УДК 629.195.075.001.2

В. С. СЕНЬКИН

К ВЫБОРУ ПАРАМЕТРОВ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА И АПОГЕЙНОГО РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ТВЁРДОМ ТОПЛИВЕ

Рассмотрена задача совместной оптимизации проектных параметров космического аппарата (КА) и установленного на нём апогейного ракетного двигателя на твёрдом топливе (РДТТ), обеспечивающего осуществление орбитального маневра, связанного с переводом КА с переходной эллиптической орбиты на заданную круговую орбиту. Задача сформулирована как задача нелинейного математического программирования с ограничениями в виде равенств и дифференциальных связей. С учётом требований системного подхода к проектированию сложных систем проведены исследования по определению оптимальных значений проектных параметров КА и апогейного РДТТ, при которых обеспечивается выведение максимальной полезной нагрузки на заданную конечную круговую орбиту.

Розглянуто задачу спільної оптимізації проектних параметрів космічного апарата (КА) і встановленого на ньому апогейного ракетного двигуна на твердому паливі (РДТП), що забезпечує здійснення орбітального маневру, пов’язаного з переводом КА із проміжної еліптичної орбіти на задану кругову орбіту. Задачу сформульовано як задачу нелінійного математичного програмування з обмеженнями у вигляді рівностей і диференціальних в’язей. З урахуванням вимог системного підходу до проектування складних систем проведено дослідження з визначення оптимальних значень проектних параметрів КА й апогейного РДТП, при яких забезпечується виведення максимального корисного навантаження на задану кінцеву кругову орбіту.

The problem of a combined optimization of spacecraft design parameters and its apogee solid rocket engine for the orbital maneuver resulting in the spacecraft transfer from elliptic orbit into given circular orbit is examined. The problem is formulated as a problem of nonlinear mathematical programming with limitations in the form of equalities and differential constraints. Optimal values of spacecraft design parameters and its apogee solid rocket engine resulting in delivery of maximal payloads to given final circular orbit are determined considering requirements of a system approach to designing complicated systems.

Ключевые слова: *апогейный ракетный двигатель на твердом топливе, переходная орбита, конечная круговая орбита, проектные параметры, оптимизация.*

Одной из проблем, решаемых при проектировании космических аппаратов (КА) с двигательной установкой (ДУ) на борту, является определение рациональных значений основных проектных параметров двигателя, который обеспечивает выполнение требуемых орбитальных маневров для решения поставленных перед КА целевых задач.

Одним из типовых орбитальных маневров является довыведение КА с переходной эллиптической орбиты на конечную круговую орбиту. При этом высоты перигеев переходных орбит могут изменяться в диапазоне от 160 км до 250 км, а высоты конечных круговых орбит могут принимать значения в значительно более широком диапазоне от 700 км для КА дистанционного зондирования Земли до высот геосинхронных или геостационарной орбит, характерных для телекоммуникационных КА.

Для довыведения КА с переходной орбиты на конечную круговую орбиту может быть использован так называемый апогейный двигатель, с помощью которого и осуществляется доразгон КА до скорости, соответствующей скорости движения на конечной круговой орбите.

Следует отметить, что использование такой схемы выведения КА позволяет (по сравнению с непосредственным выведением КА на круговую орбиту) повысить выводимую массу КА при использовании одной и той же ракеты космического назначения (РКН). Этим определяется актуальность проведенных исследований, поскольку полученная информация позволяет улучшить качество проектирования КА в целом и расширить спектр решаемых им целевых задач.

В качестве ДУ, располагаемых на борту КА, далее рассматриваются обладающие высокой степенью отработки и надежностью ракетные двигатели на твердом топливе (РДТТ). При этом, одной из наиболее рациональных конфигураций входящего в РДТТ заряда твердого ракетного топлива (ТРТ), является заряд цилиндрической формы, у которого горение осуществляется по торцевой поверхности, обращённой к сопловому блоку, что обеспечивает в процессе работы двигателя близкие к постоянным изменения поверхности горения, его тяговых и расходных характеристик.

Задачи, связанные с оптимизацией и выбором параметров сложных технических систем, входящих в них подсистем и элементов, целесообразно решать с использованием методологии системного подхода, в соответствии с которой проектируемая система рассматривается как сложная, состоящая из отдельных взаимосвязанных подсистем, которые, в свою очередь, также могут быть расчленены на отдельные части. Такой процесс расчленения системы, называемый декомпозицией, позволяет разложить исходную задачу проектирования системы на ряд более простых взаимосвязанных задач. Декомпозиция исходной задачи осуществлена с учётом следующих основных принципов:

– каждое расчленение проектируемой системы образует свой уровень, причём исходная система располагается на нулевом уровне – C_0 ;

– после расчленения системы нулевого уровня C_0 получаются подсистемы первого уровня – C_{1i} , где i – количество подсистем первого уровня;

– расчленение подсистем первого уровня C_{1i} или некоторых из них приводит к появлению подсистем второго уровня – C_{2i} , где i – количество подсистем второго уровня и т. д.

С целью получения более полного представления о проектируемой системе и её связях в общую структуру может быть включена также надсистема и составляющие ее части (системы нулевого уровня – C_{0i})

Графическое изображение декомпозированной системы может быть представлено в виде иерархической структуры, которая для рассматриваемой задачи выполнена в виде ветвящейся блок-схемы (рис.1)

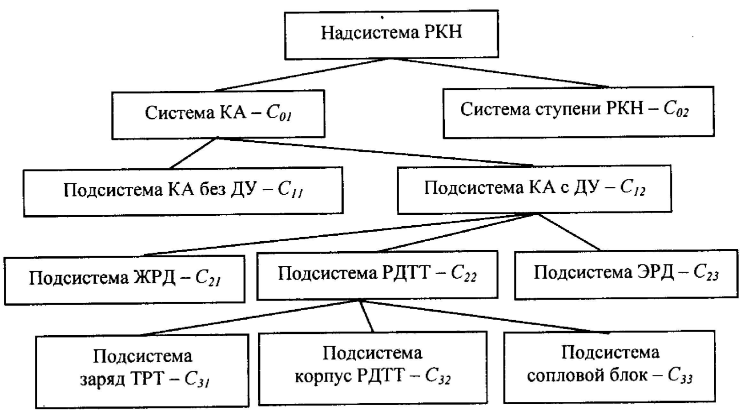

Рис. 1 – Иерархическая структура

Здесь в качестве надсистемы рассматривается РКН, на нулевом уровне располагаются две системы: КА – C_{01} и совокупность ступеней РКН – C_{02}. Расчленение части систем нулевого уровня, а именно ступеней РКН, на подсистемы более низкого уровня здесь не рассматривается, поскольку проектные параметры и основные характеристики РКН при решении рассматриваемой задачи считаются заданными.

Выведение КА на конечную круговую орбиту может быть обеспечено двумя способами: непосредственное выведение ракетой космического назначения на конечную орбиту; выведение по переходной эллиптической траектории с последующим доразгоном КА в апогее переходной орбиты. В свою очередь возможны две схемы довыведения КА: с использованием ДУ последней ступени РКН (разгонного блока) или с использованием апогейного двигателя, расположенного на борту КА.

Возможные типы ДУ, которые могут быть применены для довыведения КА на конечную орбиту, представляются как подсистемы второго уровня. В качестве последних могут рассматриваться: жидкостной ракетный двигатель (ЖРД) – C_{21}; РДТТ – C_{22}; электроракетный двигатель (ЭРД) – C_{23}.

Поскольку далее в качестве апогейного двигателя рассматривается РДТТ, расчленение части систем второго уровня, а именно C_{21} и C_{23}, на подсистемы более низкого уровня, не рассматриваются.

Подсистема второго уровня – C_{22} (апогейный РДТТ) в свою очередь расчленяется на подсистемы третьего уровня: заряд ТРТ – C_{31}, корпус камеры сгорания РДТТ – C_{32}, сопловой блок – C_{33}. Более детального расчленения подсистем третьего уровня не проводилось, поскольку дальнейшая декомпозиция этой подсистемы для решаемой задачи не целесообразна.

Далее с позиций системного подхода рассматривается постановка задачи определения оптимальных значений параметров КА и апогейного РДТТ (подсистема C_{22}) с учётом требований, предъявляемых к нему подсистемами более высокого уровня вплоть до надсистемы – РКН.

Постановка задачи. Задача проектирования апогейного РДТТ (далее просто РДТТ) для КА в составе РКН рассматривается для случая, когда заданы значения структурных, основных проектных параметров и основных характеристик РКН [1 – 3]. Проектные параметры КА и апогейного РДТТ подбираются из условия обеспечения максимального значения целевого функционала – массы полезного груза КА, выводимой на конечную орбиту с учётом этих условий. Масса полезного груза КА m_{pg} определяется соотношением

$$m_{pg} = m_{KA} - m_{DU} ,$$

где m_{KA} – начальная масса КА, которая выводится РКН на переходную эллиптическую орбиту; m_{DU} – суммарная масса РДТТ, обеспечивающего довыведение КА на конечную круговую орбиту.

Задача сформулирована как задача нелинейного математического программирования с ограничениями в виде равенств и дифференциальных связей. В качестве оптимизируемых параметров КА и РДТТ рассматривались: коэффициент начальной тяговооруженности КА ν_n, давление в камере сгорания РДТТ p_k, степень расширения сопла РДТТ ξ, а также угол на срезе сопла β_a.

Поскольку оптимизация параметров КА и РДТТ (компоненты вектора $\overline{p}$) производится в составе РКН, также должны быть сформированы или заданы следующие данные (вектор $\overline{x}$):

– начальная масса КА m_{KA}, выводимая РКН на переходную эллиптическую орбиту, которая может быть получена в результате решения комплексной задачи оптимизации основных проектных параметров РКН и программ управления движением [1 – 3];

– высоты апогея H_{ap}, перигея H_{pe} переходной эллиптической орбиты и конечной круговой орбиты, при чём $H_{kp} = H_{ap}$;

– тип и форма заряда ТРТ, которая, как уже указывалось ранее, представлена в виде цилиндрического заряда с горением по торцевой поверхности, обращённой к сопловому блоку;

– тип ТРТ и его основные физико-химические характеристики, такие как газовая постоянная продуктов сгорания R_g, температура горения твёрдого топлива T_g, показатель изоэнтропы продуктов сгорания k, плотность ТРТ ρ_m, параметры, характеризующие скорость горения ТРТ u_1, ν; массовая доля алюминия в ТРТ g_{Al};

– характеристики конструкционных, теплозащинтых и других материалов, которые используются для изготовления РДТТ.

Задача формулируется следующим образом. Необходимо определить вектор основных проектных параметров КА и апогейного РДТТ $\overline{p}*$ и программу управления движением КА $u*$, обеспечивающие максимальное значение целевого функционала

$$I(\overline{x}, \overline{p}*, u*) = \max_{\overline{p} \in \tilde{P}^s,\, u \in \tilde{U}} m_{pg}(\overline{x}, \overline{p}, u)$$

при ограничениях:

$$\overline{p} \in \tilde{P}^s, \tilde{P}^s \subset P^s; \;\; \overline{x} \in \tilde{X}^k, \tilde{X}^k \subset X^k \;\; ; \;\; u \in \tilde{U};$$

$$\frac{d\overline{y}}{dt} = f(\overline{y}, \overline{p}, u, \overline{x}); \quad \overline{y} \in \tilde{Y}^n, \tilde{Y}^n \subset Y^n;$$

$$H_к^{орб}(\overline{y}, \overline{p}, u, \overline{x}) = H_к^{тр}; \quad V_к^{орб}(\overline{y}, \overline{p}, u, \overline{x}) = V_к^{кр};$$

$$\theta_к(\overline{y}, \overline{p}, u, \overline{x}) = 0;$$

$$F = R(Z); \; Z = \tilde{P}^s \times \tilde{X}^k \times \tilde{Y}^n \times \tilde{U},$$

где $\overline{p} = (p_i),\; i = \overline{1, s}$; $\overline{x} = (x_j), j = \overline{1,k}$ – векторы оптимизируемых параметров и исходных данных, являющиеся элементами действительных векторных пространств P^s и X^k соответственно; $\tilde{P}^s$ и $\tilde{X}^k$ – замкнутые области в действительных векторных пространствах P^s и X^k, которым принадлежат векторы $\overline{p}$ и $\overline{x}$; $\overline{y} = (y_i), i = \overline{1,n}$ – вектор фазовых координат, определяющий положение КА в пространстве, являющийся элементом действительного векторного пространства Y^n; $\tilde{Y}^n$ – замкнутая область в действительном векторном пространстве Y^n, которой принадлежит вектор $\overline{y}$; u – программа управления движением КА, принимающая значения из замкнутого множества допустимых значений $\tilde{U}$; $H_к^{орб}$ – расчетная высота конечной круговой орбиты КА; $H_к^{тр}$ – заданная конечная высота круговой орбиты; $V_к^{орб}$ – расчетное значение скорости КА на конечной круговой орбите; $V_к^{кр}$ – значение скорости движения, соответствующее конечной круговой орбите с высотой $H_к^{тр}$; $\theta_к$ – угол наклона вектора скорости $V_к^{орб}$ к местному горизонту после окончания процесса довыведения КА на круговую орбиту; $F = R(Z)$ – оператор с областью определения на множестве $Z = \tilde{P}^s \times \tilde{X}^k \times \tilde{Y}^n \times \tilde{U}$ и областью значений на множестве F, сопоставляющий в соответствие каждому элементу множества $z \in Z$ множество выходных характеристик КА и апогейного РДТТ $\tilde{F} \subset F$.

Элементы математической модели. При решении задачи определения оптимальных значения проектных параметров КА и апогейного РДТТ рассматривается плоское движение КА в центральном гравитационном поле Земли. В этом случае уравнения движения центра масс КА (в проекциях на радиальное направление r и трансверсаль τ, направленную в направлении движения КА перпендикулярно r) имеют вид [4, 5]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{dV_\tau}{dt} = \frac{P}{m}\cdot\cos\varphi - \frac{V_\tau \cdot V_r}{r};\\
&\frac{dV_r}{dt} = \frac{P}{m}\cdot\sin\varphi + \frac{V_\tau^2}{r} - \frac{\mu}{r};\\
&\frac{dr}{dt} = V_r;\\
&\frac{d\gamma}{dt} = V_\tau;\\
&\frac{dm}{dt} = -\dot{m}_c,
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где V_τ и V_r – трансверсальная и радиальная составляющие вектора скорости КА; P – значение пустотной тяги, создаваемой двигательной установкой КА; φ – угол между направлением вектора тяги и трансверсальной составляющей вектора скорости КА, характеризующий программу управления движением КА; r – радиус-вектор, соединяющий центр притяжения с центром масс КА; μ – гравитационная постоянная Земли; γ – центральный угол, отсчитываемый от начального положения радиуса-вектора r в нулевой момент времени; m – текущее значение массы КА; $\dot{m}_c$ – массовый секундный расход продуктов сгорания апогейного РДТТ.

Величина пустотной тяги РДТТ в зависимости от коэффициента начальной тяговооруженности КА ν_n (оптимизируемый проектный параметр КА) определяется следующей зависимостью [5]

$$P = \frac{m_{KA} \cdot g_0}{\nu_n}, \qquad (2)$$

где g_0 – ускорение свободного падения у поверхности Земли.

Полное время работы t_Σ и запас топлива m_m РДТТ, необходимый для довыведения КА на конечную круговую орбиту, определяются в результате интегрирования системы уравнений (1) с учётом ограничений, приведенных при формулировке задачи.

В качестве программы управления движением после достижения КА апогея переходной орбиты рассматривается управление направлением вектора тяги РДТТ $u = \varphi(t, P)$, которое определяется из условия равенства нулю радиального ускорения, направленного вдоль радиуса-вектора r, соединяющего центр притяжения Земли с центром масс КА [5]:

$$\sin\varphi(t) = \left[\frac{\mu}{r^2(t)} - \frac{V_\tau^2}{r(t)}\right] \cdot \frac{m(t)}{P}. \tag{3}$$

При выборе программы управления движением КА тяга РДТТ P принята постоянной во времени, что обеспечивается использованием цилиндрической конфигурации заряда ТРТ торцевого горения с практически постоянной не изменяющейся во времени поверхностью горения.

Из соотношения (3) можно определить минимально допустимую тягу РДТТ $P_{\min}$, при которой возможна реализация предложенной схемы орбитального перехода [5]

$$P_{\min} = \left(\frac{\mu}{r_a^2} - \frac{V_{\tau a}^2}{r_a}\right) \cdot m_{KA},$$

где параметры с индексом «a» соответствуют своим значениям в апогее переходной эллиптической орбиты.

Масса топлива m_m, необходимая для осуществления указанного маневра, вычисляется по соотношению

$$m_m = \dot{m}_c \cdot t_\Sigma. \tag{4}$$

Энергетические характеристики РДТТ (тяга P, удельный импульс $I_{уд}^{пуст}$, секундный расход продуктов сгорания ТРТ $\dot{m}_c$) зависят от вектора оптимизируемых параметров КА и РДТТ $\bar{p}$, физико-химических характеристик ТРТ, а также геометрических характеристик соплового блока (СБ), таких как радиус критического сечения сопла R_{kr}, радиус среза сопла R_a, длина сверхзвуковой части сопла L_c.

Радиус критического сечения сопла R_{kr} определяется из условия обеспечения требуемого уровня пустотной тяги P РДТТ (2). Радиус среза R_a вычисляется в зависимости от степени расширения сопла ξ (проектный параметр РДТТ) по соотношению

$$R_a = R_{kr} \cdot \xi.$$

Площадь критического сечения сопла F_{kr} при условии обеспечения требуемого значения пустотной тяги апогейного РДТТ P вычисляется по формуле [6 – 8]

$$F_{kr} = \frac{P}{\varphi_p \cdot p_k \cdot \left[\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \cdot \varphi_c \cdot k \cdot \lambda_a + \frac{\pi(\lambda_a)}{q(\lambda_a)}\right]}, \tag{5}$$

где φ_p – коэффициент расхода; φ_c – коэффициент потерь удельного импульса; λ_a – приведенная скорость на срезе сопла.

Входящие в (5) значения газодинамических функций $\pi(\lambda_a)$ и $q(\lambda_a)$ определяются известными соотношениями [8]:

$$\pi(\lambda_a) = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \cdot \lambda_a^2\right)^{\frac{k}{k-1}};$$
$$q(\lambda_a) = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \cdot \lambda_a \cdot \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \cdot \lambda_a^2\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (6)$$

Значение приведенной скорости λ_a в (6) определяется в результате решения трансцендентного уравнения [8]

$$\frac{R_{kr}^2}{R_a^2} = q(\lambda_a). \quad (7)$$

Зависимость коэффициента расхода сопла РДТТ φ_p от конструктивной схемы дозвуковой части приведена на рис. 2 [7], где параметр $\overline{R}_1$ определяется по соотношению

$$\overline{R}_1 = \frac{R_1}{D_{kr}}, \quad (8)$$

где R_1 – радиус скругления дозвуковой части сопла; D_{kr} – диаметр критического сечения сопла.

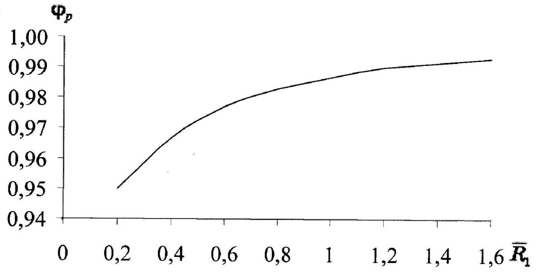

Рис. 2 – Зависимость коэффициента расхода от параметра $\overline{R}_1$

Коэффициент потерь удельного импульса φ_c может быть определен по зависимости [6]

$$\varphi_c = 1 - \varsigma_\Sigma, \quad (9)$$

в которой суммарные потери удельного импульса ς_Σ определяются путем сложения отдельных составляющих

$$\varsigma_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} \varsigma_i, \quad (10)$$

где ς_i – составляющая потерь обусловленная i -м фактором.

На начальном этапе проектирования РДТТ суммарные потери удельного импульса могут быть определены по статистической зависимости, полученной в результате обработки расчётных и экспериментальных данных

$$\varsigma_\Sigma = -2{,}46 + 3{,}28 \cdot \ln\beta - 1.11 \cdot \ln D_{kr} + 0{,}254 \cdot g_{Al} + \\ + 1{,}234 \cdot \ln\xi + 0{,}7 \cdot \frac{m_{TZP}}{m_m}, \quad (11)$$

где m_{TZP} – масса теплозащитного покрытия.

Входящая в соотношение (11) величина β определяется по формулам:

$$\beta = \frac{\theta_0 + 2 \cdot \beta_a}{3};$$
$$\theta_0 = arctg\left(\frac{\xi - 1}{\bar{x}_a}\right); \qquad (12)$$
$$\bar{x}_a = \frac{L_c}{R_{kr}}.$$

Удельный импульс тяги $I_{уд}^{пуст}$ в пустоте, а также массовый секундный расход продуктов сгорания $\dot{m}_c(t, \bar{p})$ рассчитываются по известным соотношениям [6, 8]:

$$I_{уд}^{пуст} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{k+1}{k} \cdot \chi \cdot R_g \cdot T_g} \cdot \left(\lambda_a + \frac{1}{\lambda_a}\right);$$
$$\dot{m}_c(t, \bar{p}) = A_n \cdot \frac{p_k(t) \cdot F_{kr}}{\sqrt{\chi \cdot R_g \cdot T_g}}, \qquad (13)$$

где χ – коэффициент теплопотерь в камере сгорания; $p_k(t)$ – давление торможения на входе в сопло, принимаемое равным значению проектного параметра РДТТ p_k.

Коэффициент A_n, входящий в (13), определяется по зависимости

$$A_n = \sqrt{k \cdot \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}. \qquad (14)$$

При заданных значениях диаметров критического сечения и среза сопла длина сверхзвуковой части сопла L_c может быть определена в соответствии с [6] по графику, приведенному на рис. 3, где использованы следующие обозначения: R_{kr} – радиус критического сечения сопла; $F_a, F_{кр}$ – площади среза и критического сечения сопла.

Совместное решение уравнений (2), (5) – (14) с учётом графических зависимостей (рис. 2 и рис. 3) позволяет с достаточной для начального этапа проектирования точностью определить геометрические размеры соплового блока РДТТ, а также перечисленные ранее его энергетические характеристики.

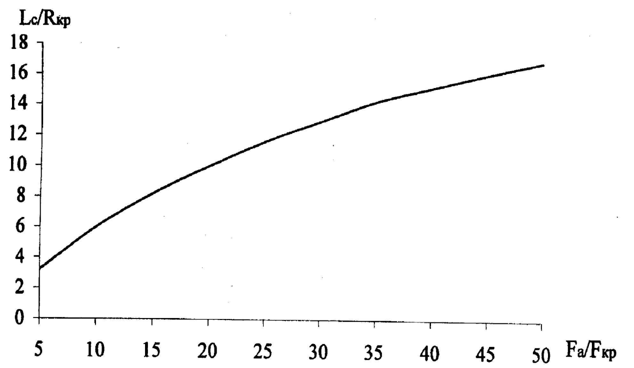

Рис. 3 – Зависимость относительной длины сверхзвуковой части сопла от степени расширения

По полученному значению секундного расхода $\dot{m}_c$ (13) определяются для цилиндрического заряда необходимое значение площади торцевой поверхности горения S_m и соответствующий ей диаметр цилиндрической части заряда ТРТ D_z [9]:

$$S_m = \frac{\dot{m}_c}{\rho_m \cdot u_1 \cdot (p_k)^{\nu}};$$

$$D_z = 2 \cdot \sqrt{\frac{S_m}{\pi}}.$$

В зависимости от запаса топлива, необходимого на довыведение КА, определяется длина l_z цилиндрического заряда РДТТ по формуле

$$l_z = \frac{m_m}{S_m \cdot \rho_m}.$$

Толщины несущих элементов конструкции апогейного РДТТ могут быть определены по известным соотношениям из расчета на прочность [10, 11]. Толщина внутреннего теплозащитного покрытия (ТЗП) корпуса камеры сгорания при решении поставленной задачи определялась по соотношению

$$\delta_{TZP} = \delta_0 + u_{TZP} \cdot t_{\Sigma},$$

где δ_{TZP}, δ_0 – расчётная и минимально допустимая в конце работы РДТТ толщины ТЗП; u_{TZP} – скорость уноса ТЗП, определяемая по статистике.

С учётом выше изложенного, при полученных ранее габаритных размерах заряда ТРТ и соплового блока могут быть определены массовые характеристики апогейного РДТТ.

Метод решения. Выбор параметров КА и апогейного РДТТ с учётом требований подсистем более высокого уровня осуществляется при следующих ограничениях и допущениях. Предполагаются заданными проектные параметры и основные характеристики РКН. Выведение КА на переходную орбиту осуществляется соответствующим выбором программы изменения угла тангажа [1 – 3], обеспечивающей требуемые параметры переходной орбиты, а именно высоты перигея и апогея, при этом высота апогея принимается равной высоте конечной круговой орбиты. При заданных характеристиках ТРТ, значениях оптимизируемых параметров КА и РДТТ определяется требуемый запас ТРТ, который необходим для довыведения КА на конечную круговую орбиту. В зависимости от значений оптимизируемых параметров определяются геометрические, габаритно-массовые и энергетические характеристики РДТТ. Целенаправленное варьирование оптимизируемых параметров КА и РДТТ при различных параметрах переходной орбиты позволяет определить, в конечном итоге, рациональные значения параметров переходной орбиты, оптимизируемых параметров КА и РДТТ, а также основных характеристик РДТТ.

Иллюстративный пример. С использованием рассмотренного выше подхода проведена оптимизация основных проектных параметров КА и апогейного РДТТ. Для выведения КА на переходную эллиптическую орбиту в расчётах использовалась двухступенчатая РКН со стартовой массой $m_0 = 100{,}0\ т$. Решались целевые задачи, связанные с выведением КА максимальной массы на круговые орбиты с высотами $H_{kp} = 800{,}0\ км$; $H_{kp} = 1000{,}0\ км$; $H_{kp} = 1200{,}0\ км$. Наклонение плоскостей орбит по отношению к плоскости экватора принято равным $i = 90^{\circ}$. Выведение КА на конечные круговые орбиты осуществлялось с переходных эллиптических орбит с высотами перигея, изменяющимися в диапазоне $170{,}0\ км \le H_{pe} \le 220{,}0\ км$, и высотами апогея H_{ap}, равными высотам конечных круговых орбит H_{kr}.

При расчётах траекторий выведения КА на переходные орбиты использовались математическая модель РКН и данные, приведенные в [12].

В качестве оптимизируемых параметров КА и апогейного РДТТ (вектор $\bar{p}$) приняты: коэффициент начальной тяговооруженности КА ν_n, давление в камере сгорания РДТТ p_k, степень расширения сопла РДТТ ξ, а также угол на срезе сопла β_a.

При определении основных характеристик РДТТ использовались следующие характеристики условного ТРТ и, соответственно, продуктов его сгорания: плотность ТРТ $\rho_m = 1800\ кг/м^3$; параметры, характеризующие скорость горения ТРТ $u_1 = 0{,}003\ м/с$, $\nu = 0{,}2$; температура горения ТРТ $T_g = 3500\ K$; массовая доля алюминия в ТРТ $g_{Al} = 0{,}03$; газовая постоянная продуктов сгорания $R_g = 280{,}0\ Дж/(кг \cdot K)$; показатель изоэнтропы продуктов сгорания $k = 1{,}16$.

Начальные массы КА, выводимые РКН на различные переходные эллиптические орбиты, характеризуемые высотами перигея H_{pe} и апогея H_{ap} приведены в табл. 1 .

Для каждой из приведенных в табл. 1 орбит проведена оптимизация проектных параметров КА и апогейного РДТТ. Границы областей изменения оптимизируемых параметров приведены в табл. 2.

Оптимальные значения давления в камере сгорания p_k и угол на срезе сопла β_a апогейного РДТТ в процессе оптимизации для всех рассмотренных конечных орбит получились равными нижним границам областей изменения, степень расширения сопла РДТТ ξ получилась равной верхней границе области изменения.

Таблица 1

$H_{pe}, км$	Начальная масса КА на переходной орбите, *кг*		
	$H_{ap} = 800\ км$	$H_{ap} = 1000\ км$	$H_{ap} = 1200\ км$
170,0	3409,1	3331,4	3257,5
180,0	3394,9	3317,5	3243,8
190,0	3379,4	3302,3	3228,8
200,0	3362,5	3285,5	3212,3
210,0	3344,1	3267,3	3194,9
220,0	3324,2	3248,5	3175,7

Таблица 2

Границы областей изменения оптимизируемых параметров							
ν_n		$p_k, кгс/см^2$		ξ		$\beta_a, град.$	
min	max	min	max	min	max	min	max
5,0	15,0	30,0	70,0	3,2	4,0	8,0	12,0

Таблица 3

Оптимальные значения параметра ν_n						
H_{kr}, *км*	Высота перигея переходной орбиты H_{pe}, *км*					
	170,0	180,0	190,0	200,0	210,0	220,0
800,0	9.61	9.74	9.86	9.98	10.10	10.22
1000,0	8.08	8.15	8.22	8.28	8.35	8.41
1200,0	7.09	7.16	7.18	7.23	7.27	7.32

Оптимальные значения выводимых масс полезного груза КА m_{pg} для различных переходных и конечных круговых орбит приведены в табл. 4.

Таблица 4

Оптимальные значения m_{pg}						
H_{kr}, *км*	Высота перигея переходной орбиты H_{pe}, *км*					
	170,0	180,0	190,0	200,0	210,0	220,0
800,0	3081.8	3074.4	3065.8	3055.8	3044.4	3031.6
1000,0	2922.3	2915.3	2907.1	2897.4	2886.5	2874.8
1200,0	2776.1	2769.4	2761.5	2752.2	2742.1	2730.5

Основные характеристики апогейных РДТТ для различных переходных и конечных круговых орбит приведены в табл. 5.

Таблица 5

Основные характеристики апогейных РДТТ							
H_{kr} *км*	ДУ	Высота перигея переходной орбиты H_{pe}, *км*					
		170,0	180,0	190,0	200,0	210,0	220,0
800,0	P, *кгс*	354.6	348.5	342.7	336.8	331.0	325.3
	$\dot{m}_c$, *кг/с*	1.297	1.275	1.253	1.232	1.211	1.190
	m_{DU}, *кг*	327.3	320.5	313.6	306.7	299.6	292.6
	m_m, *кг*	211.8	207.4	202.9	198.3	193.7	189.1
1000,0	P, *кгс*	412.3	407.2	402.0	396.7	391.4	388.4
	$\dot{m}_c$, *кг/с*	1.508	1.489	1.470	1.451	1.432	1.420
	m_{DU}, *кг*	409.1	402.2	395.2	388.1	380.9	373.6
	m_m, *кг*	265.7	261.1	256.5	251.9	247.1	242.4
1200,0	P, *кгс*	459.6	454.6	449.6	444.5	439.3	434.0
	$\dot{m}_c$, *кг/с*	1.681	1.663	1.644	1.626	1.607	1.587
	m_{DU}, *кг*	481.4	474.4	467.3	460.1	452.7	445.2
	m_m, *кг*	313.4	308.8	304.1	299.3	294.5	289.6

Как показали результаты проведенных исследований для выбранной схемы выведения КА на конечную круговую орбиту, в качестве переходной орбиты целесообразно использовать эллиптические орбиты с меньшим значением высоты перигея. В иллюстративном примере наибольшая масса полезного груза выводится на все рассмотренные конечные круговые орбиты с переходных эллиптических орбит с перигеем, равным 170 *км*.

Коэффициент начальной тяговооруженности КА ν_n для всех рассмотренных конечных круговых орбит с увеличением перигея переходной орбиты также возрастает. Так для конечной круговой орбиты высотой $H_{kr} = 800$ *км* ν_n увеличивается от значения 9,6137 для высоты перигея равной 170 *км* до значения 10,2189 для высоты перигея равной 220 *км* . Аналогичное увеличение коэффициента начальной тяговооруженности ν_n наблюдается и для рассмотренных конечных круговых орбит с высотами $H_{kr} = 1000$ *км* и $H_{kr} = 1200$ *км* .

Выводы. С использованием методологии системного подхода сформулирована задача совместной оптимизации проектных параметров КА и установленного на нём апогейного РДТТ, который обеспечивает выполнение орбитального маневра, связанного с переводом КА с переходной эллиптической орбиты на заданную круговую орбиту.

Разработанные элементы математической модели, реализующие её алгоритмы и программное обеспечение, могут быть использованы проектными организациями на начальном этапе проектирования космических аппаратов с установленными на борту двигательными установками, работающими на твёрдом ракетном топливе.

1. *Алпатов А. П.* Методическое обеспечение для выбора облика оптимизации проектных параметров и программ управления полётом ракеты-носителя / *А. П. Алпатов, В. С. Сенькин* // Техническая механика. – 2013. – № 4. – С. 146 – 161.
2. *Алпатов А. П.* Комплексная задача оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением ракет космического назначения / *А. П. Алпатов, В. С. Сенькин* // Техническая механика. – 2011. – № 4. – С. 98 – 113.
3. *Сенькин В. С.* Оптимизация проектных параметров ракеты-носителя сверхлегкого класса / *В. С. Сенькин* // Техническая механика. – 2009. – № 1. – С. 80 – 88.
4. *Ильин В. А.* Оптимальные перелеты космических аппаратов с двигателями большой тяги / *В. А. Ильин, Г. Е. Кузмак.* – М. : Наука. 1976. – 744 с.
5. *Сенькин В. С.* Выбор программы управления движением космического аппарата при переходе с начальной круговой орбиты на заданную конечную круговую орбиту / *В. С. Сенькин* // Техническая механика. – 2003. – № 2. – С. 79 – 87.
6. *Абугов Д. И.* Теория и расчет ракетных двигателей твердого топлива / *Д. И. Абугов, В. М. Бобылев.* – М. : Машиностроение. 1987. – 272 с.
7. *Ерохин Б. Т.* Теоретические основы проектирования РДТТ / *Б. Т. Ерохин*. – М. : Машиностроение, 1982. – 206 с.
8. *Шишков А. А.* Газодинамика пороховых ракетных двигателей / *А. А. Шишков.* – М. : Машиностроение, 1974. – 156 с.
9. *Сенькин В. С.* К вопросу о постановке задачи оптимизации проектных параметров ракетного двигателя на твёрдом топливе / *В. С. Сенькин* // Техническая механика. – 2014. – № 4. – С. 39 – 52.

10 *Образцов И. Ф.* Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов / *И. Ф.Образцов, В. В. Васильев, В. А. Бунаков.* – М. : Машиностроение, 1977. – 144 с.

11 *Лизин В. Т.* Проектирование тонкостенных конструкций / *В. Т. Лизин. В. А. Пяткин.* – М. : Машиностроение, 1985. – 344 с.

12 *Сенькин В. С.* Выбор проектных параметров и программ управления на начальном этапе проектирования ракет-носителей / *В. С. Сенькин. А. П. Сарычев* // Техническая механика. – 2014. – № 3. – С. 33 – 47.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 24.09.2015,
в окончательном варианте 30.09.2015