УДК 629.78

А. П. САВЧУК, А. А. ФОКОВ, С. В. ХОРОШИЛОВ

РАСЧЕТ БЕСКОНТАКТНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ОБЪЕКТ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА ПО ЕГО ИЗВЕСТНОМУ КОНТУРУ

Рассмотрен предложенный ранее упрощенный подход к определению воздействия на объект космического мусора со стороны электрореактивного двигателя космического аппарата (пастуха) при удалении космического мусора по технологии "пастух с ионным пучком". Подход основан на методе вычисления величины воздействия по информации о контуре центральной проекции объекта на некоторую плоскость, перпендикулярную оси ионного потока факела двигателя. Проведен анализ погрешностей данного метода. Результаты анализа обосновывают допустимость применения оговоренного подхода в рамках автоподобной модели распространения потока плазмы факела. Также сделан предварительный вывод о возможности применения данного упрощенного подхода в процессе управления относительным движением системы "пастух–объект космического мусора".

Розглянуто запропонований раніше спрощений підхід до визначення дії на об’єкт космічного сміття з боку електрореактивного двигуна космічного апарата (пастуха) при видаленні космічного сміття за технологією "пастух з іонним пучком". Підхід заснований на методі обчислення величини дії за інформацією про контур центральної проекції об’єкта на деяку площину, перпендикулярну осі іонного потоку факела двигуна. Проведено аналіз похибок даного методу. Результати аналізу обґрунтовують допустимість застосування обумовленого підходу в рамках автоподібної моделі поширення потоку плазми факела. Також зроблено попередній висновок про можливість застосування даного спрощеного підходу в процесі управління відносним рухом системи "пастух–об’єкт космічного сміття".

The proposed previously simplified approach to the determination of the effects of space debris on the object from the electric jet engine of a spacecraft (a shepherd) in removing space debris using the ion-beam shepherd technology is considered. The approach is based on the method of computations of the effects using information about the contour of a central projection of an object on some plane perpendicular to the axis of the ion flow of the engine plume. Errors of this method are analyzed. The results of the analysis allow for the application of the above method in the context of a self-similar model of propagation of the plume plasma flow. A preliminary conclusion about applications of this simplified approach to the control of a relative motion of the system of the shepherd and the object of space debris is also made.

Ключевые слова*: удаление космического мусора, технология "пастух с ионным пучком", система "космический аппарат–объект космического мусора", контур центральной проекции объекта мусора, упрощенный расчет силового воздействия, моделирование относительного движения системы.*

Введение. Рассматривается технология удаления космического мусора больших размеров с низких околоземных орбит, которая именуется "пастух с ионным пучком" [1, 2]. Технология предполагает смещение объекта космического мусора с орбиты за счет воздействия на него ионного потока, который создается электрореактивным двигателем (ЭРД) космического аппарата (пастух), находящегося в непосредственной близости к объекту космического мусора (мишень). Для обеспечения эффективности воздействия ионного потока на движение мишени необходимо поддерживать определенное расстояние между пастухом и мишенью. При известном механизме воздействия ионного потока [3] на элемент поверхности мишени и при известном его относительном положении для определения воздействия на мишень необходимо произвести интегрирование элементарных воздействий по поверхности мишени. Такой подход оправдан при моделировании движения системы, но не оправдан в процессе выработки сигналов системы управления ввиду вычислительных затрат и неполноты информации о положении и, возможно, форме мишени. В [4] был предложен упрощенный подход к определению величины воздействия ионного потока на мишень, который основан на информации о контуре ее центральной проекции на картинную плоскость фотокамеры пастуха. В рамках этого подхода предполагается при определении воздействия рассматривать не поверхность мишени, а ее центральную проекцию на перпендикулярную оси луча вспомогательную плоскость. В настоящей статье обосновывается допустимость такого подхода, анализируются погрешности метода определения воздействия плазменного факела ЭРД на мишень по ее известному контуру и возможность использования полученной таким образом величины воздействия в формировании управления относительным движением системы "пастух–мишень".

Расчет силового воздействия при интегрировании по поверхности мишени. Для расчета силового воздействия, оказываемого факелом ЭРД на мишень, необходимо учитывать модель взаимодействия ионного потока с объектом космического мусора, а также модель ионного луча ЭРД.

Пренебрегая эффектами покидания ионами плазмы поверхности объекта космического мусора, распыления ее материала, а также давления электронов, элементарная сила $d\mathrm{F}_s$, передаваемая объекту, может быть вычислена следующим образом [5]:

$$d\mathrm{F}_s = mn\mathrm{u}\left(-\mathrm{v}\cdot\mathrm{u}\right)ds, \qquad (1)$$

где m – масса частицы ионного потока; u – вектор ее скорости; ds – площадь элемента поверхности мишени, ее расположение будем характеризовать радиус-вектором ρ_s некоторой его средней точки; v – единичный вектор нормали к элементу поверхности; n – плотность плазмы. Сила и момент, передаваемые мишени ионным потоком, могут быть вычислены путем интегрирования сил (1) по облучаемой поверхности мишени S

$$\mathrm{F}_{surface} = \int_S d\mathrm{F}_s, \quad \mathrm{M}_{surface} = \int_S \rho_s \times d\mathrm{F}_s. \qquad (2)$$

Модели ионного потока различают ближнюю и дальнюю области [6] плазменного факела ЭРД. Для задач бесконтактного удаления космического мусора основной интерес представляет дальняя область факела, именно здесь происходит взаимодействие плазмы и мишени. Для описания дальней области факела ЭРД предложены модели, отличающиеся сложностью и точностью [7]. Будем использовать так называемую автоподобную модель (self-similar model) распространения плазмы. Учитывая, что для числа Маха в начале дальней области факела гораздо большего единицы (что имеет место) характер распространения ионов плазмы приближается к конусу, согласно автоподобной модели плотность плазмы в произвольной точке может быть определена следующим образом [7]:

$$n = \frac{n_0 R_0^2}{z^2 \mathrm{tg}^2\alpha_0}\exp\left(-3\frac{r^2}{z^2\mathrm{tg}^2\alpha_0}\right), \qquad (3)$$

где r, z – соответственно радиальная (расстояние до оси конуса факела) и аксиальная (расстояние от вершины конуса факела вдоль его оси) координаты точки; R_0 – радиус факела в начале дальней области (на срезе сопла ЭРД, $z = R_0 / \mathrm{tg}^2\alpha_0$); n_0 – плотность плазмы в начале дальней области факела; α_0 –

угол расхождения конуса факела. Аксиальная u_z и радиальная u_r составляющие скорости ионов плазмы могут быть представлены следующим образом

$$u_z = u_{z0} = \text{const}, \; u_r = u_{z0} r / z , \qquad (4)$$

где u_{z0} – аксиальная составляющая скорости ионов плазмы в начале дальней области факела.

В процессе моделирования при определении интегральной силы $\mathrm{F}_{surface}$, передаваемой мишени ионным потоком, ее поверхность разбивается на элементы. Соответственно в связанной системе координат (СК) мишени задаются координаты элементов поверхности и единичные нормали к ним. Далее координаты элементов поверхности и их нормали пересчитываются в связанную СК пастуха, точнее в систему координат, начало которой находится в вершине конуса пучка ионов ЭРД (в качестве упрощения можно принять, что эта система совпадает со связанной СК пастуха). Для каждого элемента поверхности по соотношению (1) и с учетом его "видимости" со стороны ЭРД и попадания в конус факела определяется элементарная сила. Интегральная сила определяется в соответствии с (2).

Расчет силового воздействия на основе контура мишени на картинной плоскости фотокамеры. Упрощенный подход [4] к определению величины воздействия ионного потока на мишень основан на информации о контуре центральной проекции мишени на некоторую плоскость. Поскольку площадь сечения конуса факела возрастает пропорционально квадрату расстояния от источника потока, а его плотность убывает пропорционально квадрату этого расстояния, сила, действующая на элемент поверхности мишени, приблизительно равна силе, действующей на центральную проекцию этого элемента поверхности на плоскость, перпендикулярную оси конуса факела, например на картинную плоскость фотокамеры пастуха, установленной рядом с ЭРД.

В рассматриваемом случае соотношение для определения силы $d\mathrm{F}_\sigma$, передаваемой через элемент поверхности объекта космического мусора, может быть записано следующим образом

$$d\mathrm{F}_\sigma = m n_c \mathrm{u}_c^2 \mathrm{e}_\mathrm{u} d\sigma , \quad \mathrm{u}_c = u_{z0} \cdot [x_c / f \quad y_c / f \quad 1]^\mathrm{T} ,$$

$$n_c = \frac{n_0 R_0{}^2}{f^2 \mathrm{tg}^2 \alpha_0} \exp\left(-3 \frac{x_c^2 + y_c^2}{f^2 \mathrm{tg}^2 \alpha_0} \right),$$

где T – символ транспонирования; $d\sigma$ – площадь элемента участка фигуры проекции мишени на картинной плоскости фотокамеры; e_u – единичный вектор направления скорости потока u; x_c, y_c – координаты точки в СК фотокамеры; f – фокусное расстояние камеры.

Соответственно, передаваемая мишени ионным потоком интегральная сила $\mathrm{F}_{contour}$

$$\mathrm{F}_{contour} = \int_\Sigma d\mathrm{F}_\sigma ,$$

где Σ – часть картинной плоскости фотокамеры, охватываемая контуром.

Анализ погрешности упрощенного подхода. Рассмотрим более подробно утверждение о равенстве действующей на некоторый элемент поверхности мишени силы воздействия ионного потока силе, действующей на центральную проекцию этого элемента на плоскость, перпендикулярную оси конуса факела. Вначале ограничимся рассмотрением случая, когда элемент ds поверхности мишени расположен перпендикулярно направлению падающего на нее луча ионного потока, то есть перпендикулярно вектору скорости ионов плазмы. Для такого элемента поверхности соотношения (1), (3), (4) могут быть переписаны в виде:

$$d\mathrm{F}_s = mn\mathrm{u}^2\mathrm{e}_u ds\,,\quad \mathrm{u}^2 = u_{z0}^2\left(1+\mathrm{tg}^2\theta\right), \tag{5}$$

$$n = m\frac{n_0 R_0^{\ 2}}{z^2\mathrm{tg}^2\alpha_0}\exp\left(-3\frac{\mathrm{tg}^2\theta}{\mathrm{tg}^2\alpha_0}\right),\quad ds = z^2(\mathrm{tg}\theta/\cos\theta)d\theta d\varphi\,, \tag{6}$$

где θ – угол между направлением распространения луча и осью конуса ионного пучка, φ – азимут направления распространения луча ионного пучка, $\mathrm{e}_\mathrm{u} = \mathrm{e}_\mathrm{u}(\theta,\varphi)$. Из соотношений (5), (6) следует, что величина $d\mathrm{F}_s = d\mathrm{F}_s(\theta,\varphi)$ является функцией переменных θ, φ и не зависит от координаты z элемента поверхности. В случае произвольной ориентации элемента поверхности его "видимая" площадь меняется в зависимости от угла наклона элемента к плоскости, перпендикулярной направлению падающего на нее луча ионного потока. В соотношении (1) изменение площади учитывается введением множителя $(-\mathrm{v}\cdot\mathrm{u})$, что равносильно использованию ортогональной проекции элемента поверхности на оговоренную перпендикулярную плоскость. При вычислении силового воздействия по контуру мы имеем дело не с ортогональной проекцией, а с центральной проекцией. Иначе говоря, при вычислении воздействия по контуру вносится погрешность, для оценки которой рассмотрим следующий пример, проиллюстрированный рисунком 1.

Будем рассматривать часть конуса пучка ионов в виде малого конуса, назовем его элементарным, с углом раствора α. На рис. 1а показано сечение конуса вертикальной плоскостью. Элементарный конус "вырезает" на поверхности мишени элемент поверхности в виде конического сечения – эллипса (на рисунке – отрезок AB). Пусть плоскость эллипса наклонена к плоскости, перпендикулярной оси ζ элементарного конуса, под углом β. Площадь S_{cone} перпендикулярного сечения элементарного конуса, проходящего через среднюю точку M элемента поверхности, является площадью центральной проекции элемента поверхности на плоскость сечения. Определим отношение k_S площади S_{cone} к площади S_{body} элемента поверхности. В случае использования ортогональной проекции это отношение было бы равно $\cos\beta$. Отличие величины k_S от величины $\cos\beta$ характеризует погрешность при применении соотношений (5), (6). Введем так называемый коэффициент совпадения, определенный соотношением $k_{sovp} = 1-(k_S-\cos\beta)/\cos\beta$.

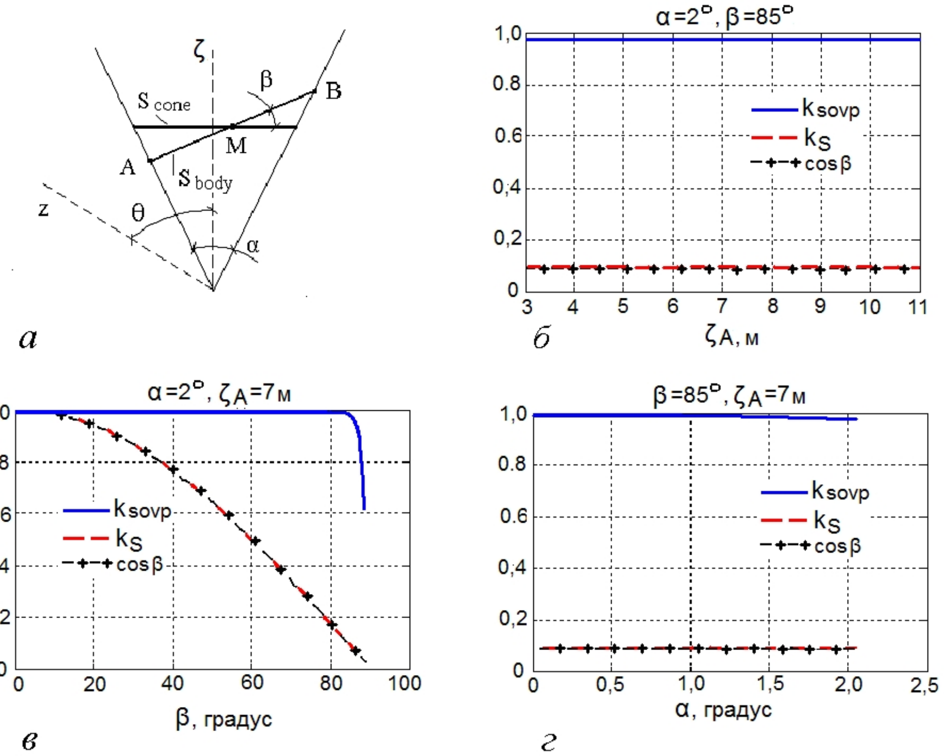

Рис. 1

Величина k_{sovp} является функцией переменных: координаты ζ_A крайней точки элемента поверхности, угла раствора α элементарного конуса и угла наклона β элемента поверхности. Анализ этой функции, не приведенной здесь из-за своей громоздкости, показывает следующее: коэффициент совпадения не зависит от расстояния элемента поверхности до вершины конуса; исследуемая погрешность проявляется только при значениях β, близких к 90°; уменьшая угол раствора α можно добиться приемлемых результатов и при значениях β, близких к 90°. Для иллюстрации данных выводов на рис. 1 приведены графики зависимостей коэффициента совпадения от переменных: координаты ζ_A (рис. 1б); угла раствора α (рис. 1в); угла наклона β (рис. 1г). На графиках при варьировании одной из переменных значения двух других фиксированы.

Возможность использования упрощенного подхода к определению воздействия факела ЭРД в законе управления относительным движением мишени. На основе моделирования движения системы, когда "реальная" величина воздействия факела вычисляется непосредственным интегрированием по поверхности мишени, а величина воздействия факела, используемая в законе управления относительным движением, определяется по информации о геометрии контура мишени, проведем предварительную оценку возможности использования упрощенного подхода к определению воздействия факела применительно к управлению относительным движением мишени.

Предварительность такой оценки обусловлена использованием упрощенной модели движения, полученной при пренебрежении рядом факторов, таких как:

– орбитальное движение системы;

– внешние воздействия;

– угловое движение пастуха;

– несоосность оси камеры и оси факела ионного пучка.

Последующие исследования предполагают использование более полной модели, учитывающей вышеперечисленные факторы, поэтому опишем системы координат, необходимые для полной модели, а затем учтем принятые здесь упрощающие допущения. Итак, введем следующие системы координат:

$Ox_0y_0z_0$ – инерциальная система координат, начало O расположено в центре Земли, ось Oy_0 направлена в сторону северного полюса Земли, ось Oz_0 – в среднюю точку весеннего равноденствия;

$Sx_1y_1z_1$, $Tx_3y_3z_3$ – орбитальные системы координат пастуха (shepherd) и мишени (target) соответственно, начала систем координат S и T находятся в их центрах масс, оси z направлены по радиус-векторам, соединяющим центр Земли с центрами масс пастуха и мишени, оси x лежат в плоскости орбиты и направлены в сторону орбитального движения;

$Sx_2y_2z_2$, $Tx_4y_4z_4$ – связанные системы координат пастуха и мишени соответственно, оси которых направлены по их главным центральным осям инерции, при идеальной ориентации пастуха и мишени параллельны и совпадают по направлению с соответствующими осями орбитальных систем координат.

Договоримся также именовать эти системы координат нулевой, первой, …, четвертой соответственно их обозначениям. Матрицы перехода от ν-той СК к μ-той СК обозначим через Γ_ν^μ, $\nu, \mu = 0, 1, \ldots, 4$.

Угловое положение пастуха определяется строгой последовательностью поворотов его связанной системы координат относительно его орбитальной системы координат на углы тангажа ϑ_2 (вокруг оси y), крена φ_2 (вокруг оси x) и рыскания ψ_2 (вокруг оси z). Угловое положение мишени ввиду ее неконтролируемого движения во избежание вырожденности кинематических соотношений удобнее описывать четырьмя параметрами Родрига–Гамильтона λ_0, λ_1, λ_2, λ_3 [8], задающими положение ее связанной системы координат относительно ее орбитальной системы координат.

Уравнения углового движения пастуха и мишени относительно их центров масс запишем в виде динамических уравнений Эйлера [8] с соответствующими кинематическими соотношениями:

$$\begin{cases} J_{\nu x}\dot{\omega}_{\nu x} + \left(J_{\nu z} - J_{\nu y}\right)\omega_{\nu y}\omega_{\nu z} = M_{\nu x}, \\ J_{\nu y}\dot{\omega}_{\nu y} + \left(J_{\nu x} - J_{\nu z}\right)\omega_{\nu x}\omega_{\nu z} = M_{\nu y}, \\ J_{\nu z}\dot{\omega}_{\nu z} + \left(J_{\nu y} - J_{\nu x}\right)\omega_{\nu x}\omega_{\nu y} = M_{\nu z}, \end{cases} \qquad (7)$$

$$\begin{cases} \omega_{2x} = \dot{\varphi}_2 \cos\psi_2 + \dot{\vartheta}_2 \cos\varphi_2 \sin\psi_2 + \omega_{20} \cos\varphi_2 \sin\psi_2, \\ \omega_{2y} = \dot{\vartheta}_2 \cos\varphi_2 \cos\psi_2 - \dot{\varphi}_2 \sin\psi_2 + \omega_{20} \cos\varphi_2 \cos\psi_2, \\ \omega_{2z} = \dot{\psi}_2 - \dot{\vartheta}_2 \sin\varphi_2 - \omega_0 \sin\varphi_2, \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} \omega_{4x} = 2(\lambda_0\dot{\lambda}_1 - \lambda_1\dot{\lambda}_0 + \dot{\lambda}_2\lambda_3 - \dot{\lambda}_3\lambda_2), \\ \omega_{4y} = 2(\lambda_0\dot{\lambda}_2 - \lambda_2\dot{\lambda}_0 + \dot{\lambda}_3\lambda_1 - \dot{\lambda}_1\lambda_3), \\ \omega_{4z} = 2(\lambda_0\dot{\lambda}_3 - \lambda_3\dot{\lambda}_0 + \dot{\lambda}_1\lambda_2 - \dot{\lambda}_2\lambda_1), \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_2 = \omega_{2x} \cos\psi_2 - \omega_{2y} \sin\psi_2, \\ \dot{\vartheta}_2 = (\omega_{2x} \sin\psi_2 + \omega_{2y} \cos\psi_2)/\cos\varphi_2 - \omega_0, \\ \dot{\psi}_2 = \omega_{2z} + (\omega_{2x} \sin\psi_2 + \omega_{2y} \cos\psi_2)\, tg\varphi_2, \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} 2\dot{\lambda}_0 = -(\omega_{4x}\lambda_1 + \omega_{4y}\lambda_2 + \omega_{4z}\lambda_3), \\ 2\dot{\lambda}_1 = \omega_{4x}\lambda_0 - \omega_{4y}\lambda_3 + \omega_{4z}\lambda_2, \\ 2\dot{\lambda}_2 = \omega_{4y}\lambda_0 - \omega_{4z}\lambda_1 + \omega_{4x}\lambda_3, \\ 2\dot{\lambda}_3 = \omega_{4z}\lambda_0 - \omega_{4x}\lambda_2 + \omega_{4y}\lambda_1, \end{cases} \tag{11}$$

где $J_{\nu x}$, $J_{\nu y}$, $J_{\nu z}$ – моменты инерции пастуха и мишени относительно их главных центральных осей, $M_{\nu x}$, $M_{\nu y}$, $M_{\nu z}$ – проекции векторов внешних моментов, действующих на пастуха ($\nu = 2$) и мишень ($\nu = 4$); $\omega_{\nu x}, \omega_{\nu y}, \omega_{\nu z}$ – проекции векторов угловой скорости пастуха и мишени на их связанные системы координат, $\nu = 2,4$; ω_0 – угловая орбитальная скорость.

Компоненты матриц перехода $\Gamma_\nu^{\nu-1}$, $\nu = 2,4$, от связанных систем координат к соответствующим орбитальным определяются соотношениями:

$$\Gamma_2^1 = \begin{bmatrix} c\vartheta_2 c\psi_2 + s\vartheta_2 s\varphi_2 s\psi_2 & -c\vartheta_2 s\psi_2 + s\vartheta_2 s\varphi_2 c\psi_2 & s\vartheta_2 c\varphi_2 \\ c\varphi_2 s\psi_2 & c\varphi_2 c\psi_2 & -s\varphi_2 \\ -s\vartheta_2 c\psi_2 + c\vartheta_2 s\varphi_2 s\psi_2 & s\vartheta_2 s\psi_2 + c\vartheta_2 s\varphi_2 c\psi_2 & c\vartheta_2 c\varphi_2 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_4^3 = \begin{bmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & 2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_0\lambda_3) & 2(\lambda_1\lambda_3 + \lambda_0\lambda_2) \\ 2(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) & \lambda_0^2 + \lambda_2^2 - \lambda_3^2 - \lambda_1^2 & 2(\lambda_2\lambda_3 - \lambda_0\lambda_1) \\ 2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) & 2(\lambda_2\lambda_3 + \lambda_0\lambda_1) & \lambda_0^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 \end{bmatrix},$$

где под "$c\gamma$" и "$s\gamma$" понимаются функции $\cos\gamma$ и $\sin\gamma$ соответственно.

Как оговорено выше, в рамках данной статьи будем пренебрегать орбитальным движением ($\omega_0 = 0$) и считать, что $Ox_0y_0z_0$ – некоторая инерциальная система координат, а оси систем координат $Sx_1y_1z_1$ и $Tx_3y_3z_3$ параллельны соответствующим осям $Ox_0y_0z_0$, а также, что при идеальной ориентации пастуха и мишени их связанные системы координат совпадают с соответствующими орбитальными. Системы координат для этого случая представлены на рис. 2, где ρ, d, R – радиус-векторы некоторой точки P в соответствующих системах координат; r_{ST} – радиус-вектор центра масс мишени в СК пастуха; r_S, r_T – радиус-векторы центров масс пастуха и мишени в системе $Ox_0y_0z_0$.

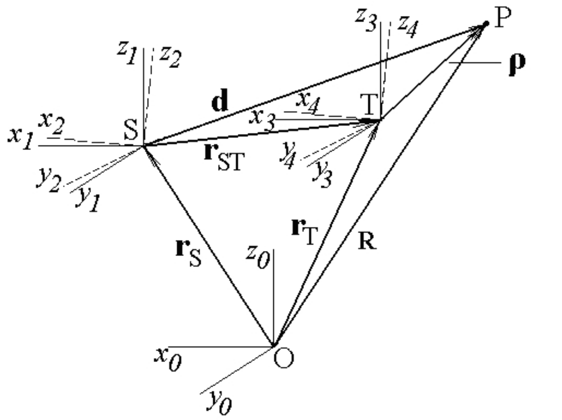

Рис. 2

При этих предположениях справедливы следующие соотношения

$$d^{(2)} = (\Gamma_2^1)^T \cdot r_{ST}^{(0)} + (\Gamma_2^1)^T \Gamma_4^3 \cdot \rho^{(4)}, \quad r_{ST}^{(0)} = r_T^{(0)} - r_S^{(0)},$$

где переменные с верхним индексом в скобках означают столбцы проекций соответствующих векторов на оси системы координат, соответствующей значению индекса. Эти соотношения необходимы при определении воздействия ионного потока на элемент поверхности мишени, условный центр которой расположен в точке P. При моделировании движения системы значения углов и параметров Родрига–Гамильтона, входящих в матрицы Γ_2^1, Γ_4^3, определяются интегрированием уравнений (7) – (11) углового движения. Значения компонент векторов r_S, r_T, в силу принятых допущений, определяются интегрированием уравнений

$$m_S \cdot \ddot{r}_S^{(0)} = F_S^{(0)}, \quad m_T \cdot \ddot{r}_T^{(0)} = F_T^{(0)}, \tag{12}$$

где $F_S^{(0)}$, $F_T^{(0)}$ – столбцы главных векторов сил F_S, F_T, приложенных к пастуху и мишени соответственно; m_S и m_T – массы мишени и пастуха. Таким образом, согласно принятой упрощенной модели, движение рассматриваемой системы описывается уравнениями (7) – (12) при условии $\omega_0 = 0$.

При отсутствии внешних воздействий на рассматриваемую систему силовое воздействие на мишень оказывает только ионный поток со стороны расположенного на пастухе ЭРД. Это воздействие тормозит движение мишени, что способствует ее удалению с орбиты. В концепции "пастух с ионным пучком" предусмотрено наличие двух ЭРД пастуха с противоположно направленными тягами, с тем чтобы нейтрализовать воздействие тяги основного ЭРД, направленного в сторону мишени, на движение пастуха. С другой стороны, для того чтобы пастух и мишень оставались на одной орбите, необходимо, чтобы результат силового воздействия на движение центра масс пастуха был таким же, как результат силового воздействия на движение центра масс мишени. При использовании электрореактивных двигателей с управляемой тягой это условие возможно реализовать регулированием тяги второго, компенсирующего ЭРД. В качестве простейшего алгоритма управления был выбран закон изменения тяги F_{E2} компенсирующего ЭРД

$$\mathrm{F}_{E2} = (m_S / m_T) \cdot \mathrm{F}_{contour} - \mathrm{F}_{E1}, \qquad (13)$$

где F_{E1} – тяга основного ЭРД, m_T и m_S – массы мишени и пастуха. Предполагая, что ориентация пастуха неизменна, в более простом его варианте закон изменения тяги компенсирующего ЭРД

$$F_{E2\_x} = (m_S / m_T) \cdot F_{contour\_x} - F_{E1\_x},$$

где индекс "x" означает x-ю компоненту столбца соответствующего вектора тяги в системе координат $Ox_0y_0z_0$ или в связанной СК пастуха.

Алгоритм определения контура мишени при решении задач моделирования подробно описан в [4] и может быть представлен в виде следующих шагов:

– аппроксимация поверхности мишени последовательностью элементов поверхности;

– проецирование центральных точек элементов поверхности на картинную плоскость фотокамеры;

– вычисление контура проекции мишени путем решения задачи построения многоугольника, охватывающего множество спроецированных на плоскость точек.

Введем систему координат фотокамеры $O_c x_c y_c z_c$, начало O_c которой находится на оси фотокамеры, плоскость $x_c y_c$ расположена в картинной плоскости камеры, ось z_c направлена против оси x_2 связанной СК пастуха. Для упрощения будем считать, что точки O_c и O_S совпадают, тогда координаты точки мишени P, спроецированной на картинную плоскость, определяются равенствами:

$$x_c = f\,\frac{d_1^{(cam)}}{d_3^{(cam)}},\quad y_c = f\,\frac{d_2^{(cam)}}{d_3^{(cam)}}, \qquad (14)$$

где x_c, y_c – координаты проекции точки P в СК фотокамеры, нижний индекс означает номер компоненты столбца $d^{(cam)}$, определенного соотношением

$$d^{(cam)} = \Gamma_2^{cam} \cdot d^{(2)},$$

где Γ_2^{cam} – матрица перехода от связанной СК пастуха к СК камеры. Проецирование центральных точек элементов поверхности на картинную плоскость осуществляется по соотношениям (14).

Результаты моделирования. При проведении расчетов предполагалось, что на пастух действуют только две силы, оси действия которых проходят через его центр масс – силы со стороны основного и компенсирующего ЭРД.

При моделировании использовались следующие значения параметров. Для ЭРД: радиус факела в начале дальней области $R_0 = 0{,}0805\,\text{м}$; плотность плазмы в начале дальней области факела $n_0 = 4{,}13 \cdot 10^{15}\,\text{м}^{-3}$; угол расхождения конуса факела $\alpha_0 = 7^\circ$; аксиальная составляющая скорости ионов плазмы $u_{z0} = 71580\,\text{м/с}$; масса частицы ионного потока $m = 2.18 \cdot 10^{-25}\,\text{кг}$. Параметры пастуха: матрица инерции – $\text{diag}(1283{,}4;\ 1379{,}5;\ 169{,}3)\,\text{кг} \cdot \text{м}^2$; масса – $500\,\text{кг}$. Параметры мишени в виде цилиндра: масса – $1000\,\text{кг}$; высота цилиндра – $2{,}6\,\text{м}$; диаметр цилиндра – $2{,}2\,\text{м}$; матрица инерции задавалась по формулам момента инерции для полого цилиндра. Камера: фокусное расстояние – $0{,}2\,\text{м}$. За номинальные положения мишени были приняты такие, при которых расстояние до центра масс пастуха вдоль оси z СК камеры равно $7\,\text{м}$.

Результаты моделирования при начальном расположении центра масс мишени на оси факела показывают расхождение между номинальным и расчетным расстояниями мишени до пастуха менее $1\,\text{см}$ за $800\,\text{с}$ интегрирования. Результаты моделирования при начальном расположении центра масс мишени в $1\,\text{м}$ в стороне от оси факела и первоначальном развороте мишени на 45° относительно оси y связанной СК мишени представлены на следующих рисунках.

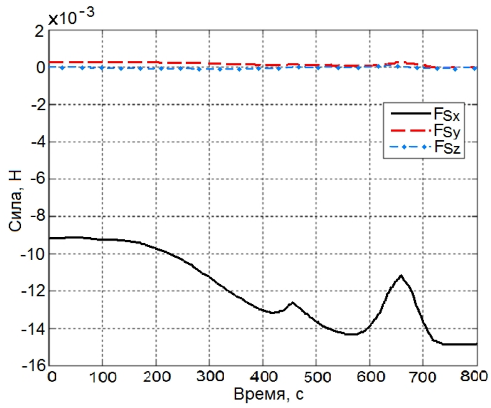

Рис. 3

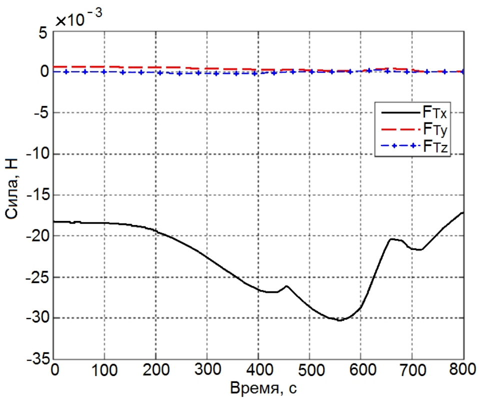

Рис. 4

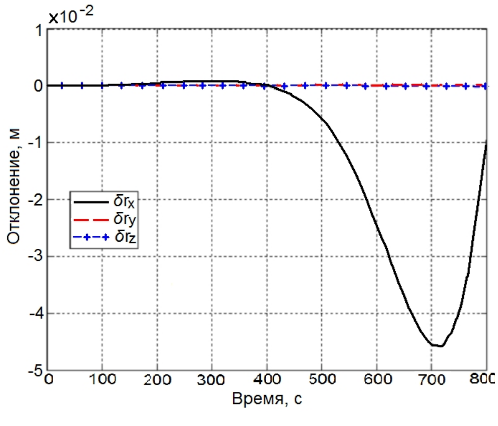

Рис. 5

На рис. 3 и рис. 4 представлены графики изменения сил, действующих на пастуха и на мишень соответственно. В идеале эти графики должны совпадать с точностью до масштаба. Отклонение (рис. 5) положения мишени от номинального не превышает 5 см в течении 800 с интегрирования. Полученные в результате моделирования отклонения (то есть ошибки отработки программы поддержания заданного номинального положения мишени) являются незначительными с учетом того, что реальный закон управления будет использовать информацию об истинном расстоянии между мишенью и пастухом или его оценку в отличие от примененного здесь простейшего закона управления (13), который эту информацию не использует. На рис. 6 и рис. 7 для справки представлены графики изменения момента сил, действующих на мишень, и график изменения угловой скорости вращения мишени соответственно.

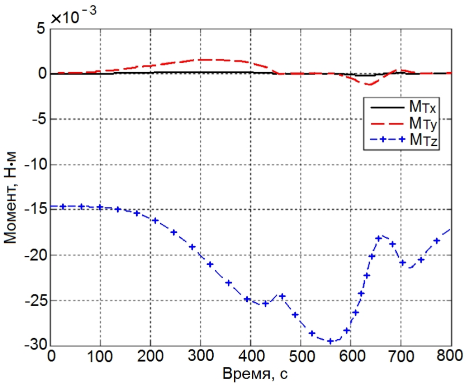

Рис. 6

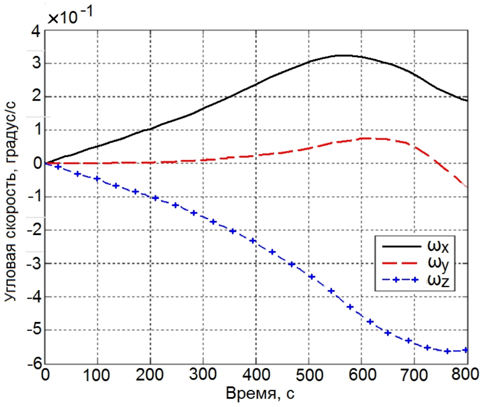

Рис. 7

Выводы. Рассмотрен предложенный ранее [4] упрощенный подход к определению воздействия на объект космического мусора со стороны электрореактивного двигателя специализированного космического аппарата (пастуха) при удалении космического мусора по технологии "пастух с ионным пучком" [1, 2]. Подход основан на методе вычисления величины воздействия ионного потока электрореактивного двигателя на объект по информации о контуре центральной проекции объекта на некоторую плоскость, перпендикулярную оси потока. В качестве такой плоскости может быть принята картинная плоскость фотокамеры, установленной на пастухе. В статье проведен анализ погрешностей данного метода, результаты которого обосновывают допустимость применения оговоренного упрощенного подхода к определению воздействия на объект космического мусора в рамках автоподобной модели распространения потока плазмы факела электроракетного двигателя [5]. Результаты исследований позволяют сделать также предварительный вывод о возможности применения данного упрощенного подхода в процессе управления относительным движением системы "пастух–объект космического мусора". Более детальный анализ такой возможности требует учета орбитального движения, возмущающих факторов, погрешности принятой модели взаимодействия ионного потока с поверхностью объекта космического мусора, а также погрешности реализации исследуемого упрощенного подхода.

Представленные в статье результаты получены при выполнении проекта LEOSWEEP, финансируемого в рамках 7-й Европейской рамочной программы (грант N.607457).

1. *Bombardelli C.* Ion Beam Shepherd for Contactless Space Debris Removal / *C. Bombardelli, J. Pelaez* // Journal of Guidance, Control and Dynamics. – 2011. – Vol. 34, №3. – P. 916 – 920.
2. *Бомбарделли К.* Проект «Космического Пастуха» с ионным лучом. Идеи и задачи / *К. Бомбарделли, А. П. Алпатов, А. В. Пироженко, Е. Ю. Баранов, Г. Г. Осиновый, А. Е. Закржевский* // Космічна наука і технологія. – 2014. – Т. 20, № 2. – С. 55 – 60.
3. *Merino M.* Ion beam shepherd satellite for space debris removal / *M. Merino, E. Ahedo, C. Bombardelli, H. Urrutxua and J. Peláez* // Progress in Propulsion Physics. – 2013. – Vol. 4. – P. 789 – 802.
4. *Алпатов А. П.* Расчет воздействия факела электрореактивного двигателя на объект космического мусора / *А. П. Алпатов, А. Е. Закржевский, М. Мерино, А. А. Фоков, С. В. Хорошилов, Ф. Чичокки* // 5-я международная конференция «Космические технологии: настоящее и будущее». Тезисы докладов. – Днепропетровск, 2015. – С. 35.
5. *Bombardelli C.* Relative dynamics and control of an ion beam shepherd satellite / *C. Bombardelli, H. Urrutxua, M. Merino, E. Ahedo, and J. Pelaez* // Spaceflight mechanics. – 2012. – Vol. 143. – P. 2145 – 2158.
6. *Merino M.* A collisionless plasma thruster plume expansion model / *M. Merino, F. Cichocki, E. Ahedo* // Plasma Sources Science and Technology. – 2015. – Vol. 24(3), – P. 1 – 12.
7. *Bombardelli C.* Ariadna call for ideas: Active removal of space debris ion beam shepherd for contactless debris removal / *C. Bombardelli, M. Merino, E. Ahedo, J. Pelaez, H. Urrutxua, A. Iturri-Torreay, J. HerreraMontojoy* // Technical report. – 2011. – 90 p.
8. *Лурье А. И.* Аналитическая механика / *А. И. Лурье*. – М. : Физматгиз, 1961. – 824 с.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 10.02.2016,
в окончательном варианте 10.03.2016