УДК 629.7 https://doi.org/10.15407/itm2019.04.021

А. П. АЛПАТОВ, Ю. М. ГОЛЬДШТЕЙН

О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТА ОРБИТАЛЬНОГО СЕРВИСНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: aalpatov@ukr.net; jura_gold@meta.ua

В даний час спостерігається істотне зростання вимог до збільшення тривалості строків активного існування космічних апаратів, надійності їх функціонування і зниження експлуатаційних витрат. Багатообіцяючим шляхом задоволення цих вимог є впровадження технології орбітального сервісного обслуговування, яке дозволяє вирішувати технічні та економічні проблеми за рахунок виконання сервісних операцій у космосі. Здійснення орбітального сервісного обслуговування пов'язано з виконанням послідовності завдань орбітального маневрування в умовах обмеженості енергетичних можливостей сервісного космічного апарату. Тому, особливого значення набуває задача вибору оптимального маршруту орбітального сервісного обслуговування. Вихідні дані цієї задачі (орбітальні параметри сервісного космічного апарату та космічних апаратів, що обслуговуються) визначаються з похибкою. Точність орбітальних параметрів залежить від точності вимірювань, методичної похибки обробки, сонячної активності, зміни густини в наслідок сонячної активності, часу проведення вимірювань, зміни орбітальних параметрів за час виконання міжорбітальних перельотів. Внаслідок цього раціональний маршрут орбітального сервісного обслуговування вибирається при нестачі інформації про вихідні дані. Метою статті є розробка математичної моделі для аналізу ризикових ситуацій вибору оптимальних маршрутів орбітального сервісного обслуговування в умовах стохастичної невизначеності орбітальних параметрів. Розроблена математична модель базується на статистичному моделюванні розв'язку задачі комівояжера. В результаті статистичної обробки результатів математичного моделювання побудовано дискретний розподіл оптимальних маршрутів орбітального сервісного обслуговування. В якості оптимального маршруту орбітального сервісного обслуговування запропоновано вибирати маршрут з максимальною ймовірністю реалізації. Розроблена стохастична модель проілюстрована прикладом. Новизна статті полягає в розробці моделі вибору оптимального маршруту орбітального сервісного обслуговування в умовах стохастичної невизначеності орбітальних параметрів сервісного космічного апарату та космічних апаратів, що обслуговуються. Отримані результати можуть знайти застосування при обґрунтуванні, плануванні та здійсненні сервісних космічних операцій.

Ключові слова: *космічний апарат, орбітальне сервісне обслуговування, оптимальний маршрут, стохастична модель вибору, задача комівояжера, цілочисельне лінійне програмування.*

В настоящее время наблюдается существенный рост требований к увеличению длительности сроков активного существования космических аппаратов, надёжности их функционирования и снижению эксплуатационных расходов. Многообещающим путём удовлетворения этих требований является внедрение технологии орбитального сервисного обслуживания, которое позволяет решать технические и экономические проблемы за счёт выполнения сервисных операций в космосе. Осуществление орбитального сервисного обслуживания связано с выполнением последовательности задач орбитального маневрирования в условиях ограниченности энергетических возможностей сервисного космического аппарата. Поэтому, особое значение приобретает задача выбора оптимального маршрута орбитального сервисного обслуживания. Исходные данные этой задачи (орбитальные параметры сервисного и обслуживаемых космических аппаратов) определяются с погрешностью. Точность определения орбитальных параметров зависит от точности измерений, методической погрешности обработки, солнечной активности, изменения плотности из-за солнечной активности, времени проведения измерений, изменения орбитальных параметров за время выполнения межорбитальных перелётов. Вследствие этого оптимальный маршрут орбитального сервисного обслуживания выбирается при недостатке информации об исходных данных. Целью статьи является разработка математической модели для анализа рисковых ситуаций выбора оптимальных маршрутов орбитального сервисного обслуживания в условиях стохастической неопределённости орбитальных параметров. Разработанная математическая модель базируется на статистическом моделировании решения задачи коммивояжёра. В результате статистической обработки результатов математического моделирования построено дискретное распределение оптимальных маршрутов орбитального сервисного обслуживания. В качестве оптимального маршрута орбитального сервисного обслуживания предложено выбирать маршрут с максимальной вероятностью реализации. Разработанная стохастическая модель проиллюстрирована примером. Новизна статьи состоит в разработке модели выбора оптимального маршрута орбитального сервисного обслуживания в условиях стохастической неопределённости орбитальных параметров сервисного и обслуживаемых космических аппаратов. Полученные результаты могут найти применение при обосновании, планировании и осуществлении сервисных космических операций.

Ключевые слова: *космический аппарат, орбитальное сервисное обслуживание, оптимальный маршрут, стохастическая модель выбора, задача коммивояжёра, целочисленное линейное программирование.*

At present, the requirements for increasing spacecraft active life and operational reliability and reducing spacecraft operation costs become more and more stringent. A promising way to meet these requirements is to introduce on-orbit servicing, which allows one to solve engineering economic problems by performing service operations in space. On-orbit servicing involves a sequence of orbital maneuvering tasks under limited power capabilities of the service spacecraft. Because of this, of particular importance is the choice of an optimal on-orbit servicing route. The input data of this problem (the orbit parameters of the service spacecraft and the spacecraft to be serviced) are determined with an error. The orbit parameter determination accuracy is governed by the measurement accuracy, data handling method error, solar activity, density variations caused by solar activity, measurement time, and orbit parameter variations during orbital transfers. As a result, an advisable on-orbit servicing route is chosen under lack of information on input data. The aim of this paper is to develop a mathematical model for risk analysis in the choice of optimal on-orbit servicing routes under stochastic uncertainty in orbit parameters. The mathematical model developed is based on a statistical simulation of the traveling salesman problem. As a result of a statistical treatment of the mathematical simulation results, a discrete distribution of optimal on-orbit servicing routes was constructed. It is suggested that the maximum probability route be chosen as the optimal on-orbit servicing route. The stochastic model developed is illustrated by an example. The novelty of the paper lies in the development of a model for the choice of an optimal on-orbit servicing route under stochastic uncertainty in the orbit parameters of the service spacecraft and the spacecraft to be serviced. The results may be used in the justification, planning, and implementation of space service operations.

Keywords: *spacecraft, on-orbit servicing, optimal route, stochastic model of choice, traveling salesman problem, integer linear programming*.

Введение. В связи с постоянным ростом стоимости функционирующих на орбите космических аппаратов (КА) возрастает потребность в обеспечении их сервисным обслуживанием. Орбитальное сервисное обслуживание (ОСО) является важным направлением повышения эффективности космической деятельности. Оно позволяет решать технические и экономические проблемы за счёт выполнения сервисных операций в космосе. Внедрение ОСО способствует увеличению сроков активного существования КА, повышению надёжности их функционирования и снижению затрат на поддержание в эксплуатации орбитальных спутниковых систем различного назначения [1 – 3]. Также ОСО способствует решению проблемы космического мусора [4 – 6]. Программы по устранению повреждённых спутников с рабочих орбит помогают смягчить эту проблему.

По срокам выполнения различают плановые и экстренные ОСО. Плановые ОСО проводятся в соответствии с заранее предусмотренным регламентом, а экстренные ОСО проводятся в случае непредвиденных и нештатных ситуаций. ОСО могут проводиться либо путём непосредственной работы сервисного космического аппарата (СКА) с обслуживаемым КА, либо путём его использования для транспортирования обслуживаемого КА с его орбиты на орбитальную базу обслуживания, а после проведения обслуживания средствами платформы, доставки обратно на рабочую орбиту. В настоящее время наиболее перспективными для выполнения операций ОСО считаются многоразовые СКА космического базирования с электрореактивными двигателями. Использование СКА с электрореактивным двигателем для перехода между орбитами в окрестности Земли приводит к продолжительным многовитковым спиралевидным орбитам перехода [7, 8]. Время активного полёта СКА по переходной орбите во многих случаях может совпадать со временем полёта.

СКА могут проводить сервисное обслуживание по челночной схеме или по схеме последовательного обхода. При челночной схеме, после каждой операции обслуживания осуществляется возврат СКА на базовую орбиту или орбитальную станцию базирования. При схеме последовательного обхода нескольких КА возврат на базовую орбиту или орбитальную станцию базирования осуществляется после полного завершения обхода.

Осуществление ОСО сопряжено с выполнением последовательности задач орбитального маневрирования в условиях ограниченности энергетических возможностей СКА. Для различных маршрутов ОСО величины показателей эффективности могут существенно отличаться. Основными критериями эффективности при выборе оптимального маршрута ОСО для заданного количества и параметров орбит сервисного и обслуживаемых КА являются энергетические затраты, затраты времени и стоимость проведения ОСО.

При планировании операций ОСО необходимо учитывать ограниченность энергетических возможностей СКА. В связи с этим возникает задача выбора оптимального замкнутого маршрута ОСО. При точном задании орбитальных параметров сервисного и обслуживаемых КА эта задача допускает математическую формулировку в виде задачи коммивояжёра, в которой разыскивается кратчайший замкнутый путь СКА, проходящий через каждую орбиту обслуживаемого КА ровно один раз.

В реальных условиях параметры орбит сервисного и обслуживаемых КА определяются с погрешностью, которая имеет случайный характер и обусловлена погрешностью измерений, методической погрешностью обработки, солнечной активностью, изменением плотности из-за солнечной активности, временем проведения измерений и изменением орбитальных параметров за время выполнения межорбитальных перелётов. Энергетические затраты СКА на выполнение замкнутого маршрута ОСО также являются случайной величиной, зависящей от параметров орбит сервисного и обслуживаемых КА. Поэтому погрешность определения параметров орбит сервисного и обслуживаемых КА оказывает существенное влияние на выбор оптимального замкнутого маршрута ОСО.

В связи с ростом заинтересованности в развитии орбитального сервисного обслуживания КА и погрешности определения орбитальных параметров КА, в настоящее время существует потребность в совершенствовании существующих и разработке новых математических моделей для выбора оптимальных маршрутов ОСО при неточной информации об исходных данных. Перспективным направлением решения этой задачи является разработка стохастических моделей. Они, как правило, оказываются более адекватными, чем детерминированные и позволяют найти решение, которое является допустимым для всех (или почти всех) возможных значений параметров орбит сервисного и обслуживаемых КА.

Постановка задачи. В статье рассмотрена задача выбора оптимального замкнутого маршрута ОСО между околокруговыми орбитами сервисного и обслуживаемых КА в условиях стохастической неопределённости информации об их орбитальных параметрах. Для решения задачи анализировалась рисковая ситуация минимизации ущерба от выбора замкнутого маршрута ОСО. Величина возможного ущерба в рассматриваемой стохастической ситуации носит случайный характер и описывается функцией распределения вероятности реализации оптимального маршрута ОСО.

По условиям задачи считались заданными распределения орбитальных параметров сервисного и обслуживаемых КА. В качестве параметров орбит использовались кеплеровские элементы орбиты. Использование упрощающих предположений относительно вида орбит сервисного и обслуживаемых КА и баллистической схемы перелёта между ними позволило уменьшить количество орбитальных параметров сервисного и обслуживаемых КА с пяти до двух: радиуса и наклонения орбиты. Действительно, в силу рассмотрения только околокруговых орбит сервисного и обслуживаемых КА, их эксцентриситеты приближённо равны нулю, а использование параметров перигея теряют смысл. Поэтому эксцентриситет и параметр перигея можно исключить из числа орбитальных параметров. Рассматриваемая схема межорбитальных перелётов предполагает, что завершения перелётов между орбитами сервисного и обслуживаемых КА происходят в моменты примерного совпадения долгот восходящих узлов орбит, между которыми осуществляется перелёт. Поэтому отпадает необходимость поворота плоскости орбиты на угол, равный разности долгот восходящего узла орбит перелёта. Продолжительность ожидания времени начала межорбитальных перелётов определяется разностью скоростей прецессии орбит перелёта. В силу выбранной схемы баллистических перелётов долготу восходящего узла орбиты можно исключить из числа орбитальных параметров.

Уменьшение размерности пространства характеристик орбит сервисного и обслуживаемых КА позволило ускорить процесс выбора оптимального замкнутого маршрута ОСО.

В качестве критерия эффективности выбора оптимального маршрута ОСО при использовании двигателей малой тяги использовались суммарные затраты характеристической скорости, моторного времени или необходимый запас топлива для выполнения ОСО**.**

Значение характеристической скорости $V_{хар}$ для пространственного перелёта с круговой орбиты радиуса r_1 на круговую орбиту радиуса r_2 и изменения угла наклона плоскости орбиты на Δi, если в пределах витка использовать простую релейную программу ориентации тяги $|a| = \text{const}$ с переключением тяги на симметричное направление относительно плоскости орбиты в точках, где аргумент широты $u = \pm\frac{\pi}{2}$ имеет следующий вид [9.10]:

$$V_{хар} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}}\sqrt{1 - \frac{2\cos(\pi\Delta i/2)}{\sqrt{r_2/r_1}} + \frac{r_1}{r_2}}\ . \qquad (1)$$

Текущее ускорение a СКА можно записать в виде:

$$a = \frac{P}{m_0 - \dot{m}t} = \frac{a_0}{1 - \frac{a_0}{W}t}\ . \qquad (2)$$

Моторное время $t_{дв}$ (соответствующее в этом случае времени полёта) запишется в следующем виде:

$$t_{дв} = \frac{W}{a_0}\left\{1 - \exp\left[-\frac{V_{хар}}{W}\right]\right\}. \qquad (3)$$

Необходимый запас m_τ топлива на перелёт (при $m_\tau = \dot{m}\,t_{дв}$) определится по формуле:

$$m_\tau = \dot{m}\, t_{\partial в} = m_0\left(1 - \exp\left\{-\frac{\Delta V}{W}\right\}\right). \qquad (4)$$

В выражениях (1) – (4) использованы следующие обозначения: μ – гравитационная постоянная Земли; P – тяга двигательной установки (ДУ); W – скорость истечения рабочего тела ДУ; r_1, r_2 – радиус-векторы исходной орбиты и орбиты назначения соответственно; m_0, $\dot{m}$ – начальная масса аппарата и массовый расход рабочего тела ДУ соответственно.

Стохастическое расширение задачи коммивояжёра. Задача выбора оптимального замкнутого маршрута ОСО при стохастической информации об орбитальных параметрах сервисного и обслуживаемых КА предполагает решение маршрутной задачи оптимизации, которая допускает математическую формализацию в виде стохастического расширения задачи коммивояжёра.

Для решения этой задачи используется метод статистического моделирования, который состоит из следующих этапов:

1. Моделирование на ЭВМ псевдослучайных последовательностей с заданным распределением вероятностей, имитирующих на ЭВМ случайные значения орбитальных параметров сервисного и обслуживаемых КА;

2. Использование полученных числовых последовательностей при решении детерминированной задачи коммивояжёра, в которой разыскивается кратчайший замкнутый путь СКА, проходящий через каждую орбиту обслуживаемого КА ровно один раз.

3. Статистическая обработка результатов моделирования и построение дискретного решающего распределения, связывающее полученные оптимальные замкнутые маршруты ОСО с вероятностью их реализации.

Принятие решения о выборе оптимального замкнутого маршрута ОСО в условиях стохастической неопределённости проводится с использованием дискретного решающего распределения оптимальных маршрутов ОСО. В качестве оптимального замкнутого маршрута ОСО в условиях стохастической неопределённости выбирается наиболее вероятный кратчайший замкнутый путь обхода СКА орбит обслуживаемых КА.

Детерминированная задача коммивояжёра. Задача выбора оптимального замкнутого маршрута ОСО при детерминированной информации об орбитальных параметрах сервисного и обслуживаемых КА допускает математическую формализацию в виде задачи коммивояжёра. В соответствии с условиями задачи СКА необходимо обойти n орбит, начиная с опорной орбиты, на которой он находится, и закончить свой маршрут, вернувшись на исходную орбиту, не побывав нигде дважды. Считаются заданными n орбит назначения. Матрица C стоимостей перелёта между любой парой орбит определяется по орбитальным параметрам.

В качестве стоимости используется характеристическая скорость перелёта. Оценочной функцией в данной задаче является суммарная стоимость полного пути, начинающегося и оканчивающегося на опорной орбите. Ограничениями служат наличие или отсутствие рейса между отдельными орбитами рассматриваемого списка, а также необходимость посещения всех этих орбит.

Матрица C в общем случае считается несимметричной. Размер этой матрицы $n \times n$ и её диагональные элементы могут быть произвольными, т. к. нигде в решении они не используются. Остальные элементы матрицы C по смыслу задачи неотрицательные.

Рассматриваемая задача коммивояжёра может быть сформулирована в терминах целочисленного линейного программирования [11]. Обозначим через e_{ik} целочисленные переменные, ассоциированные с дугами. Всего таких переменных столько же, сколько и дуг – $m = n(n-1)$. Каждая из них может принимать только одно из двух возможных значений: 1 или 0 в зависимости от того, входит или нет дуга e_{ik} в искомый цикл:

$$\begin{aligned} & e_{ik} = 0 \vee 1, \\ & i,k = \overline{1,n},\ i \neq k. \end{aligned} \quad (5)$$

Целевая функция в данной задаче – это общий вес дуг, входящих в цикл:

$$z = \sum_{\substack{i,k=1 \\ i \neq k}}^{n} c_{i,k} e_{i,k} \to \min. \quad (6)$$

На переменные e_{ik} помимо (5) наложены ещё и следующие ограничения.

Из каждой вершины должна выходить ровно одна дуга:

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} e_{i,k} = 1, \\ & i = \overline{1,n}. \end{aligned} \quad (7)$$

В каждую вершину также должна входить одна дуга:

$$\begin{aligned} & \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{n} e_{i,k} = 1, \\ & k = \overline{1,n}. \end{aligned} \quad (8)$$

И, наконец, нужно, чтобы цикл был полным, т. е. состоял из n вершин и n дуг. Ведь ограничениям (7), (8) удовлетворяет, например, система из нескольких меньших циклов, которые в сумме охватывают все n вершин. Чтобы устранить такие подциклы, вводятся в рассмотрение неограниченные действительные переменные v_i, ассоциированные с вершинами. Система ограничений, устраняющая подциклы, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & v_i - v_k + (n-1) e_{ik} \leq n-2, \\ & 2 \leq i \neq k \leq n. \end{aligned} \quad (9)$$

Выражения (5) – (9) определяют соответствующую исходной задаче коммивояжёра смешанную задачу целочисленного линейного программирования. Задача является смешанной потому, что часть переменных – целочисленные, а часть – неограниченные действительные. Всего в задаче используется $n(n-1)$ целочисленных переменных e_{ik} с ограничениями (7), (8) и n неограниченных действительных переменных v_i. На них наложены ограничения (9). Минимизируется целевая функция (6).

Рассматриваемая задача коммивояжёра лежит в классе NP – полных задач, которые не разрешимы полиномиальными алгоритмами. Её вычислительная сложность растёт экспоненциально с размером задачи. Для её решения используют точные и эвристические алгоритмы, причём точные алгоритмы применимы только для малоразмерных задач. Сложность рассматриваемой задачи приводит к широкому использованию эвристических алгоритмов, которые дают приближенные решения за меньшее по сравнению с точными методами время. В работе для решения смешанной задачи целочисленного линейного программирования (5) – (9) использован метод ветвей и границ [11].

Модельный пример выбора оптимального замкнутого маршрута. Для демонстрации предложенной методики выбора оптимального замкнутого маршрута ОСО приведём пример оптимизации маршрута последовательного обхода четырёх околокруговых орбит обслуживаемых КА сервисным КА с электрореактивным двигателем малой тяги. Рассматривался перелёт с нерегулируемым двигателем. Критерием эффективности при выборе оптимального маршрута ОСО для заданного количества и параметров орбит сервисного и обслуживаемых КА выбраны суммарные затраты характеристической скорости выполнения ОСО.

Параметры орбит КА заданы случайными величинами с нормальными законами распределения. Использованные в расчётах математические ожидания и дисперсии орбитальных параметров опорной орбиты СКА и орбит обслуживаемых КА приведены, соответственно, в таблицах 1 и 2. Параметры опорной орбиты СКА имеют номер 1, а орбит обслуживаемых КА – номера 2, 3, 4 и 5.

Таблица 1 – Математические ожидания параметров орбит КА

Номер орбиты	Математическое ожидание радиуса орбиты, км	Математическое ожидание наклонения орбиты, град
1	6903,80	67,84
2	7725,86	65,76
3	8566,31	64,65
4	7385,64	68,96
5	7061,74	69,80

Таблица 2 – Дисперсии параметров орбит КА

Номер орбиты	Дисперсия радиуса орбиты, км	Дисперсия наклонения орбиты, град
1	100	0,3
2	100	0,3
3	100	0,3
4	100	0,3
5	100	0,3

В таблице 3 приведено полученное в результате статистического моделирования дискретное распределение оптимальных маршрутов ОСО.

Таблица 3 – Дискретное распределение оптимальных маршрутов ОСО

Оптимальный маршрут ОСО	Вероятность реализации маршрута
1 5 4 3 2 1	0,83
1 5 4 2 3 1	0,08
1 2 3 4 5 1	0,04
1 4 5 3 2 1	0,04
1 4 5 2 3 1	0,01

В силу вышеизложенного маршрут (1 5 4 3 2 1), имеющий максимальную вероятность реализации, целесообразно выбирать в качестве оптимального замкнутого маршрута ОСО.

Выводы. В статье предложена математическая модель для выбора оптимального замкнутого маршрута ОСО между околокруговыми орбитами сервисного и обслуживаемых КА в условиях стохастической неопределённости информации об их орбитальных параметрах. Использование предложенной модели проиллюстрировано примером выбора оптимального маршрута. Полученные результаты могут найти применение при обосновании, планировании и осуществлении ОСО.

Исследования выполнены за счёт финансирования по бюджетной программе “Поддержка развития приоритетных направлений научных исследований” (КПКВК 6541230).

1. *Иванов В. М.* Основные положения концепции орбитального обслуживания перспективных автоматических космических аппаратов. Ракетно-космическая техника: вестник МАИ. 2008. Т. 15, № 3. С. 5–7.
2. *Stephen J.* Design for on-orbit spacecraft servicing. Specialist Conference, Paper AAS 14-374, October. 2014. P. 1–12.
3. *Васильев В. В.* Введение в орбитальное сервисное обслуживание. К.: «Элмис», 2013. 28 с.
4. *Алпатов А. П., Горбулин В. П.* Космические платформы для орбитальных промышленных комплексов: проблемы и перспективы. Вісн. НАН України. 2013. № 12. С. 26–38. https://doi.org/10.15407/visn2013.12.026
5. *Алпатов А. П.* Космический мусор: аспекты проблемы. Техническая механика. 2018. № 2. С. 30–47. https://doi.org/10.15407/itm2018.01.030
6. *Алпатов А. П., Гольдштейн Ю. М.* Выбор орбит для утилизации космического мусора. Техническая механика. 2019. № 2. С. 5–15. https://doi.org/10.15407/itm2019.02.005
7. *Гришин С. Д., Захаров Ю. А., Одолевский В. К.* Проектирование космических аппаратов с двигателями малой тяги. М.: Машиностроение. 1990. 223 с.
8. *Гродзовский Г. Л., Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В.* Механика космического полета (проблемы оптимизации). М.: Наука, 1975. 704 с.
9. *Лебедев В. Н.* Расчет движения космического аппарата с малой тягой. М.: ВЦ АН СССР. 1968. 105 с.
10. *Сердюк В. К.* Проектирование средств выведения космических аппаратов. М.: Машиностроение. 2009. С. 388–389.
11. *Пападимитриу Х., Стайглиц К.* Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложностью. М.: Мир. 1982. 510 с.

Получено 15.10.2019,
в окончательном варианте 11.11.2019