR_2, δR_3 – змінні системи, якими описуються у відхиленнях коливання тяги маршових РРД зазначених трьох блоків РН.

Двигунні установки в кожній з наведених на рис. 1 конфігурацій рідинних РН мають автономні системи живлення. В цьому випадку можна вважати, що коливання днищ баків окислювача кожного автономного ракетного блоку спричиняють коливання тяги тільки «свого» маршового двигуна. Тоді

$$W_{pc}(s)=\begin{pmatrix}\frac{\delta z_1}{\delta R_1} & \frac{\delta z_2}{\delta R_1} & \frac{\delta z_3}{\delta R_1}\\ \frac{\delta z_1}{\delta R_2} & \frac{\delta z_2}{\delta R_2} & \frac{\delta z_3}{\delta R_2}\\ \frac{\delta z_1}{\delta R_3} & \frac{\delta z_2}{\delta R_3} & \frac{\delta z_3}{\delta R_3}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\frac{\delta R_1}{\delta z_1} & 0 & 0\\ 0 & \frac{\delta R_2}{\delta z_2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{\delta R_3}{\delta z_3}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{\delta z_1}{\delta R_1}\frac{\delta R_1}{\delta z_1} & \frac{\delta z_2}{\delta R_1}\frac{\delta R_2}{\delta z_2} & \frac{\delta z_3}{\delta R_1}\frac{\delta R_3}{\delta z_3}\\ \frac{\delta z_1}{\delta R_2}\frac{\delta R_1}{\delta z_1} & \frac{\delta z_2}{\delta R_2}\frac{\delta R_2}{\delta z_2} & \frac{\delta z_3}{\delta R_2}\frac{\delta R_3}{\delta z_3}\\ \frac{\delta z_1}{\delta R_3}\frac{\delta R_1}{\delta z_1} & \frac{\delta z_2}{\delta R_3}\frac{\delta R_2}{\delta z_2} & \frac{\delta z_3}{\delta R_3}\frac{\delta R_3}{\delta z_3}\end{pmatrix}. \quad (11)$$

На основі розробленої математичної моделі (3) були розраховані частотні характеристики РРДУ першого ступеня РН, які згодом використовувались у складі математичної моделі низькочастотної динаміки замкнутої системи «РРДУ першого ступеня – корпус РН» замість складної і громіздкої системи рівнянь (3). До цих характеристик належать частотні залежності відношення амплітуд коливань тяги кожного з РРД першого ступеня досліджуваної ракети пакетної схеми до амплітуд коливань днищ кожного з її паливних баків.

4. Дослідження взаємодії поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми компонування і низькочастотних процесів в маршових рідинних ракетних двигунних установках ступенів РН. Чисельне дослідження динамічної взаємодії корпусу даної РН пакетної схеми і РРДУ кожного з її трьох блоків проведено з урахуванням динамічного впливу на корпус РН тільки ліній окислювача кожної РРДУ. Зазначимо, що системи живлення двигунів центрального і бічних блоків в розрахунковій схемі досліджуваної ракети-носія є ідентичними один одному.

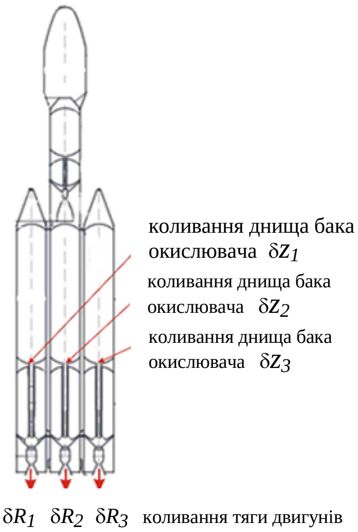


Рис. 2 – Розрахункова схема для аналізу стійкості досліджуваної РН пакетної схеми

Розроблено математичну модель динамічної системи «РРДУ – корпус РН», яка описує взаємодію поздовжніх коливань корпусу двоступеневої РН пакетної схеми компонування з РРДУ її центрального і бічних блоків. Розрахункову схему для аналізу стійкості досліджуваної рідинної РН пакетної схеми представлено на рис. 2.

Моделювання вільних поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми компонування виконано з використанням комп’ютерних засобів скінченно-елементного проєктування, при цьому для моделювання поздовжніх коливань конструкцій центрального і бічних блоків першого ступеня рідинної РН використовувалися стрижневі моделі з приєднаними осциляторами. Тут, мабуть, вперше чисельне моделювання власних поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми проведено з урахуванням дисипації енергії коливань рідкого палива і конструкції РН.

Для визначення параметрів власних поздовжніх коливань корпусу досліджуваної РН використовувалися засоби скінченно-елементного аналізу САЕ-систем [8]. Значення цих параметрів залежать від мас палива в паливних баках РН, які на активній частині польоту РН змінюються за часом польоту. Для зручності подальшого виконання аналізу поздовжньої стійкості РН результати розрахунків параметрів власних коливань корпусу РН були представлені як залежності визначених параметрів від часу польоту в період роботи маршових РРД її першого ступеня. На рис. 3 – 5 представлено результати розрахунків параметрів власних поздовжніх коливань зазначеної РН пакетної схеми компоновки ступенів.

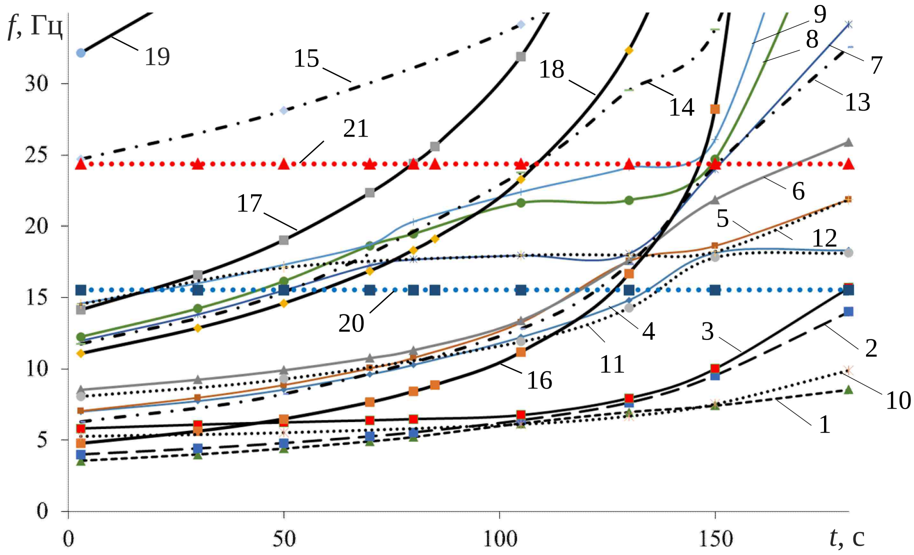


Рис. 3 – Розрахункові залежності власних частот І-го – ІХ-го тонів поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми та нижчих тонів поздовжніх коливань її автономних блоків і рідкого палива в паливних баках від часу польоту РН: 1 –9 – частоти коливань корпусу РН; 10 – 12 та 13 – 15 – автономних центрального та бічного блоку РН; 16, 17 та 18, 19 – палива в баку окислювача та в баку пального першого ступеня РН; 20, 21 та 22, 23 – палива в баку окислювача та баку пального другого ступеня РН

На рис. 3 показано розрахункові залежності власних частот І-го – ІХ-го тонів поздовжніх коливань корпусу цієї РН від часу польоту (криві 1 – 9). Для порівняльного аналізу на цьому ж рисунку поміщено результати розрахунків власних частот трьох нижчих тонів поздовжніх коливань автономних центрального і бокового блоків (криві 10 – 12 і 13 – 15) та двох нижчих тонів поздовжніх коливань рідкого палива в паливних баках окислювача (криві 16, 17) і пального (криві 18, 19) першого ступеня РН та в паливних баках окислювача (криві 20, 21) і пального (криві 22, 23) її другого ступеня. Залежності розрахункових логарифмічних декрементів І-го – ІХ-го тонів поздовжніх коливань корпусу цієї РН від часу на активній частині польоту зображені на рис. 4 кривими 1 – 9 відповідно.

Як видно з рис. 3, спектр власних частот поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми компонування є вельми щільним. На окремих інтервалах часу польоту РН частоти поздовжніх коливань корпусу РН зближуються з частотами коливань автономних блоків і частотами коливань рідини в паливних баках ракети. Взаємодія коливальних процесів, які мають близькі частоти, супроводжується перерозподілом енергії всередині системи, а отже, зміною значень декрементів відповідних тонів коливань системи. Так, внаслідок близькості значень частот перших трьох тонів поздовжніх коливань корпусу РН (рис. 3, криві 1 – 3) та частоти I-го тону поздовжніх коливань автономного центрального блоку (крива 10) майже на всьому інтервалі часу польоту РН відзначається зменшення декрементів I-го – III-го тонів коливань корпусу РН (рис. 4, криві 1 – 3).

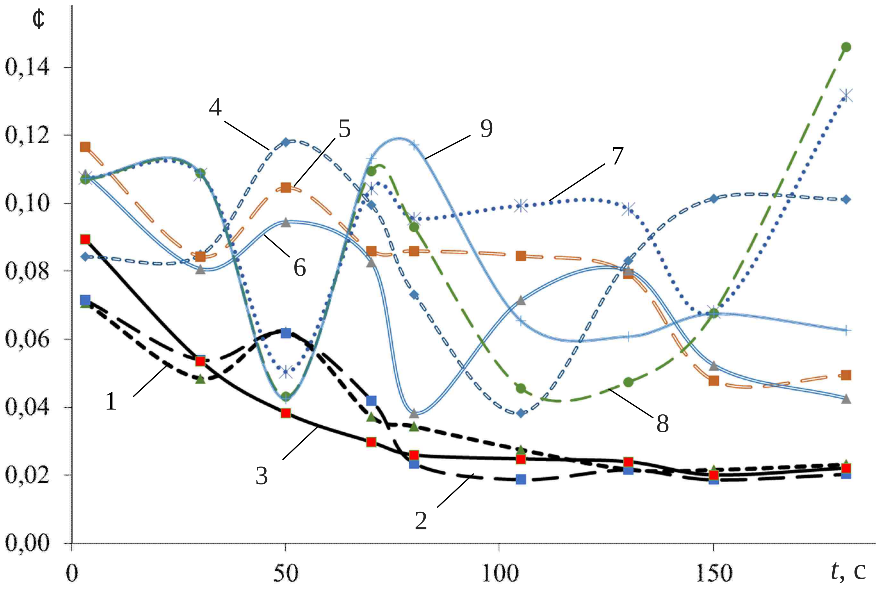
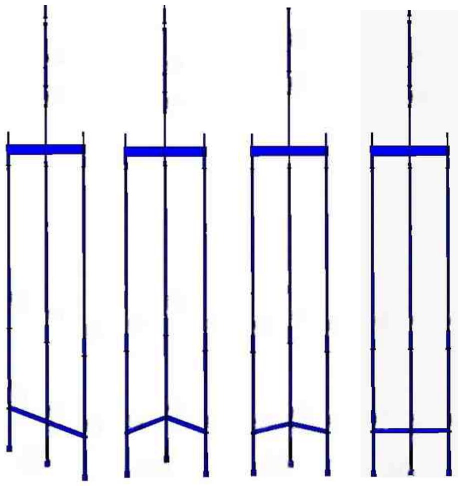


Рис. 4 – Розрахункові залежності декрементів I-го – IX-го тонів власних поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми компонування від часу польоту

При $t \approx 50$ с резонансна взаємодія поздовжніх коливань рідини в баку окислювача першого ступеня РН та конструкції корпусу РН з частотою, близькою до частот I-го – III-го тонів власних поздовжніх коливань корпусу, призвела до стрибкоподібної зміни (спочатку збільшення, а потім зменшення майже до вихідного рівня) декрементів I-го та II-го тону коливань корпусу в області внутрішнього резонансу (рис. 4, криві 1, 2). Типовою картиною при резонансній взаємодії є також стрибкоподібна зміна декрементів, які спочатку збільшуються, а потім зменшуються (наприклад, рис. 4, криві 7, 8, інтервал часу $25\text{ с} < t \approx 75\text{ с}$).

Таким чином, динамічна взаємодія підсистем центрального та бічних блоків корпусу РН, який має щільний спектр власних частот поздовжніх коливань, може призводити на різних інтервалах часу активної частини польоту РН до значного зменшення або до значного збільшення декрементів окремих тонів власних коливань корпусу РН. Ці явища виникають завдяки наявності в системі «конструкція РН пакетної схеми – паливо в баках» численних областей внутрішнього резонансу і обумовлені, зокрема, щільністю спектра її власних частот коливань.

На рис. 5 показано форми перших трьох тонів власних поздовжніх коливань корпусу РН (масштаб зміщень на рисунку для наочності збільшено), розраховані для моменту часу $t = 100$ с, коли значення їх частот дуже близькі ($f_1 = 6{,}18$ Гц, $f_2 = 6{,}39$ Гц, $f_3 = 6{,}76$ Гц), а відповідні значення декрементів вельми малі ($¢_1 = 0{,}028$, $¢_2 = 0{,}019$, $¢_3 = 0{,}024$). З цього рисунку видно, що в даному випадку коливання корпусу РН з частотою I-го тону характеризуються відмінністю фаз коливань її центрального і бічних блоків, при цьому коливання бічних блоків відбуваються у протифазі один до одного (рис. 5, а)). Форми коливань з частотою II-го і III-го тонів (рис. 5, б), в)) свідчать про те, що на цих частотах коливання бічних блоків відбуваються синфазно один до одного, але у протифазі по відношенню до центрального блоку.



а) б) в) г)

Рис. 5 – Форми нижчих тонів власних поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми: а) – I-го тону; б) – II-го тону; в) – III-го тону; г) – незбурений стан системи

На основі розробленої математичної моделі низькочастотної динаміки маршових РРДУ зазначеної РН були розраховані частотні характеристики двигунів, необхідні для моделювання в частотній області взаємодії поздовжніх коливань корпусу РН з низькочастотними процесами в маршових двигунах її першого ступеня, а саме – частотні залежності $\frac{\delta R_k}{\delta z_i}(j\omega)$ відношення амплітуд коливань тяги кожного рідинного ракетного двигуна $¢R_k(j\mu)$, $k = 1,\ldots 3$ до амплітуд коливань днищ кожного з паливних баків окислювача $¢z_i(j\mu)$, $i = 1,\ldots 3$.

На рис. 6, 7 представлено годографи частотних характеристик двох контурів багатоканальної системи «РРДУ – корпус РН пакетної схеми компоновки», а саме: контуру «лівий блок конструкції корпусу РН – маршова РРДУ центрального блоку» (рис. 6) та контуру «центральний блок конструкції корпусу РН – РРДУ центрального блоку» (рис. 7).

Частотна характеристика контуру «лівий блок конструкції корпусу РН – маршова РРДУ центрального блоку» $\frac{¢z_1}{¢R_2}(j\mu)\cdot\frac{¢R_1}{¢z_1}(j\mu)$ визначає динамічну реакцію лівого блоку корпусу РН на збурення, спричинені коливаннями тяги маршового двигуна центрального блоку $¢R_2$. Вона проявляється у збудженні пружних коливань конструкції лівого блоку РН і, зокрема, коливань днища паливного бака лівого блоку $¢z_1$, які призводять до коливань тяги маршового двигуна лівого блоку $¢R_1$.

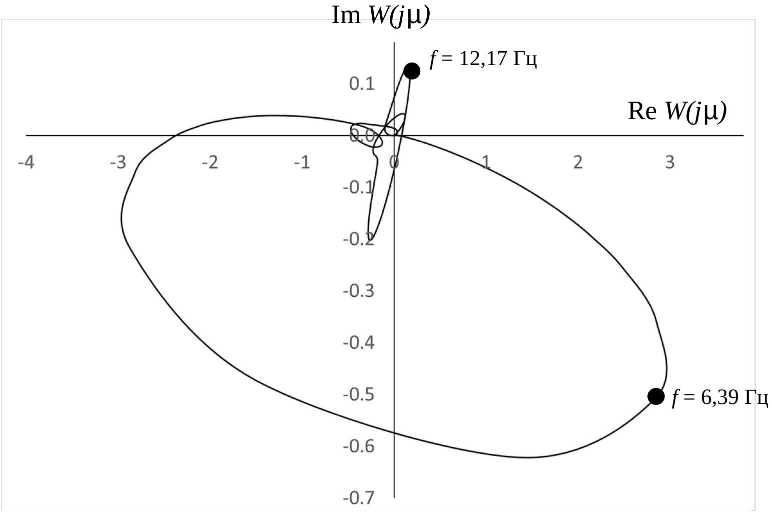


Рис. 6 – Годограф частотної характеристики

$W(j\omega)=\frac{\delta z_1}{\delta R_2}(j\omega)\times\frac{\delta R_1}{\delta z_1}(j\omega)$ контуру «лівий блок конструкції корпусу РН – маршова РРДУ центрального блоку»

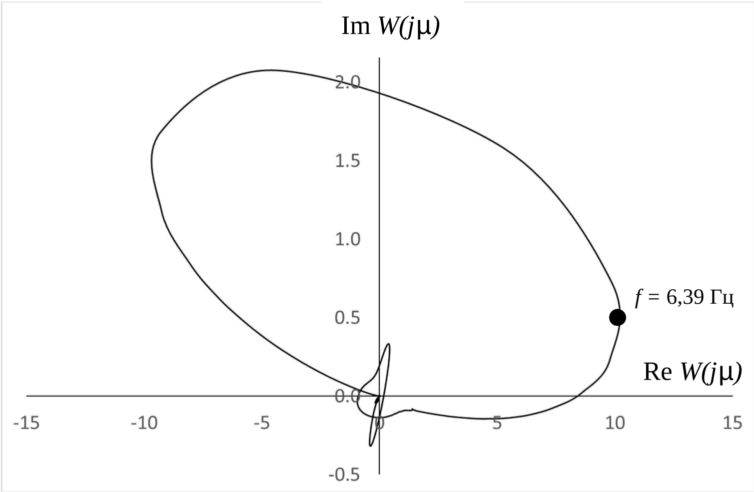


Рис. 7 – Годограф частотної характеристики

$W(j\mu)=\frac{¢z_2}{¢R_2}(j\mu)\cdot\frac{¢R_2}{¢z_2}(j\mu)$ контуру «центральний блок конструкції корпусу РН – маршова РРДУ центрального блоку»

Частотна характеристика $\frac{¢z_2}{¢R_2}(j\mu)\cdot\frac{¢R_2}{¢z_2}(j\mu)$ контуру «центральний блок конструкції корпусу РН – РРДУ центрального блоку» описує процес передачі збурень від коливань тяги маршового двигуна центрального блоку $¢R_2$ до коливань днища бака центрального блоку ¢z_2, внаслідок якого на певних частотах коливань виникає посилення або послаблення коливань тяги двигуна центрального блоку РН. Відзначимо, що тут годографи Найквіста представлені для динамічних систем «РРДУ – корпус РН» таким же чином, як прийнято в [1] при «класичному» аналізі поздовжньої стійкості рідинних РН (тобто у разі нестійкої системи годограф охоплює точку (+1; j 0)).

З аналізу годографів на рис. 6 – 7 випливає, що динамічна взаємодія корпусу РН пакетної схеми і маршових РРД її автономних центрального і бічних блоків більшою мірою здійснюється через контур «центральний блок конструкції корпусу РН – РРДУ центрального блоку». У цьому випадку коливання корпусу рідинної ракети, що визначають поздовжню стійкість РН , можуть розвиватися з частотами, близькими до власних частот коливань конструкції окремо виділеного центрального блоку.

5. Висновки. Запропоновано підхід до аналізу поздовжньої стійкості рідинних РН з пакетною схемою компонування ступенів, який засновано на використанні критерія Найквіста, узагальненого для випадку багатоканальних динамічних систем. Запропонований підхід передбачає розмикання замкнутої динамічної системи «РРДУ – корпус ракети пакетної схеми» по каналах тяги РРДУ усіх N автономних блоків корпусу РН (тобто її центрального та (N–1) бічних блоків) і дослідження стійкості отриманих одноканальних систем «РРДУ k-го блоку корпусу РН – i-й блок корпусу РН» (i, k = 1,…, N).

Відмінною особливістю цього підходу є також використання у складі динамічної системи «РРДУ – корпус РН пакетної схеми» удосконаленої математичної моделі поздовжніх коливань корпусу РН, які описуються як коливання багатовимірої багатозв’язкової дисипативної системи. Це дозволяє виконувати аналіз поздовжньої стійкості рідинної РН пакетної схеми з урахуванням не тільки великої кількості тонів поздовжніх коливань корпусу РН, але й дисипативних зв’язків між ними, що набуває особливої важливості в умовах щільного спектра власних частот коливань, притаманного конструкціям важких РН пакетної схеми компонування, і підвищує точність результатів математичного моделювання.

Розроблено математичну модель динамічної системи «РРДУ – корпус РН», яка описує взаємодію поздовжніх коливань корпусу двоступеневої РН пакетної схеми компонування та РРДУ її центрального і двох ідентичних бічних блоків. Математичне моделювання вільних поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми компонування виконано з використанням комп'ютерних засобів скінченно-елементного проєктування (САЕ-системи), при цьому для моделювання поздовжніх коливань конструкцій центрального і бічних блоків першого ступеня рідинної РН використовувалися «стрижневі» моделі з приєднаними осциляторами. Вперше моделювання поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми проведено з урахуванням дисипації енергії коливань рідкого палива і конструкції РН.

На основі запропонованого підходу виконано чисельне дослідження взаємодії поздовжніх коливань корпусу РН пакетної схеми компонування, перший ступінь якої складається з центрального та двох бічних ідентичних блоків, і низькочастотних процесів в маршових рідинних ракетних двигунних установках першого ступеня РН.

Визначено, що в розглянутому випадку динамічна взаємодія корпусу РН пакетної схеми і маршових РРД її блоків здійснюється переважно через контур «маршова РРДУ центрального блоку – центральний блок корпусу РН», і саме він має визначальний вплив на поздовжню стійкість РН. Показано, що згідно з критерієм Найквіста цей контур є нестійким, в той час як годографи Найквіста, побудовані для інших одноканальних систем «РРДУ k-го блоку корпусу РН – i-й блок корпусу РН (i, $k = 1, \ . \ . \ . \ , N$)», не охоплюють точку $(+1; \ j\,0)$.

1. *Натанзон М. С.* Продольные автоколебания жидкостной ракеты. М.: Машиностроение, 1977. 208 с.
2. *Балакирев Ю. Г.* Решение проблемы продольных колебаний советских жидкостных ракет в полете: достижения и неудачи. Часть 1. Космонавтика и ракетостроение. 2012. С. 185–191.
3. *Колесников К. С.* Динамика ракет. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.
4. *Lock M., Rubin S.* Active Suppressor of POGO on the Space Shuttle. Aerospace Corporation, NASA. Contract NAS3–17752; AIR–75/7428 – 1. NASA, 1974. CR–134749.
5. *Николаев А. Д., Хоряк Н. В.* Определение параметров собственных продольных колебаний конструкции корпуса жидкостных ракет-носителей с учетом диссипации энергии. Авиационно-космическая техника и технология. 2004, № 4 (12). С. 62–73.
6. *Николаев А. Д., Хоряк Н. В., Серенко В. А., Клименко Д, В., Ходоренко В.Ф., Башлий И. Д.* Учет диссипативных сил при математическом моделировании продольных колебаний корпуса жидкостной ракеты. Техническая механика. 2016. № 2. С. 16–31.
7. *Башлий И. Д., Николаев А. Д.* Математическое моделирование пространственных колебаний оболочечных конструкций с жидкостью с использованием современных средств компьютерного проектирования и анализа. Техническая механика. 2013. № 2. С. 18–25.
8. *Kohnke P.* Ansys Inc. Theory Manual. 001369. Twelfth Edition. Canonsburg : SAS IP, 2001. 1266 p.
9. *Пилипенко О. В., Прокопчук А. А., Долгополов С. И., Хоряк Н. В., Николаев А. Д., Писаренко В. Ю., Коваленко В. Н.* Математическое моделирование и анализ устойчивости низкочастотных процессов в маршевом ЖРД с дожиганием генераторного газа. Вестник двигателестроения. 2017. № 2. С. 34–42.
10. *Гликман Б. Ф.* Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. 2–е издание, перераб и доп. М.: Машиностроение, 1989. 296 с.
11. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972. 767 с.
12. *Булгаков Б. В.* Цепи регулирования с звеньями, имеющими по нескольку степеней свободы. Прикладная математика и механика. 1950. Т. XIV, вып. 6. С. 619–650.

Отримано 12.08.2022,
в остаточному варіанті 28.09.2022