УДК 621.671: 532.528

С. И. ДОЛГОПОЛОВ

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАВИТАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ, АДАПТИРОВАННАЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В НАСОСНЫХ СИСТЕМАХ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ КАВИТАЦИИ

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: dolmrut@gmail.com

Статья посвящена математическому моделированию низкочастотных динамических процессов в насосах жидкостных ракетных двигателей (ЖРД). Целью данной работы является разработка гидродинамической модели кавитационных колебаний, адаптированной для моделирования динамических процессов в насосных системах при больших числах кавитации. Для достижения этой цели проведена корректировка экспериментально-расчетной зависимости упругости кавитационных каверн от режимных параметров насоса в области больших значений чисел кавитации, включающей число кавитации, при котором появляются кавитационные каверны в шнекоцентробежном насосе. Согласно экспериментально-расчетному способу определения упругости и объема кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах определена зависимость объема кавитационных каверн от режимных параметров насоса. Получено уравнение динамики кавитационных каверн в дифференциальной форме. Его применение при расчетах процесса запуска ЖРД позволяет: использовать полученные аналитические зависимости в нелинейной гидродинамической модели; учитывать податливость жидкости (на бескавитационном режиме работы насоса) в линии питания без изменения структуры математической модели процесса запуска ЖРД и скачкообразного изменения значений коэффициентов уравнений. Результаты проведенных исследований могут быть использованы для учета влияния кавитационных явлений в насосах при расчетах процесса запуска ЖРД.

Стаття присвячена математичному моделюванню низькочастотних динамічних процесів у насосах рідинних ракетних двигунів (РРД). Метою даної роботи є розробка гідродинамічної моделі кавітаційних коливань, адаптованої для моделювання динамічних процесів у насосних системах при великих числах кавітації. Для досягнення цієї мети проведено коректування експериментально-розрахункової залежності пружності кавітаційних каверн від режимних параметрів насоса в області великих значень чисел кавітації, що включає число кавітації, при якому з’являються кавітаційні каверни в шнековідцентровому насосі. Згідно з експериментально-розрахунковим способом визначення пружності й об’єму кавітаційних каверн у шнековідцентрових насосах визначена залежність об’єму кавітаційних каверн від режимних параметрів насоса. Отримано рівняння динаміки кавітаційних каверн у диференційній формі. Його застосування при розрахунках процесу запуску РРД дозволяє: використовувати отримані аналітичні залежності в нелінійній гідродинамічній моделі; ураховувати піддатливість рідини (на бескавітаційному режимі роботи насоса) у лінії живлення без зміни структури математичної моделі процесу запуску РРД і стрибкоподібної зміни значень коефіцієнтів рівнянь. Результати проведених досліджень можуть бути використані для урахування впливу кавітаційних явищ у насосах при розрахунках процесу запуску РРД.

The paper deals with mathematical modelling the low-frequency dynamic processes within liquid rocket engines (LRE). Attention in the work is devoted to developing the mathematical model of the cavitation oscillation for modelling the dynamic processes within the pump systems at the high cavitation number. To attain this objective, the experimental and calculated dependences of the cavities elasticity on the pump parameters at the high cavitation number are corrected including the cavitation number resulting in cavities within the centrifugal-impeller pump. The dependence of the cavities volume on the operating conditions of the pump is determined using the experimental and calculated method of the measurement of the elasticity and the cavities volume within the centrifugal-impeller pumps. The dynamic cavity equation is derived in the differential form. In the calculations of LRE starting, it allows to use the derived analytical dependences for a nonlinear hydrodynamic model and to take into account the fluid compliance (under cavitation-free conditions of the pump operation) within the supply line without changing the structure of the mathematical model of the LRE starting and discontinuous changing the values of the equation coefficients. The research results can be used to take into account the cavitation effects within the pumps for calculating LRE starting.

Ключевые слова: *жидкостной ракетный двигатель, шнекоцентробежный насос, кавитация, кавитационные колебания, число кавитации, запуск, математическое моделирование.*

Введение. Насосы жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) на номинальных режимах работы функционируют, как правило, в условиях скрытой или частичной кавитации [1, 2], которая приводит к изменению динамических характеристик насосной системы, понижению собственных частот колебаний в системе питания ЖРД. На переходных режимах работы ЖРД, к числу которых прежде всего относится запуск ЖРД, насосы могут функционировать как в условиях скрытой кавитации и кавитационного срыва, так и в условиях отсутствия кавитационных каверн [3, 4]. Последние условия относятся к большим числам кавитации, например в начальный период запуска ЖРД, когда вал основного турбонасосного агрегата двигателя имеет сравнительно малую частоту вращения. Следует отметить, что в процессе запуска ЖРД также возможны переходы от кавитационного режима работы насосов к бескавитационному и обратно.

Для описания низкочастотных динамических процессов в кавитирующих насосах ЖРД разработан ряд математических моделей, среди которых выгодно выделяются учетом известных экспериментальных фактов, накопленным опытом при исследовании различных насосов и перечнем решенных задач динамики насосных систем гидродинамические модели, основанные на теории струйного кавитационного обтекания решетки профилей [1, 2]. Основной причиной самовозбуждения колебаний в гидродинамических моделях кавитационных колебаний, установленной В. В. Пилипенко [5], является отрицательное кавитационное сопротивление при входе жидкости в межлопастные каналы шнекового преднасоса, обусловленное тем, что с увеличением угла атаки (уменьшением расхода через насос) увеличивается объем кавитационных каверн.

Известен ряд гидродинамических моделей как теоретических [1, 2], так и экспериментально-расчетных [6 – 8]. В силу принятых допущений [1, 2] пределы применимости теоретических гидродинамических моделей ограничиваются областью существования присоединенных кавитационных каверн в насосах. Пределы достоверности экспериментально-расчетных моделей, использующих результаты экспериментальных исследований кавитирующих насосов в режиме кавитационных автоколебаний, находятся вблизи границ областей существования экспериментальных кавитационных автоколебаний. При запуске ЖРД режимы работы насосов, как правило, далеко выходят за эти границы. Поэтому при расчетах процесса запуска ЖРД требуется корректный учет кавитационных явлений в диапазоне изменений давлений на входе в насос от верхней границы существования кавитационных автоколебаний и до появления кавитационных каверн в насосе.

Кроме того, математическое моделирование переходов от кавитационного режима работы насосов к бескавитационному и обратно при запуске ЖРД по известной гидродинамической модели [1, 2] будет сопровождаться изменением структуры математической модели запуска ЖРД и может приводить к неустойчивости счета.

Целью данной работы является разработка гидродинамической модели кавитационных колебаний, адаптированной для моделирования динамических процессов в насосных системах при больших числах кавитации путем корректировки экспериментально-расчетной зависимости упругости кавитационных каверн от режимных параметров и использования уравнения динамики кавитационных каверн в дифференциальной форме представления.

1. Зависимость упругости кавитационных каверн от режимных параметров. Среди экспериментально-расчетных гидродинамических моделей кавитационных колебаний [6 – 8] следует выделить модель, которая обобщает результаты наибольшего количества экспериментальных исследований насосов в режиме кавитационных автоколебаний [8]. С использованием этой модели получены удовлетворительные результаты при определении частотных характеристик насоса [9], при расчете процесса запуска ЖРД [10] и при определении амплитуд продольных виброускорений ракет-носителей “Циклон” и “Днепр” [11, 12].

Гидродинамическая модель кавитационных колебаний [1, 2] включает уравнения динамики кавитационных каверн и неразрывности в проточной части насоса, а также уравнение для определения давления на выходе из насоса

$$p_1 = p_{CP} + k^*(V_K, G_1) \cdot \frac{\rho \cdot W_{1CP}^2}{2} + B_1 \cdot T_K \frac{dV_K}{dt}, \quad (1)$$

$$\gamma \cdot \frac{dV_K}{dt} = G_2 - G_1, \quad (2)$$

$$p_2 = p_1 + p_H \cdot \tilde{p}_H(\tilde{V}_K) - J_H \frac{dG_2}{dt}, \quad (3)$$

где p_1, G_1 – давление и расход на входе в насос; p_{CP} – давление срыва насоса; t – текущее время; $k^*(V_K, G_1)$ – зависимость числа кавитации от объема кавитационных каверн V_K и расхода на входе в насос G_1; $\frac{\rho \cdot W_{1CP}^2}{2}$ – скоростной напор шнекового преднасоса; B_1, T_K – упругость и постоянная времени кавитационных каверн; γ – удельный вес жидкости; p_2, G_2 – давление и расход жидкости на выходе из насоса; p_H, $\tilde{p}_H(\tilde{V}_K)$ – напор и кавитационная функция насоса от относительного объема кавитиционных каверн $\tilde{V}_K$; J_H – коэффициент инерционного сопротивления жидкости в проточной части насоса.

В гидродинамической модели кавитационных колебаний [1, 2] переход от бескавитационного режима работы насоса к кавитационному и обратно осуществляется с изменением структуры математической модели в части определения расхода и давления на входе в насос за счет изменения уравнений движения и неразрывности в питающих магистралях двигателя и проточных частях насосов [1 – 4]. Критерием перехода от бескавитационного режима к кавитационному и обратно является либо критическое число кавитации [13], либо критический объем кавитационных каверн [10], оба определяемые эвристическим путем из условия устойчивости структурного перехода математической модели – без автоколебаний.

На рис. 1 представлены экспериментальные (позиция 1) и рассчитанные (кривая 2) по гидродинамической экспериментально-расчетной модели [8] зависимости частот кавитационных колебаний от давления на входе в насос для стендовой гидравлической системы с насосом окислителя I ступени ракеты-носителя “Циклон” [14]. В области существования кавитационных автоколебаний наблюдается удовлетворительное согласование экспериментальных данных с результатами расчетов, расчетная кривая отражает одну из главных характерных особенностей кавитационных колебаний – близкую к линейной зависимость частоты кавитационных колебаний от давления на входе в насос [1, 2]. На этом рисунке также видно, что расчетная кривая 2 сохраняет близкую к линейной зависимость от давления на входе в насос вплоть до давления, соответствующего появлению кавитационных каверн в насосе p_0 =12,7 кгс/см^2 [15].

Для высоконапорных насосов ЖРД справедливо приближенное соотношение [4], связывающее частоту f кавитационных колебаний в гидравлической системе с кавитирующим насосом и упругость кавитационных каверн в насосе B_1

$$f \approx \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{-B_1}{\gamma\left(J_1 + J_{OT}\right)}}\,, \quad (4)$$

где J_1 – коэффициент инерционного сопротивления жидкости в питающем трубопроводе; J_{OT} – коэффициент инерционного сопротивления жидкости, обусловленного обратными течениями на входе в насос.

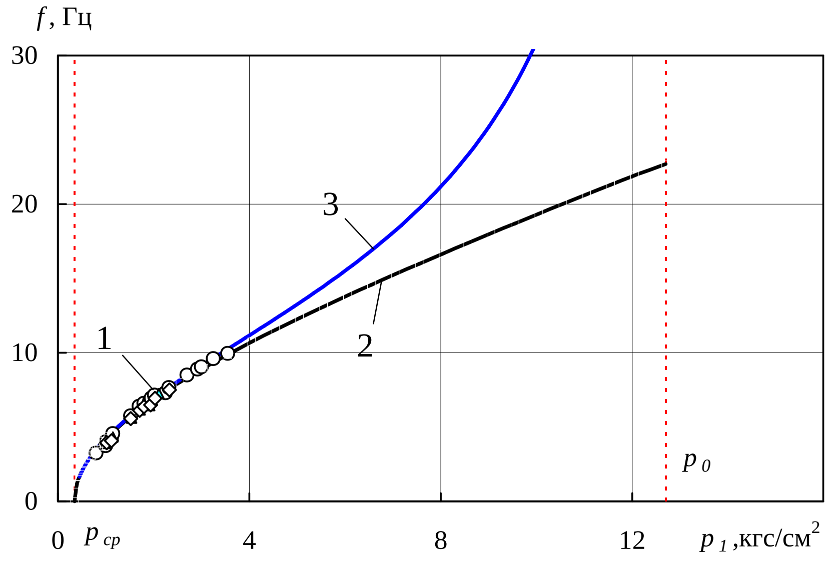

Рис. 1

При исчезновении кавитационных каверн в проточной части насоса определяемая ими упругость B_1, а следовательно (см. формулу (4)), и частота кавитационных колебаний f будут стремиться к бесконечности. Этому противоречат результаты расчетов по экспериментально-расчетной модели [8] (см. рис. 1, кривая 2). Поэтому в интервале давлений от верхней границы существования кавитационных автоколебаний до исчезновения кавитационных каверн в насосе эта модель кавитирующих насосов в случае ее применения для моделирования динамических процессов в насосных системах при больших числах кавитации, в том числе и расчета процесса запуска ЖРД, требует уточнения.

Изменим выражение для определения относительной упругости кавитационных каверн $\tilde{B}_1(k^*, \varphi)$ [8], дополнив его знаменателем

$$\tilde{B}_1(k^*, \varphi) = \frac{a(\varphi) \cdot k^{*2} + b(\varphi) \cdot k^*}{1 - \left(k^* / k_O^* \right)^2}, \quad (5)$$

где $a(\varphi) = -2{,}236 - 0{,}098 \cdot \varphi$, $b(\varphi) = -0{,}8396 - 2{,}509 \cdot \varphi - 2{,}904 \cdot \varphi^2$; k_O^* – число кавитации, при котором появляются кавитационные каверны в шнекоцентробежном насосе [15]; φ – коэффициент расхода [7], равный отношению текущего значения параметра режима к значению параметра режима, при котором появляются обратные течения на входе в насос.

Для определения размерной упругости кавитационных каверн следует использовать формулу

$$B_1 = \tilde{B}_1 \frac{\frac{\rho \cdot W_{1CP}^2}{2}}{V_{Ш\ CP}}, \quad (6)$$

где $V_{Ш\ CP}$ – объем проточной части шнека, где располагаются каверны перед кавитационным срывом [4]

$$V_{Ш\ CP} \approx 2{,}3 \cdot s \cdot \frac{D_H^2 - d_{BT}^2}{4}, \quad (7)$$

где D_H – наружный диаметр шнека; d_{BT} – диаметр втулки шнека; s – шаг винтовой линии шнека.

Зависимость частоты кавитационных колебаний от давления на входе в насос, определенная по формуле (4) с использованием предложенного выражения для относительной упругости кавитационных каверн $\tilde{B}_1(k^*, \varphi)$ (5) – (7), представлена на рис. 1 (кривая 3). Она согласуется с экспериментальными данными в области существования кавитационных автоколебаний и непротиворечива вблизи давлений, при которых исчезают кавитационные каверны в насосе.

Согласно экспериментально-расчетному способу определения упругости и объема кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах [6] и выражению для $\tilde{B}_1(k^*, \varphi)$ (5), относительный объем кавитационных каверн $\tilde{V}_K(k^*, \varphi)$ определяется формулой

$$\tilde{V}_K(k^*, \varphi) = \int_{k^*}^{k_O^*} \frac{dk^*}{\tilde{B}_1(k^*, \varphi)} = \frac{1}{b} \cdot \ln \frac{1 + \frac{b}{a \cdot k_O^*}}{1 + \frac{b}{a \cdot k^*}} \left(1 - \left(\frac{b}{2a \cdot k_O^*} \right)^2 \right) -$$

$$- \frac{1}{k_O^{*2}} \cdot \left(\frac{k^* - k_O^*}{a} - \frac{b}{2a^2} \ln \frac{a \cdot k^{*2} + b \cdot k^*}{a \cdot k_O^{*2} + b \cdot k_O^*} \right). \quad (8)$$

2. Дифференциальное уравнение динамики кавитационных каверн. Выражение (8) для относительного объема кавитационных каверн $\tilde{V}_K\left(k^*,\varphi\right)$ не может быть преобразовано в аналитическое выражение для числа кавитации $k^*\left(\tilde{V}_K,\varphi\right)$, которое используется в нелинейной гидродинамической модели (1) – (3). Для использования полученных зависимостей $\tilde{B}_1\left(k^*,\varphi\right)$ и $\tilde{V}_K\left(k^*,\varphi\right)$ получим из уравнения (1) дифференциальное уравнение динамики кавитационных каверн путем определения производной давления на входе в насос по времени. С учетом уравнения неразрывности в проточной части насоса (2) это уравнение примет вид

$$\frac{dp_1}{dt} = -\frac{B_1\left(k^*,\varphi_1\right)}{\gamma}\left(G_1 - G_2\right) + \left[B_2 - \frac{B_1 \cdot T_K}{\gamma}\right]\frac{dG_1}{dt} + \frac{B_1 \cdot T_K}{\gamma}\frac{dG_2}{dt} \qquad (9)$$

или

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{G_1 - G_2}{C_K} + R_{K1}\frac{dG_1}{dt} + R_{K2}\frac{dG_2}{dt}, \qquad (10)$$

где C_K – податливость кавитационных каверн $C_K = -\gamma/B_1$;

$$B_2\left(p_1, G_1\right) = \frac{\partial p_1}{\partial G_1};$$

R_{K1}, R_{K2} – коэффициенты уравнения, имеющие размерность кавитационного сопротивления

$$R_{K1} = B_2 - \frac{B_1 \cdot T_K}{\gamma}, \qquad R_{K2} = \frac{B_1 \cdot T_K}{\gamma}.$$

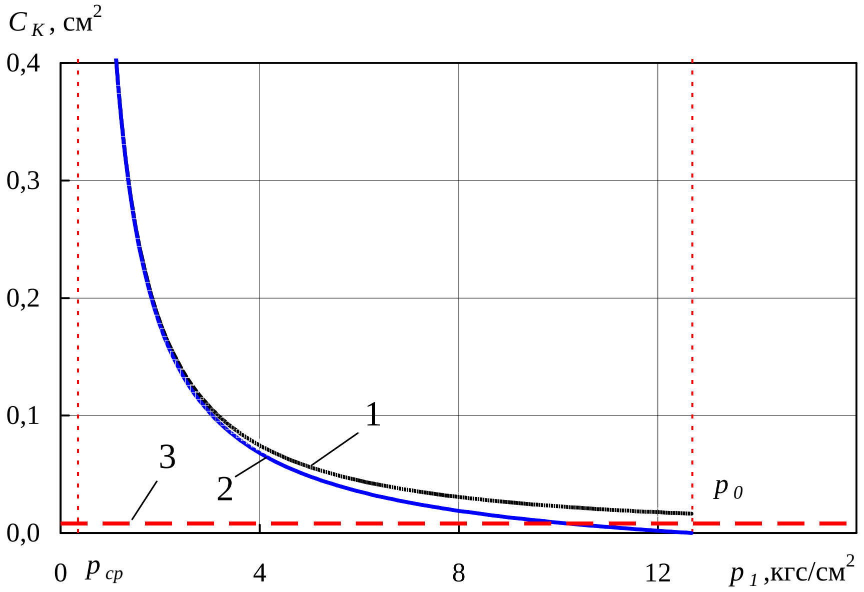

Рис. 2

На рис. 2 представлены расчетные зависимости податливостей кавитационных каверн C_K от давления на входе в насос окислителя I ступени ракеты-носителя “Циклон”, построенные по гидродинамической экспериментально-расчетной модели [8] (кривая 1) и по формулам (5) – (7) (кривая 2). Из рисунка видно, что в интервале давлений от ≈ 8 кгс/см^2 до p_0 =12,7 кгс/см^2 эти податливости существенно различаются. Податливость, определенная по предложенным в данной работе формулам (5) – (7) (кривая 2), снижается до нуля при увеличении давления до значения, соответствующего появлению кавитационных каверн в насосе. При определенном значении давления на входе в насос податливость кавитационных каверн C_K (кривая 2) становится меньше податливости жидкости в линии питания (кривая 3). В этом случае в уравнении динамики кавитационных каверн (10) следует использовать значение податливости жидкости на входе в насос.

Таким образом, переход от кавитационного режима работы насоса к бескавитационному и обратно осуществляется без изменения структуры математической модели процесса запуска ЖРД и без скачкообразного изменения значений коэффициентов уравнений. При этом также снимается проблема обеспечения устойчивости счета в ходе математического моделирования динамических процессов в насосных системах при больших числах кавитации, в том числе и в случае расчета процесса запуска ЖРД.

Выводы. Разработана гидродинамическая экспериментально-расчетная модель кавитационных колебаний, адаптированная для математического моделирования динамических процессов в насосных системах при больших числах кавитации, в том числе и при расчете процесса запуска ЖРД. Показано, что известная экспериментально-расчетная зависимость упругости кавитационных каверн от режимных параметров $\tilde{B}_1\left(k^*, \varphi\right)$ в интервале давлений на входе в насос от верхней границы существования кавитационных автоколебаний в насосе вплоть до исчезновения кавитационных каверн в насосе противоречит действительности и требует уточнения. Проведена корректировка этой зависимости в области больших чисел кавитации, в том числе влючающей число кавитации, при котором появляются кавитационные каверны в шнекоцентробежном насосе. По экспериментально-расчетному способу определения упругости и объема кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах получена зависимость объема кавитационных каверн от режимных параметров $\tilde{V}_K\left(k^*, \varphi\right)$.

Получено уравнение динамики кавитационных каверн в дифференциальной форме. Его применение при расчетах процесса запуска ЖРД позволяет

– использовать полученные аналитические зависимости $\tilde{B}_1\left(k^*, \varphi\right)$ и $\tilde{V}_K\left(k^*, \varphi\right)$ в нелинейной гидродинамической модели,

– обеспечить устойчивость счета при переходе с кавитационного режима работы насосов на бескавитационный и обратно,

– учитывать податливость жидкости (на бескавитационном режиме работы насоса) в линии питания без изменения структуры математической модели процесса запуска ЖРД и без скачкообразного изменения значений коэффициентов уравнений.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы для учета влияния кавитационных явлений в насосах при расчетах процесса запуска ЖРД.

1. *Пилипенко В. В., Задонцев В. А., Натанзон М. С.* Кавитационные колебания и динамика гидросистем. М.: Машиностроение, 1977. 352 с.
2. *Пилипенко В. В.* Кавитационные автоколебания. К. : Наук. думка, 1989. 316 с.
3. *Шевяков А. А., Калнин В. М., Науменкова М. В., Дятлов В. Г.* Теория автоматического управления ракетными двигателями. М.: Машиностроение, 1978. 288 с.
4. *Беляев Е. Н., Чванов В. К., Черваков В. В.* Математическое моделирование рабочего процесса жидкостных ракетных двигателей. М.: МАИ, 1999. 228 с.
5. *Пилипенко В. В.* О механизме самовозбуждения кавитационных автоколебаний в системе шнекоцентробежный насос – трубопроводы на режимах без обратных токов. Косм. исслед. на Украине. 1975. Вып. 7. С. 3 – 10.
6. *Пилипенко В. В.* Экспериментально-расчетный способ определения упругости и объема кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1976. № 3. С. 131 – 139.
7. *Григорьев Ю. Е., Пилипенко В. В.* Экспериментально-расчетное определение упругости кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах на режимах с обратными течениями. Динамика насосных систем. К.: Наук. думка, 1980. С. 37 – 46.
8. *Пилипенко В. В., Долгополов С. И.* Экспериментально-расчетное определение коэффициентов уравнения динамики кавитационных каверн в шнекоцентробежных насосах различных типоразмеров. Техническая механика. 1998. № 8. С.50 – 56.
9. *Задонцев В. А., Долгополов С. И., Грабовская Т. А., Дрозд В. А.* Влияние расположения датчиков при определении частотных характеристик кавитирующих насосов. Авиационно-космическая техника и технология. 2007. 3(39). С. 85 – 90.
10. *Пилипенко В. В., Долгополов С. И.* Математическое моделирование запуска жидкостного ракетного двигателя РД–8 с учетом кавитации в насосах. Техническая механика. 2003. №2. С. 18 – 24.
11. *Пилипенко В. В., Довготько Н. И., Долгополов С. И., Николаев А. Д., Серенко В. А., Хоряк Н. В.* Теоретическое определение амплитуд продольных колебаний жидкостных ракет-носителей. Космічна наука і технологія. 1999. Т.5. № 1. С. 90 – 96.
12. *Пилипенко В. В., Довготько Н. И., Николаев А. Д., Долгополов С. И., Хоряк Н. В., Серенко В. А.* Теоретическое определение динамических нагрузок (продольных виброускорений) на конструкцию жидкостной ракеты РС-20 на активном участке траектории её полёта. Техническая механика. 2000. № 1. С. 3 – 18.
13. *Чумак Г. А.* О расчете разгона шнекоцентробежного насоса с учетом кавитации. Кавитационные автоколебания и динамика гидравлических систем. К.: Наук. думка, 1977. С. 84 – 89.
14. *Zadontsev V. A.* Experimental Study of LR Pump at Cavitation Autooscillations Regimes. Proceedings of Third China-Russia-Ukraine Symposium on Astronautical Science and Technology, XI’ AN China, September 16 – 20. 1994. P. 285 – 287.
15. *Боровский Б. И., Ершов Н. С., Овсянников Б. В., Петров В. И., Чебаевский В. Ф., Шапиро А. С.* Высокооборотные лопаточные насосы. М.: Машиностроение, 1975. 336 с.

Получено 27.03.2017,
в окончательном варианте 07.06.2017