УДК 532.528:621 https://doi.org/10.15407/itm2024.01.016

**С. І. ДОЛГОПОЛОВ**

# ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТОВ ГІДРОДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ КАВІТУЮЧИХ НАСОСІВ РІДИННИХ РАКЕТНИХ ДВИГУНІВ ЗА ЇХ ТЕОРЕТИЧНИМИ ПЕРЕДАТНИМИ МАТРИЦЯМИ

*Інститут технічної механіки*
*Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,*
*вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: dolmrut@gmail.com*

Визначення характеристик кавітуючих насосів рідинних ракетних двигунів (РРД) є актуальним завданням у зв'язку з необхідністю забезпечення поздовжньої стійкості рідинних ракет-носіїв і стійкості рідинних двигунних установок по відношенню до кавітаційних коливань. Розробка достовірної математичної моделі кавітуючих насосів РРД дозволяє вирішити це завдання. Метою роботи є визначення залежностей від числа кавітації і параметру режиму коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД із зосередженими параметрами за їх теоретичними передатними матрицями, отриманими за моделлю з розподіленими параметрами. У роботі за теоретичними передатними матрицями кавітуючих насосів визначені залежності від режимних параметрів таких коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД: кавітаційна пружність, кавітаційний опір, час затримки передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн у насосі та коефіцієнт розподілу кавітаційного опору. Два останні коефіцієнти є новими в гідродинамічній моделі кавітуючих насосів, введеними при її верифікації за експериментальними та теоретичними передатними матрицями насосів. Аналіз залежності коефіцієнта розподілу кавітаційного опору від режимних параметрів показує, що зі збільшенням числа кавітації він помітно зменшується. Це говорить про те, що місце розташування зосередженої податливості кавітаційних каверн зміщене від середнього положення в бік входу в насос. Таким чином, припущення про те, що зосереджена кавітаційна податливість розташовується посередині приєднаної каверни і не змінює свого положення при зміні числа кавітації, не підтвердилося. Перетин залежності коефіцієнта розподілу осі абсцис в районі числа кавітації 0,25 може означати межу існування приєднаних кавітаційних каверн і, отже, межу застосування теоретичної моделі. Залежності часу затримки передачі збурення за зміни числа кавітації мають стрімке зростання при числах кавітації 0,05. При числах кавітації 0,25 вони набувають значень, близьких до постійних.

***Ключові слова:*** *рідинний ракетний двигун, шнековідцентровий насос, кавітація, гідродинамічна модель, передавальна матриця.*

The characterization of cavitating pumps of liquid-propellant rocket engines (LPRE) is an important problem because of the need to provide the pogo stability of liquid-propellant launch vehicles and the stability of liquid-propellant propulsion systems for cavitation oscillations. The development of a reliable mathematical model of LPRE cavitating pumps allows this problem to be resolved. The goal of this work is to determine the cavitation number and operating parameter dependences of the coefficients of a lumped-parameter hydrodynamic model of LPRE cavitating pumps from their theoretical transfer matrices obtained by a distributed-parameter model. The following coefficients are found as a function of operating parameters: the cavitation elasticity, the cavitation resistance, the cavity-caused disturbance transfer delay time, and the cavitation resistance distribution coefficient. The last two coefficients are new in the hydrodynamic model of cavitating pumps, and they were introduced when verifying the model using experimental and theoretical pump transfer matrices. Analyzing the cavitation resistance distribution coefficient as a function of operating parameters shows that it markedly decreases with increasing cavitation number. This testifies to that the location of the lumped cavity compliance is shifted from the mid position towards the pump inlet. Therefore, the assumption that the lumped cavity compliance is located in the middle of the attached cavity regardless of the cavitation number is not justified. The fact that the distribution coefficient as a function of cavitation number intersects the abscissa axis near a cavitation number of 0.25 may indicate the boundary of existence of attached cavities and thus the applicability boundary of the theoretical model. The disturbance transfer delay time as a function of cavitation number sharply increases at cavitation numbers of about 0.05. At cavitation numbers of about 0.25, it is close to a constant.

***Keywords:*** *liquid-propellant rocket engine, inducer-equipped centrifugal pump, cavitation, hydrodynamic model, transfer matrix.*

**Вступ.** Визначення характеристик кавітуючих насосів рідинних ракетних двигунів (РРД) є актуальним завданням у зв'язку з необхідністю забезпечення поздовжньої стійкості рідинних ракет-носіїв і стійкості рідинних двигунних установок по відношенню до кавітаційних коливань. Розробка достовірної математичної моделі кавітуючих насосів РРД дозволяє вирішити це завдання, але є досить складною і незавершеною. Відомо [1], що для виникнення автоколивань у будь-якій системі необхідні три компоненти: коливальна ланка, джерело енергії та механізм зворотного зв’язку. При цьому практично у всіх математичних моделях кавітуючих насосів перші два компоненти збігаються. Коливальна ланка складає живильний трубопровід з розташованими на вході в насос кавітаційними кавернами, а джерелом енергії є турбонасосний агрегат. Різноманіття механізмів зворотного зв’язку, що пояснюють самозбудження кавітаційних коливань, пояснюється складністю кавітаційних течій в насосах і різноманітністю явищ і процесів, що їх супроводжують.

У кінетичній моделі, запропонованій М. С. Натанзоном [1, 2], механізм самозбудження кавітаційних коливань пов’язаний з нерівноважними кінетичними процесами в каверні та залежністю винесення парової фази від об’єму кавітаційної порожнини. Аналогічна модель, заснована на урахуванні нерівноважних процесів у кавітаційній каверні, описана у роботі [2]. В обох моделях приймається, що тиск у каверні в процесі коливань не залишається незмінним, рівним тиску пружності пари.

В. В. Пилипенком було запропоновано модель динаміки кавітуючого насоса з транспортним запізненням [2, 4]. Час запізнення прийнято рівним часу руху рідини ділянкою проточної частини насоса, заповненого гомогенною сумішшю бульбашок із пари і рідини. Подальший розвиток ця модель отримала у роботах К. С. Колесникова та В. Г. Кінельова. Так, модель з одним транспортним запізненням у шнековому переднасосі автори доповнюють транспортним запізненням у відцентровому колесі [5]. Далі в роботах [6, 7] показано, що запізнювання передачі збурення в проточній частині шнека і живильному трубопроводі може бути також обумовлено існуванням цілого ряду вихрових утворень, до яких автори відносять: кінцеві вихори, що утворюються в результаті згортання щілинного потоку напірної сторони лопатки на всмоктувальну; вихрові системи, пов’язані з вторинними течіями на периферії лопатки і, нарешті, системи дискретних вихрових джгутів, що формуються при розвитку нестійкості в шарі рідини на межі між прямим і зворотним потоками в зоні зворотних течій на вході в насос. Крім того, в роботах [6, 7] системи вихрових джгутів розглядаються як самостійні автоколивальні системи, а кавітаційні коливання в гідравлічній лінії з кавітуючим насосом – як вимушені коливання.

У гомогенній моделі динаміки кавітуючого насоса, запропонованої В. В. Пилипенком [2, 4], основною причиною самозбудження коливань у насосній системі є зменшення коефіцієнта лобового опору решітки профілів шнека та втрат енергії активного потоку перед шнеком зі збільшенням витрати рідини (на режимах з інтенсивними зворотними течіями на вході в шнек). У цій моделі було звернено увагу на те, що зворотні течії на вході в шнек можуть відігравати роль ланки додавального зворотного зв’язку, що викликає втрату стійкості до кавітаційних коливань.

Розробка математичної моделі динаміки кавітуючого насоса, у якій лише зворотні течії на вході в шнек якраз і відіграють роль ланки додавального зворотного зв’язку, є в роботах Н. С. Єршова [див. наприклад 8].

Відомий ряд робіт [9 – 11], де різними авторами представлені помпажні моделі динаміки кавітуючого насоса. Помпажні коливання, характерні для пневматичних систем [12], з’являються лише за наявності висхідної ділянки на напірній характеристиці чи низхідній на кавітаційній характеристиці насоса. Приклад помпажних коливань у гідравлічній системі з маловитратним та низьконапірним відцентровим насосом живлення є у роботі [13]. Автори робіт [10, 11] представили помпажні моделі кавітуючого насоса, в основу яких покладено наявність виявлених авторами висхідних ділянок на експериментальних характеристиках напірних [14] і низхідних ділянок на експериментальних кавітаційних характеристиках [10] насосів. У роботі [9] показано, що при подачі вільного газу на вхід у насос можуть самозбуджуватися коливання, природа яких аналогічна помпажним коливанням. У цьому випадку на напірній характеристиці шнека в області малих витрат утворюється висхідна ділянка [15], а між шнеком і відцентровим колесом спостерігається скупчення газу – сепараційна каверна.

Існує ряд робіт [16–19], де представлені суто емпіричні моделі динаміки кавітуючих насосів, які побудовані в основному за результатами визначення експериментальних передавальних матриць кавітуючих насосів і які мають вузьку область застосування.

Найбільш повно в даний час розроблена і вигідно виділяється охопленням відомих експериментальних фактів, накопиченим досвідом дослідження насосів і вирішенням різних завдань динаміки з кавітуючими насосами [20–26] група математичних моделей динаміки кавітуючих насосів, які засновані на теорії струминного кавітаційного обтікання решітки профілів і названі гідродинамічними [2, 4]. Механізм додавального зворотного зв’язку в гідродинамічній моделі кавітуючого насоса було встановлено В. В. Пилипенком [27]. Основною причиною самозбудження коливань по цій моделі є від’ємний опір кавітації при вході рідини в міжлопатеві канали шнекового переднасоса, обумовлене тим, що зі збільшенням кута атаки (зменшенням витрати через насос) об’єм кавітаційних каверн збільшується.

У роботі [28] представлена методика визначення динамічних характеристик насосів, що працюють у режимі часткової кавітації як системи з розподіленими параметрами. Ця методика заснована на нелінійній моделі нестаціонарного кавітаційного обтікання решітки напівнескінченних пластин потоком ідеальної рідини [29]. Зазначена модель дозволяє визначити профіль кавітаційної каверни на площині розгортки циліндричного перерізу осьового шнекового переднасоса при перебігу рідини, що встановилася, шляхом вирішення завдання Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь. При малих відхиленнях перебігу стаціонарних значень модель дозволяє визначити динамічні характеристики насоса [28, 30].

У роботі [31] проведена верифікація гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД з використанням теоретичної передавальної матриці кавітуючого насоса, отриманої за методикою [28]. Результати цієї верифікації показали, що модель динаміки кавітуючих насосів, яка включає чотири коефіцієнти моделі, дозволяє задовільно описати кавітаційні явища в насосах РРД в частотному діапазоні до 200 Гц. До цих коефіцієнтів входить кавітаційна пружність $B_1$, кавітаційний опір $B_2$, час затримки передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн у насосі $^{2}{}_{K}$ та коефіцієнт розподілу кавітаційного опору $k_2$.

Метою роботи є визначення залежностей від режимних параметрів коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД із зосередженими параметрами за їх теоретичними передатними матрицями, отриманими за моделлю з розподіленими параметрами.

**1. Гідродинамічна модель кавітуючих насосів РРД**. Розрахункова схема аналізованої гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД [31] представлена на рис. 1. Тут через a-b позначений вхід в проточну частину насоса, через c-d – її вихід. Зосереджена податливість кавітаційних каверн розташовується в місці тиску $p_1'$. У цьому перерізі змінюється витрата рідини з $G_1$ (витрата рідини на вході) на $G_2$ (витрата рідини на виході). Коефіцієнт розподілу кавітаційного опору $k_2$ показує, яка частина кавитационного опору $B_2$ відноситься до витрати $G_1$, решта $(1-k_2)$ – до витрати $G_2$. Тиск на вході в насос $p_1$ не дорівнює тиску $p_1'$ в місці розташування зосередженої податливості кавітаційних каверн, час $\tau_K$ характеризує затримку передачі збурення між тисками $p_1$ і $p_1'$.

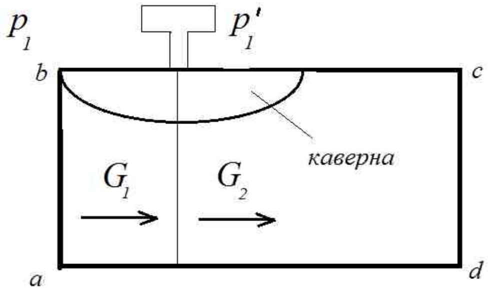


Рис. 1 – Розрахункова схема гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД

Відповідно до розрахункової схеми (см. рис. 1) гідродинамічна модель кавітуючих насосів РРД включає рівняння динаміки кавітаційних каверн і рівняння ланки запізнювання відносно тиску на вході в насос, яка апроксимована рядом Тейлора 1-го порядку

$$j\omega\delta p_1' = -\frac{B_1}{\gamma}\left(\delta G_1 - \delta G_2\right) + j\omega k_2 B_2\,\delta G_1 + j\omega\left(1-k_2\right)B_2\,\delta G_2, \qquad (1)$$

$$\delta p_1' = \frac{\delta p_1}{1 + j\omega\tau_K}, \qquad (2)$$

де $\delta$ – лінійне відхилення параметра; $j$ – уявна одиниця; $\omega$ – кутова частота коливань; $\gamma$ – питома вага рідини.

Рівняння динаміки кавітаційних каверн і рівняння ланки запізнювання відносно тиску на вході в насос (1) і (2) визначають другий рядок передавальної матриці кавітуючих насосів

$$\begin{cases} \delta p_2 = b_{11}\,\delta p_1 + b_{12}\,\delta G_1 \\ \delta G_2 = b_{21}\,\delta p_1 + b_{22}\,\delta G_1 \end{cases}, \qquad (3)$$

де $b_{11}$, $b_{12}$, $b_{21}$ и $b_{22}$ – елементи передавальної матриці насоса; $p_2$ – тиск на виході з насосу.

З (1) і (2) можуть бути визначені елементи $b_{21}$ і $b_{22}$ матриці (3)

$$b_{21} = \frac{j\omega}{\left(B_1/\gamma + j\omega\left(1-k_2\right)B_2\right)\left(1 + j\omega\tau_K\right)},\; b_{22} = 1 - \frac{j\omega B_2}{B_1/\gamma + j\omega\left(1-k_2\right)B_2}$$

і їх дійсні і уявні частини

$$\mathrm{Re}\,b_{21} = \frac{\omega^2\left(B_1/\gamma\,\tau_K + B_2\left(1-k_2\right)\right)}{\Delta_1}, \qquad \mathrm{Im}\,b_{21} = \frac{\omega\left(B_1/\gamma - \omega^2\tau_K B_2\left(1-k_2\right)\right)}{\Delta_1}, \qquad (4)$$

$$\operatorname{Re} b_{22} = \frac{(B_1/\yen)^2 - \mu^2 k_2 (1-k_2) B_2^2}{\Delta_2}, \qquad \operatorname{Im} b_{22} = \frac{-B_1/\yen\, \mu B_2}{\Delta_2}, \tag{5}$$

$$\Delta_1 = \left(1+\mu^{2\,2}{}^{2}_{K}\right)\left((B_1/\yen)^2 + \mu^2 (1-k_2)^2 B_2^2\right), \quad \Delta_2 = (B_1/\yen)^2 + \mu^2 (1-k_2)^2 B_2^2 . \tag{6}$$

Кількість дійсних і уявних частин коефіцієнтів другого рядка передавальної матриці насоса (3) дорівнює чотирьом і дорівнює кількості змінних гідродинамічної моделі $B_1$, $B_2$, ${}^{2}{}_{K}$ і $k_2$. Це дозволяє визначити ці коефіцієнти моделі. Однак для цього необхідно вирішити систему складних нелінійних рівнянь (4) – (6).

Це завдання може бути суттєво спрощено, якщо ввести відповідно до [31] наступну заміну змінних

$$B_2 k_2 = B_2 - \frac{B_1 T_K}{\yen} \quad \text{та} \quad B_2 (1-k_2) = \frac{B_1 T_K}{\yen},$$

де $T_K$ – постійна часу кавітаційних каверн [2].

У цьому випадку можуть бути визначені формули для послідовного обчислення шуканих коефіцієнтів гідродинамічної моделі

$${}^{2}{}_{K} = \frac{\dfrac{\operatorname{Re} b_{21}}{\operatorname{Im} b_{21}} - \dfrac{\operatorname{Re} b_{22} - 1}{\operatorname{Im} b_{22}}}{\mu \left(1 + \dfrac{\operatorname{Re} b_{22} - 1}{\operatorname{Im} b_{22}} \dfrac{\operatorname{Re} b_{21}}{\operatorname{Im} b_{21}}\right)}, \qquad B_1 = \frac{\mu\yen \left(1 - \mu\, {}^{2}{}_{K} \dfrac{\operatorname{Re} b_{22} - 1}{\operatorname{Im} b_{22}}\right)}{\operatorname{Im} b_{21} \left(1 + \left(\dfrac{\operatorname{Re} b_{22} - 1}{\operatorname{Im} b_{22}}\right)^2\right)\left(1 + \mu^{2\,2}{}_{K}{}^{2}\right)}$$

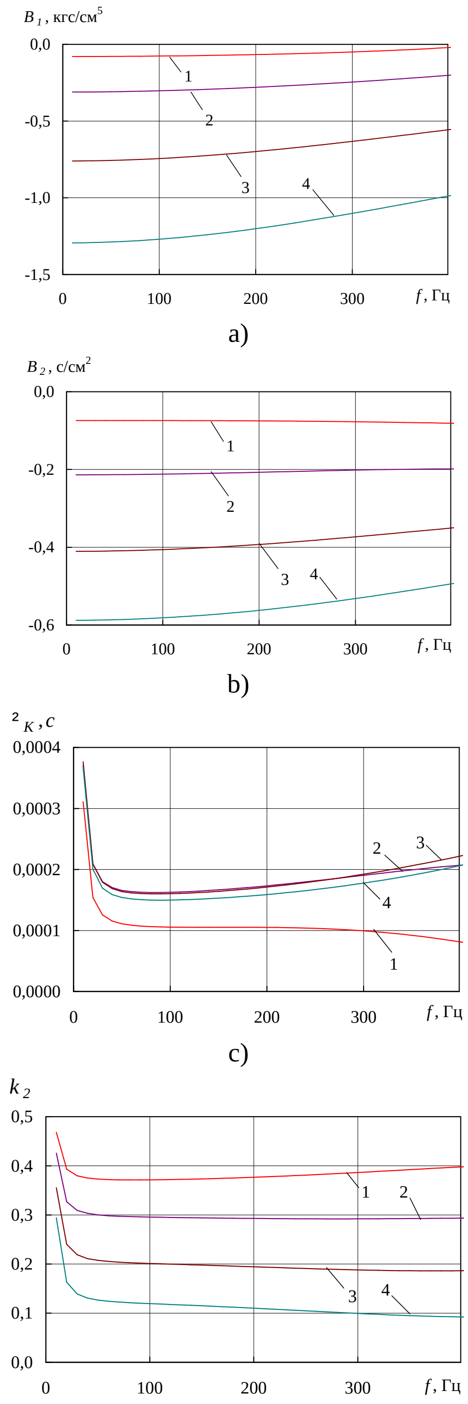
$$B_2 = \frac{-\operatorname{Im} b_{22} B_1}{\mu\yen} \left(1 + \left(\frac{\operatorname{Re} b_{22} - 1}{\operatorname{Im} b_{22}}\right)^2\right), \qquad k_2 = 1 - \frac{B_1}{\yen B_2} \frac{\operatorname{Re} b_{22} - 1}{\mu \operatorname{Im} b_{22}} .$$

Коефіцієнт $k_2$ – це єдиний коефіцієнт гідродинамічної моделі, який може бути визначений безпосередньо за значеннями тільки елементу передавальної матриці насоса $b_{22}$

$$k_2 = 1 + \frac{\operatorname{Re} b_{22} - 1}{(\operatorname{Im} b_{22})^2 \left(1 + \left(\dfrac{\operatorname{Re} b_{22} - 1}{\operatorname{Im} b_{22}}\right)^2\right)} .$$

**2. Визначення коефіцієнтів гідродинамічної моделі за теоретичними передавальними матрицями насоса.** Розглянемо визначення залежностей від режимних параметрів коефіцієнтів гідродинамічної моделі $B_1$, $B_2$, ${}^{2}{}_{K}$ і $k_2$ за теоретичними передатними матрицями насосів, отриманими за методикою [28], на прикладі насоса 2 [2, 4], який має наступні геометричні та режимні параметри: зовнішній діаметр $D_H$ =0,056 м, діаметр втулки $d_{BT}$ =0,026 м, крок шнекового переднасосу $s$ =0,0252 м та частота обертання валу насоса $n$ =28000 об/хв.

На рис. 2 представлені залежності в частотній області коефіцієнтів гідродинамічної моделі $B_1$, $B_2$, ${}^{2}{}_{K}$ і $k_2$ при коефіцієнті витрати $q = 0{,}6$ та різ-




d)

Рис. 2 – Залежності в частотній області коефіцієнтів гідродинамічної моделі $B_1$ (a), $B_2$ (b), $^{2}{}_{K}$ (c) і $k_2$ (d) при коефіцієнті витрати $q = 0{,}6$ та різних числах кавітації: 1 – $k = 0{,}02$; 2 – $k = 0{,}05$; 3 – $k = 0{,}10$; 4 – $k = 0{,}15$

них числах кавітації $k = \frac{p_1 - p_S}{{}^\circ w_1^2 / 2}$ ($p_S$ – тиск насиченої пари робочої рідини; $w_1$ – відносна швидкість на вході у насос).

При аналізі результатів слід відзначити, що чим менше змінюється залежність параметра від частоти коливань, тим більше узгодження моделей з розподіленими та зосередженими параметрами.

З рис. 2 видно, що значення коефіцієнтів $B_1$, $B_2$ і $k_2$ помітно розшаровуються при зміні числа кавітації $k$. Значення коефіцієнта $^{2}{}_{K}$ при зростанні $k$ стабілізується в частотному діапазоні, що розглядається. На цих рисунках також видно, що залежності коефіцієнтів гідродинамічної моделі переважно слабо змінюються в частотному діапазоні до 400 Гц і тому далі можуть бути використані для визначення залежностей коефіцієнтів гідродинамічної моделі від режимних параметрів.

Для цього у якості значень коефіцієнтів гідродинамічної моделі використовувалися середні значення цих коефіцієнтів у довільно обраному частотному діапазоні від 0 до 100 Гц, який гарантовано охоплює частотний діапазон існування кавітаційних автоколивань у насосних системах [2, 4]. На рис. 3 представлені визначені таким способом залежності відносних коефіцієнтів гідродинамічної моделі $\tilde{B}_1$, $\tilde{B}_2$, $\tilde{}^{2}{}_{K}^{*}$ і $k_2$ від числа кавітації $k$ для чотирьох значень коефіцієнта витрати $q$.

Безрозмірні коефіцієнти $\tilde{B}_1$ та $\tilde{B}_2$ визначені відповідно до відомих формул [2, 4]

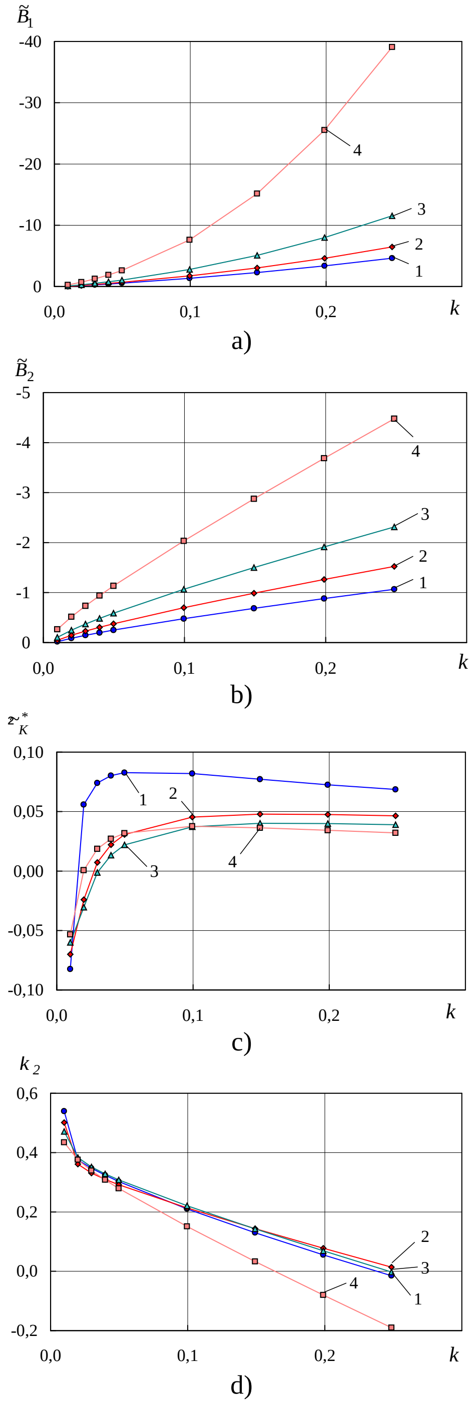



Рис. 3 – Залежності відносних коефіцієнтів гідродинамічної моделі $\tilde{B}_1$ (a), $\tilde{B}_2$ (b), $\tilde{²}^*_K$ (c) і $k_2$ (d) від числа кавітації $k$ і коефіцієнта витрати $q$:
1 – $q = 0{,}6$; 2 – $q = 0{,}7$; 3 – $q = 0{,}8$;
4 – $q = 0{,}9$

$$\tilde{B}_1 = B_1 \frac{V_O}{° w_1^2 / 2}, \quad \tilde{B}_2 = B_2 \frac{G_O}{° w_1^2 / 2},$$

де $V_O$ – об'єм кавітаційних каверн у шнековому переднасосі перед кавітаційним зривом

$$V_O = 2{,}3\, s\, \frac{D_H^2 - d_{BT}^2}{4},$$

$G_O$ – витрати рідини при нульовому куті атаки на вході в насос

$$G_O = ¥\, ®\, \frac{D_H^2 - d_{BT}^2}{4} \frac{n}{60} s\,.$$

Як узагальнюючий комплекс параметрів для $²_K$ скористаємося часом перебування рідини в об'ємі осьового шнекового переднасоса $V_O$, де розташовуються каверни перед кавітаційним зривом насоса, $¯_K$. Цей параметр введено в монографії [4], він визначається формулою

$$¯_K = ¥ \cdot V_O / G,$$

де $G$ – вагова витрата рідини через шнековий переднасос.

Підставивши в останню формулу вирази для $V_O$ та $G_O$ через режимні та геометричні параметри, отримаємо:

$$¯_K = \frac{2{,}3}{® \cdot q \cdot n}.$$

Тоді розмірне значення $²_K$ може бути виражене через безрозмірне $\tilde{²}_K$:

$$²_K = \tilde{²}_K (k^*, q) \cdot 2{,}3 / (® \cdot q \cdot n).$$

Введемо відносний наведений час затримки передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн у насосі

$$\tilde{²}^*_K (k^*, q) = \tilde{²}_K (k^*, q) \cdot 2{,}3 / (® \cdot q).$$

Тоді зв'язок розмірного значення часу затримки передачі збурення $²_K$ та його відносного наведеного значення $\tilde{²}^*_K$ визначається формулою

$$\tilde{\tau}_K^*\left(k^*,q\right)=\tau_K\, n\ .$$

Аналіз залежностей від режимних параметрів $k$ і $q$ коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів, представлених на рис. 3, показує таке. Залежності $\tilde{B}_1(k,q)$ і $\tilde{B}_2(k,q)$ збільшуються із збільшенням $k$ і $q$, що узгоджується з відомими теоретичними даними [2, 4]. Аналіз залежностей від режимних параметрів нових коефіцієнтів $\tilde{\tau}_K^*$ і $k_2$ потребує більш детального розгляду.

Так коефіцієнт $k_2$ помітно зменшується зі збільшенням числа кавітації. Це говорить про те, що місце розташування зосередженої податливості кавітаційних каверн зміщене від середнього положення в бік входу в насос (див. рис. 1). Таким чином, припущення про те, що зосереджена кавітаційна податливість розташовується посередині протяжної приєднаної каверни і не змінює свого положення при зміні $k$ [31] не підтвердилося. Також слід зазначити слабке розшарування $k_2$ від коефіцієнта витрати $q$. Перетин осі абсцис в районі $k \approx 0{,}25$ може означати межу існування приєднаних кавітаційних каверн і, отже, межу застосування теоретичної моделі струменевого кавітаційного обтікання решітки пластин [29].

Коефіцієнт $\tilde{\tau}_K^*$ також переважно слабко розшаровується за коефіцієнтом витрати $q$, проте за зміни $k$ має стрімке зростання до максимальних значень у районі $k \approx 0{,}05$. У районі $k \approx 0{,}25$, де $k_2$ перетинає вісь абсцис, $\tilde{\tau}_K^*$ набуває значень, близьких до постійних. Можливо, насправді при $k > 0{,}25$ значення $\tilde{\tau}_K^*$ мають продовжити падіння. Як і слід очікувати, порядок величин коефіцієнта $\tilde{\tau}_K^*$ близький до відношення довжини каверни до відносної швидкості рідини.

Залежності від режимних параметрів коефіцієнтів $\tilde{\tau}_K^*$ і $k_2$ визначені на режимах без зворотних течій на вході в насоси ($q > 0{,}5$), проте ця інформація буде корисною і на режимах із зворотними течіями, оскільки дозволяє припустити вид цих залежностей від режимних параметрів у всьому діапазоні існування кавітаційних каверн у насосах.

**Висновки.** За теоретичними передатними матрицями кавітуючих насосів визначені залежності від режимних параметрів таких коефіцієнтів гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД: кавітаційна пружність $\tilde{B}_1(k,q)$, кавітаційний опір $\tilde{B}_2(k,q)$, час затримки передачі збурення за рахунок наявності кавітаційних каверн у насосі $\tilde{\tau}_K^*(k,q)$ та коефіцієнт розподілу кавітаційного опору $k_2(k,q)$. Два останні коефіцієнти є новими в гідродинамічній моделі кавітуючих насосів.

Аналіз залежності коефіцієнта $k_2(k,q)$ від режимних параметрів показує, що зі збільшенням числа кавітації він помітно зменшується. Це говорить про те, що місце розташування зосередженої податливості кавітаційних каверн зміщене від середнього положення в бік входу в насос. Перетин залежності $k_2(k,q)$ осі абсцис в районі $k \approx 0{,}25$ може означати межу існування приєднаних кавітаційних каверн і, отже, межу застосування теоретичної моделі струменевого кавітаційного обтікання решітки пластин.

Залежності коефіцієнта $\tilde{\tau}_K^*(k,q)$ переважно слабко розшаровуються за коефіцієнтом витрати $q$, проте за зміни $k$ мають стрімке зростання до максимальних значень у районі $k \approx 0{,}05$. У районі $k \approx 0{,}25$, де $k_2$ перетинає вісь абсцис, $\tilde{z}_K^*$ набуває значень, близьких до постійних. Можливо, насправді при $k$ >0,25 значення $\tilde{z}_K^*$ мають продовжити падіння.


1. *Натанзон М. С.* Продольные автоколебания жидкостной ракеты. М.: Машиностроение, 1977. 208 с.
2. *Пилипенко В. В., Задонцев В. А., Натанзон М. С.* Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем. М.: Машиностроение, 1977. 352 с.
3. *Морозов И. И., Дегтярь Б. Г.* О кавитационных колебаниях в системе с лопастным насосом. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1975. № 6. С. 122–126.
4. *Пилипенко В. В.* Кавитационные автоколебания. К.: Наук. думка, 1989. 316 с.
5. *Колесников К. С., Рыбак С. А., Самойлов Е. А.* Динамика топливных систем ЖРД. М.: Машиностроение, 1975. 172 с.
6. *Кинелев В. Г.* Колебания в гидравлической системе с насосом, работающим на режиме пониженной подачи при кавитации. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1990. № 3. С. 122–129.
7. *Колесников К. С., Кинелев В. Г.* Динамика локального кавитационного образования на лопасти шнекового насоса. Гидрогазодинамика энергетических установок. К.: Наук.думка. 1982. С. 33–52.
8. *Ершов Н. С.* Динамика обратных токов на входе в насос. Изв. вузов. Авиац. техника. 1985. № 4. С. 49–53.
9. *Водяницкий В. П.* Возникновение автоколебаний в гидравлической системе при подаче свободного газа на вход в насос. Кавитационные автоколебания в насосных системах. К.: Наук. думка, 1976. Ч. 1. С. 86–95.
10. *Козелков В. П., Ефимочкин А. Ф.* Об одной модели неустойчивости шнекоцентробежного насоса. Кавитационные автоколебания в насосных системах. К.: Наук. думка, 1976. Ч. 1. С. 80–86.
11. *Махин В. А., Гоцуленко В. Н., Гоцуленко Н. Н.* О неустойчивости (помпаже) центробежного насоса с преднасосом. Изв. вузов. Авиац. техника. 1975. № 3. С. 150–154.
12. *Грейцер* Устойчивость насосных систем. Фримановская лекция 1980 г. Тр. Амер. о-ва инж.-мех. ТОИР 1981. Т. 103, № 2. С. 114–180. https://doi.org/10.1115/1.3241725
13. *Рот, Ранстадлер* Модель помпажа в насосе. Тр. амер. о-ва инж-мех. ТОИР 1978. Т.100. № 4. С. 177–185. https://doi.org/10.1115/1.3448708
14. *Гоцуленко В. Н., Гоцуленко Н. Н.* Экспериментальное исследование автоколебаний в системе, включающей лопастной насос с монотонно убывающей напорной характеристикой. Энергомашиностроение. 1978. № 5. С. 44–45.
15. *Бычкова Л. С., Лысов Е. Н., Петров В. И., Чебаевский В. Ф.* Напорные характеристики шнековых насосов, перекачивающих газожидкостные смеси. Кавитационные автоколебания в насосных системах. К.: Наук. думка, 1976. Ч. 1. С. 95–100.
16. *Брамлетт, Ноулс, Сак* Исследование динамики кавитационных и напорных характеристик системы подачи двигателя J-2. ВРТ 1967. №5. С. 29–45.
17. Brennen C. E., Acosta A. J. The Dynamic Transfer Function for a Cavitating Inducer, ASME J. Fluids Eng. 1976. 98(2). P. 182–191. https://doi.org/10.1115/1.3448255
18. *Brennen C. E., Meissner C., Lo E. Y., Hoffman G. S.* Scale effects in the dynamic transfer functions for cavitating inducers. ASME J. Fluids Eng. 1982. 104. P. 428–433. https://doi.org/10.1115/1.3241875
19. *Stirnemann A., Eberl J., Bolleter U., Pace S*. Experimental determination of the dynamic transfer matrix for a pump. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Fluids Engineering, 1987. 109. P. 218–225. https://doi.org/10.1115/1.3242651
20. *Пилипенко В. В., Довготько Н. И., Долгополов С. И., Николаев А. Д., Серенко В. А., Хоряк Н. В.* Теоретическое определение амплитуд продольных колебаний жидкостных ракет-носителей. Space Sci. & Technol. 1999. V. 5, №1. С. 90–96. https://doi.org/10.15407/knit1999.01.090
21. *Пилипенко В. В., Довготько Н. И., Николаев А. Д., Долгополов С. И., Серенко В. А., Хоряк Н. В. Теоретическое* определение динамических нагрузок (продольных виброускорений) на конструкцию жидкостной ракеты РС-20 на активном участке траектории её полёта. Техническая механика. 2000. № 1. С. 3–18.
22. *Пилипенко О. В., Прокопчук А. А., Долгополов С. И., Хоряк Н. В., Николаев А. Д., Писаренко В. Ю., Коваленко В. Н.* Математическое моделирование и анализ устойчивости низкочастотных процессов в маршевом ЖРД с дожиганием генераторного газа. Вестник двигателестроения. 2017. № 2. С. 34–42.
23. *Pylypenko O. V., Degtyarev M. A., Nikolayev O. D., Klimenko D. V., Dolgopolov S. I., Khoriak N. V., Bashliy I. D., Silkin L. A.* Providing of Pogo stability of the Cyclone-4M launch vehicle. Space Sci. & Technol. 2020. V. 26, № 4. P. 3–20. https://doi.org/10.15407/knit2020.04.003
24. *Dolgopolov S. I., Nikolayev O. D., Khoriak N. V.* Dynamic interaction between clustered liquid propellant rocket engines under their asynchronous start-ups. Propulsion and Power Research 2021. V. 4, № 10. P. 347–359. https://doi.org/10.1016/j.jppr.2021.12.001
25. *Пилипенко О. В., Долгополов С І., Хоряк Н. В., Ніколаєв О. Д М*етодика визначення впливу внутрішніх та зовнішніх факторів на розкид тяги рідинного ракетного двигуна при його запуску. Технічна механіка. 2021. № 4. С. 7–17. https://doi.org/10.15407/itm2021.04.007

26. *Pylypenko O. V., Dolgopolov S. I., Nikolayev O. D., Khoriak N. V., Kvasha Yu. A., Bashliy I. D.* Determination of the Thrust Spread in the Cyclone-4M First Stage Multi-Engine Propulsion System During its Start. Sci. innov. 2022. № 18(6), P. 97–112. https://doi.org/10.15407/scine18.06.097
27. *Пилипенко В. В.* О механизме самовозбуждения кавитационных автоколебаний в системе шнекоцентробежный насос – трубопроводы на режимах без обратных токов. Косм. исслед. на Украине. 1975. Вып. 7. С. 3–10.
28. *Пилипенко В. В., Кваша Ю. А., Фоменко П. В.* Частотные характеристики шнекоцентробежного насоса в режиме частичной кавитации. Изв. АН СССР. Энергетика и трансп. 1991. № 5. С. 135–141.
29. *Пилипенко В. В., Кваша Ю. А.* Кавитационное обтекание решетки пластин. Изв. АН СССР. Энергетика и трансп. 1991. №3. С. 139–143.
30. *Пилипенко В. В., Кваша Ю. А,* Устойчивость кавитационного обтекания решетки пластин. Технічна механіка. 2001. № 2. С. 144–149.
31. *Долгополов С. И, В*ерифікація гідродинамічної моделі кавітуючих насосів РРД за теоретичними та експериментальними передавальними матрицями насосів. Технічна механіка. 2020. № 3. С. 18–29. https://doi.org/10.15407/itm2020.03.018

Отримано 25.01.2024,
в остаточному варіанті 29.03.2024