УДК 629.76

А. Д. НИКОЛАЕВ, Н. В. ХОРЯК, И. Д. БАШЛИЙ, В. А. ПИРОГ, В. Ф. ХОДОРЕНКО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ВЕРХНЕЙ СТУПЕНИ ЖИДКОСТНОЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ С МАРШЕВЫМ ДВИГАТЕЛЕМ В КАРДАННОМ ПОДВЕСЕ

Определение параметров собственных колебаний верхней ступени жидкостной ракеты-носителя (РН) является важной задачей, решение которой необходимо для проведения теоретического анализа устойчивости верхней ступени РН по отношению к ее упругим продольным и поперечным колебаниям. Современные верхние ступени жидкостных ракет-носителей представляют собой сложные оболочечные конструкции с жидкостью, а двигатели верхних ступеней имеют систему управления вектором тяги для поддержания и коррекции движения ступеней. Управление тягой обеспечивается, в частности, маршевыми жидкостными ракетными двигателями (ЖРД) в карданном подвесе. В этой связи практический интерес представляет анализ влияния угловых колебаний ЖРД в карданном подвесе на параметры упругих колебаний конструкции верхней ступени РН. Для его выполнения разработана линейная математическая модель, описывающая пространственные колебания верхней ступени жидкостной РН с топливным отсеком сферо-конической конфигурации и маршевым ЖРД в карданном подвесе. При разработке модели использовались метод конечных элементов и современные средства компьютерного проектирования и анализа CAE-систем, что позволило учесть конструктивные особенности ступени. На основе разработанной модели вычислены параметры собственных колебаний системы «конструкция верхней ступени с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках». Определены ее доминирующие моды, обусловленные угловыми колебаниями ЖРД, упругими продольными и поперечными колебаниям конструкции ступени (в том числе продольными колебаниями конструкции топливного отсека, космического аппарата и ЖРД). Показано, что учет угловых колебаний маршевого ЖРД может привести к заметному изменению параметров продольных колебаний исследуемой системы в частотном диапазоне изменения собственных частот колебаний жидкости в системе питания двигателя (30 Гц – 100 Гц). Эти изменения влияют на выбор доминирующих продольных мод системы, которые используются при математическом моделировании продольных колебаний жидкостных РН и анализе продольной устойчивости их верхних ступеней.

Визначення параметрів власних коливань верхнього ступеню рідинної ракети-носія (РН) є важливою задачею, вирішення якої є необхідним для проведення теоретичного аналізу стійкості верхнього ступеню РН по відношенню до його пружних поздовжніх та поперечних коливань. Сучасні верхні ступені рідинних РН є складними оболонковими конструкціями з рідиною, а двигуни верхніх ступенів мають систему керування вектором тяги для підтримки та корекції руху ступенів. Керування тягою забезпечується, зокрема, маршовими рідинними ракетними двигунами (РРД) у карданному підвісі. У зв'язку з цим практичний інтерес має аналіз впливу кутових коливань РРД в карданному підвісі на параметри пружних коливань конструкції ступеня. Для його виконання розроблено лінійну математичну модель, яка описує просторові коливання верхнього ступеню рідинної РН з паливним відсіком сферо-конічної конфігурації і маршовим РРД у карданному підвісі. При розробці моделі використано метод скінченних елементів та сучасні засоби комп'ютерного проектування та аналізу CAE-систем, що дозволило врахувати конструктивні особливості ступеню. На основі розробленої моделі визначено параметри власних коливань системи «конструкція верхнього ступеню з маршовим РРД у карданному підвісі – рідке паливо в баках» та визначено її домінуючі моди, обумовлені кутовими коливаннями РРД, пружними поздовжніми та поперечними коливаннями конструкції ступеню (в тому числі поздовжніми коливаннями конструкції паливного відсіку, космічного апарату і РРД). Показано, що врахування кутових коливань РРД може привести до помітної зміни параметрів поздовжніх коливань досліджуваної системи в частотному діапазоні зміни власних частот коливань рідини в системі живлення двигуна (30 Гц – 100 Гц). Ці зміни впливають на вибір домінуючих поздовжніх мод системи, які використовуються при математичному моделюванні поздовжніх коливань рідинних РН та аналізі поздовжньої стійкості їх верхніх ступенів.

Definition of the natural oscillations parameters of the launch vehicle upper stage is an important problem which solution is necessary for carring out theoretical stability analysis of the launch vehicle upper stage relative to it's elastic longitudinal and lateral oscillation. The modern launch vehicle upper stage represent the complex shell structure with the liquid. For maintaining and correction of the upper stage motion they are equipped with engines having thrust vector control system, in particular, liquid engine gimbaled. In this connection particular interest is the analysis of the effect of angular oscillations of liquid engine gimbaled on the elastic oscillation parameters of upper stage structure. Linear mathematical model describing the space oscillation of the launch vehicle upper stage with sphero-conical configuration tank structure and with engine gimbaled is developed to carry out this analysis. In developing model the method of finite elements and means of mechanical design computation CAE-systems are used, allowing to take into account stage design features. Parameters of the natural oscillations of the system « structure of upper stage with engine gimbaled – liquid propellant in tanks » and dominant modes, cased by angular oscillations of liquid engine gimbaled, elastic longitudinal and lateral oscillations of stage structure (including longitudinal vibration of tank structure, spacecraft and liquid engine) were calculated on the basis of the developed model. The account of angular oscillations of liquid engine can lead to a significant

change in the parameters of longitudinal oscillations of the studied system in the frequency range of the natural frequency of the liquid in the propulsion system (30 Гц – 100 Hz) was shown. These changes affect on the choice of the dominant longitudinal modes of the system, using in the mathematical modeling of longitudinal oscillation of the liquid launch vehicle and in the analysis of longitudinal stability of it's upper stages.

Введение. Для осуществления операций по выведению ракетой-носителем (РН) космического аппарата (КА) на расчетную орбиту, поддержания и коррекции орбиты движения РН с КА верхние ступени РН оснащаются двигателями, имеющими систему управления вектором тяги. Управление тягой обеспечивается различными способами [1 – 5]. В случае крепления маршевого жидкостного ракетного двигателя (ЖРД) к конструкции ступени посредством карданного подвеса управление вектором тяги и управляющие усилия по каналам тангажа и рыскания осуществляются гидроприводом с поворотами ЖРД относительно осей карданного подвеса.

Определение параметров упругих продольных и поперечных (изгибных) колебаний верхней ступени РН с ЖРД в карданном подвесе является актуальной задачей, поскольку значения этих параметров необходимы для проведения анализа устойчивости верхней ступени РН по отношению к ее продольным и поперечным колебаниям [6 – 10]. В этой связи практический интерес представляет также задача о влиянии угловых механических колебаний маршевых ЖРД верхней ступени вокруг осей карданного подвеса на параметры упругих колебаний конструкции ступени. Эти задачи могут быть решены на основе математического моделирования пространственных колебаний конструкции верхней ступени жидкостной РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе.

Современные верхние ступени многоступенчатых жидкостных РН, создаваемые на основе оригинальных технических решений, представляют собой сложные тонкостенные упругие конструкции с жидким заполнением. Применение традиционного подхода к теоретическому определению характеристик собственных колебаний сложных конструкций верхних ступеней как одномерных систем [7, 8], основанного на моделировании колебаний упругого стержня с отсеками, частично заполненными жидкостью, становится невозможным. Экспериментальное определение динамических характеристик верхних ступеней РН связано со значительными материальными и финансовыми затратами. В связи с этим в Институте технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины (ИТМ НАНУ и ГКАУ) разработано и постоянно совершенствуется научно-методическое обеспечение для определения динамических характеристик современных оригинальных конструкций верхних ступеней, имеющих топливные отсеки сложной пространственной конфигурации [10 – 12]. Указанная разработка основывается на математическом моделировании пространственных колебаний оболочечных конструкций с жидкостью с использованием метода конечных элементов и современных средств компьютерного проектирования и анализа [13]. Использование возможностей современных CAE-систем позволяет в большинстве случаев учесть конструктивные особенности технических объектов подобного типа при математическом моделировании различных динамических процессов.

Цель настоящей статьи – разработка математической модели пространственных колебаний верхней ступени жидкостной РН с топливным отсеком сложной пространственной конфигурации и маршевым ЖРД в карданном

подвесе и анализ влияния угловых колебаний ЖРД на параметры упругих продольных колебаний конструкции ступени.

Постановка задачи и выбор метода. Математическое моделирование свободных пространственных колебаний конструкции ступени жидкостной РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе выполнялось применительно к верхней ступени трехступенчатой РН космического назначения, которая концептуально близка к конструкции верхней ступени, разрабатываемой в Исследовательском центре им. М. В. Келдыша [14]. Исследуемая верхняя ступень с космическим аппаратом имела массу 17 тонн. Особенностью исследуемой верхней ступени РН является сложная пространственная конфигурация ее топливного отсека: бак окислителя, имеющий сферическую форму, погружен в бак горючего, выполненный в форме конуса.

Пространственные колебания исследуемой верхней ступени моделировались как свободные колебания линейной диссипативной системы «конструкция верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках». Колебания элементов системы описывались в локальной системе координат, связанной с центром масс ступени и движущейся относительно центра масс Земли с постоянным ускорением. Параметры пространственных колебаний ступени определялись на основе расчета собственных значений и собственных векторов динамической системы «конструкция верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках». Вычисленные значения собственных частот колебаний сравнивались с соответствующими значениями, полученными на основе расчета динамического отклика исследуемой системы на гармоническое возбуждение.

При разработке модели пространственных колебаний жидкого топлива в топливных баках исследуемой верхней ступени использовались общепринятые допущения относительно свойств и характера движения жидкости: жидкое топливо полагалось однородной идеальной сжимаемой жидкостью, движение жидкости – безвихревым, а влияние сил ее поверхностного натяжения на колебания жидкого топлива – пренебрежимо малым. Особенностью разработанной математической модели является учет следующих факторов: подвижности жидкого топлива в баках; рассеяния энергии колебаний жидкого топлива и упругих колебаний конструкции; взаимодействия продольных и поперечных колебаний топлива в баках; динамического взаимодействия жидкого топлива в различных баках через упругую оболочку.

Численное моделирование проводилось с использованием метода конечных элементов и современных средств компьютерного проектирования и инженерного анализа CAE-системы [13].

Разработка математической модели пространственных колебаний конструкции верхней ступени жидкостной РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе. При разработке указанной модели использовались результаты математического моделирования пространственных колебаний оболочечных конструкций с жидкостью и свободных колебаний космических ступеней жидкостных РН, изложенные в работах [11, 12]. Разработанная расчетная схема «конструкция верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» при максимальной степени заполнения топливных баков ступени представлена на рис. 1. На рисунке приняты обозначения: 1 – бак окислителя, 2 – жидкий окислитель, 3 – бак горючего, 4 – жидкое горючее, 5 – КА, 6 – переходник, 7 – адаптер, 8 – ЖРД в карданном

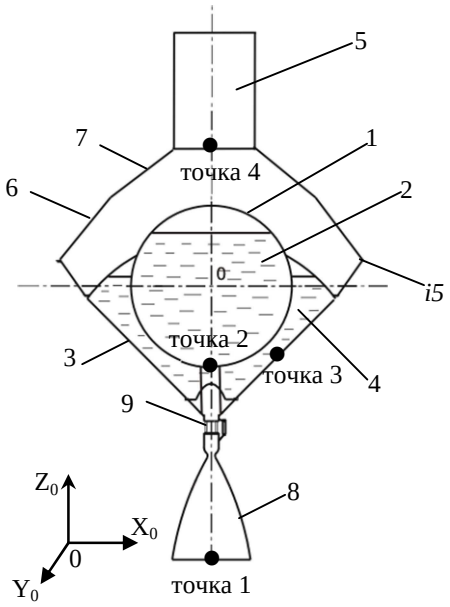


Рис. 1

подвесе, 9 – карданный подвес с гидроприводами, осуществляющими поворот конструкции двигателя в плоскостях $Y_0 0 Z_0$ и $X_0 0 Z_0$; *i5* – распорный шпангоут, X_0, Y_0, Z_0 – оси локальной системы координат.

При схематизации верхней ступени РН использовались конечные элементы типа «упругая оболочка», «трехмерная жидкость», «трехмерное твердое тело», «сосредоточенная масса» и «стержень». Разработанная конечно-элементная модель ступени содержала 14331 узел расчетной сетки.

Конструкция камеры сгорания (КС) двигателя представлялась конической и цилиндрической оболочками. На продольной оси КС на некотором расстоянии от сечения ее центра масс размещались конечные элементы типа “сосредоточенная масса”, соответствующие присоединенным массам трубопроводов ЖРД, турбонасосного агрегата, элементов автоматики. Координаты мест их размещения выбирались из условия согласования моментов инерции конструкции двигателя как системы с сосредоточенными и с распределенными параметрами. Следует отметить, что наличие некоторого смещения центра масс конструкции двигателя от продольной оси симметрии КС, установка гидроприводов системы управления вектором тяги по каждому каналу только с одной стороны КС двигателя приводит к асимметрии конструкции маршевого ЖРД как объекта рассматриваемой динамической системы.

При моделировании колебательного движения двигателя в карданном подвесе предполагалось, что конструкция карданного шарнира состоит из двух кронштейнов, двух опорных фланцев, двух цапф и рамки кардана. Карданный шарнир обеспечивает вращение кронштейнов относительно опорных фланцев вокруг двух взаимно перпендикулярных осей X_0 и Y_0, совпадающих с осями цапф. Построение конечно-элементной модели ЖРД в карданном подвесе выполнялось для варианта двигателя с двумя одинаковыми гидроприводами, расположенными в плоскостях $X_0 0 Z_0$ и $Y_0 0 Z_0$ (рис. 1). Линией пересечения этих плоскостей является продольная ось ступени Z_0. При построении конечно-элементной модели ЖРД гидропривод представлялся двумя последовательно расположенными конечными элементами типа “стержень”, характеристики которых определялись механическими свойствами конструкции гидроцилиндров и содержащейся в них жидкости. Элементы крепления двигателя к раме (кронштейны и опорные фланцы) моделировались двумя парами конечных элементов типа “стержень”.

Граничные условия формировались в соответствии с расчетной схемой и условиями полета космической ступени. Условия совместности деформаций сопряженных поверхностей раздела жидкой и твердой сред задавались с учетом «скольжения» жидкости относительно стенок бака. Связи между узлами

конечных элементов «упругая оболочка» и «трехмерная жидкость», соответствующих сопряженным поверхностям контактной пары «жидкость – оболочка», описывались линейными уравнениями

$$C = \sum_{l=1}^{n_u} (R(l)*U(l)), \qquad (1)$$

где n_u – количество узлов; $U(l)$ – степени свободы (перемещения, углы поворота) l-го узла; $R(l)$ – коэффициенты линейного уравнения связей, определяющие влияние степени свободы l-го узла; C – константа ($C = 0$).

При построении модели полагалось, что перемещения узлов, принадлежащих свободной поверхности жидкости, осуществляются по нормали к поверхности жидкости, находящейся в невозмущенном состоянии.

Каждый кронштейн и опорный фланец схематизировался одним конечным элементом типа “стержень”. Соответствующие этой идеализации четыре элемента «стержень» введены в конечно-элементную модель ступени следующим образом. В каждой из плоскостей $X_0 0 Z_0$ и $Y_0 0 Z_0$ помещалось по одной паре этих элементов. У «стержней» из плоскости $X_0 0 Z_0$ (т. е. у кронштейнов) узлы нижних концов связывались с узлами конструкции ЖРД, а узлы верхних концов – с узлами рамки кардана. Указанные связи описывались уравнениями (1), в которых степеням свободы соответствовали перемещения вдоль осей X_0, Y_0, Z_0 и углы поворота вокруг осей X_0 и Z_0. Предполагаемым направлением движения в этом случае является поворот вокруг оси Y_0 (качание в плоскости $X_0 0 Z_0$). Что касается опорных фланцев, то узлы нижних концов «стержней» из плоскости $Y_0 0 Z_0$ связывались с узлами рамки кардана, а узлы верхних концов – с узлами конструкции рамы ЖРД. В этом случае в уравнениях (1) степеням свободы соответствуют перемещения вдоль осей X_0, Y_0, Z_0 и углы поворота вокруг осей Y_0, Z_0, а предполагаемым направлением движения является поворот вокруг оси X_0.

Конечно-элементное представление конструкции маршевого ЖРД верхней ступени РН дано на рис. 2, на котором введены следующие обозначения: 1 – рама двигателя; 2 – рамка кардана; 3 – гидропривод; 4 – кронштейны, связывающие узлы конструкции ЖРД и рамки кардана; 5 – связи верхних узлов «стержней» (опорных фланцев) с узлами конструкции рамы ЖРД; 6 – связи нижних узлов «стержней» (опорных фланцев) с узлами рамки кардана.

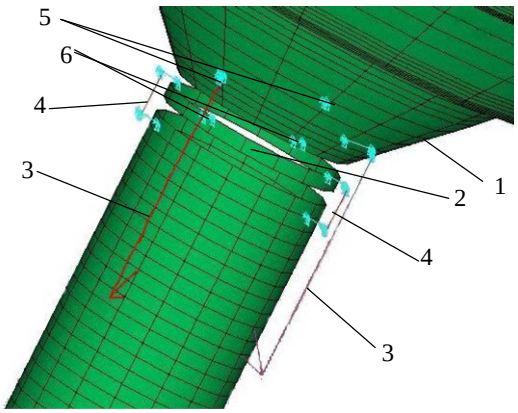


Рис. 2

Разработанная математическая модель пространственных колебаний системы «конструкция верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» описывается матричным уравнением:

$$M\frac{d^2X(t)}{dt^2} + C\frac{dX(t)}{dt} + KX(t) = F(t), \qquad (2)$$

где t – текущее время; X – вектор узловых перемещений длиной $6n$; M, C, K – действительные матрицы масс, коэффициентов демпфирования и, соответственно, жесткости, имеющие порядок $6n$; n – количество узлов в расчетной сетке конечно-элементной модели; $6n$ – количество степеней свободы системы; F – вектор возмущающих сил, приложенных к системе: $\mathrm{F}=[F_1,...,F_{6n}]$.

Определение параметров свободных колебаний конструкции верхней ступени жидкостной РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе и жидким наполнением топливных баков. При определении параметров собственных колебаний системы «конструкция верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» использовалась математическая модель, описывающая ее свободные колебания без учета диссипации энергии (в уравнении (2) полагалось $\mathrm{C}=0$, $\mathrm{F}=0$):

$$\mathrm{M}\frac{d^2\mathrm{X}(t)}{dt^2}+\mathrm{K}\mathrm{X}(t)=0. \qquad (3)$$

Параметры собственных колебаний системы (3) определялись на основе расчета собственных значений и собственных векторов матрицы $\mathrm{A}=\mathrm{M}^{-1}\mathrm{K}$ [12]. Собственное значение $\lambda_j=\omega_j^2$ определяет собственную частоту $f_j=\omega_j/2\pi$, а собственный вектор V_j – собственную форму j-го тона колебаний ($j=1,\ldots n$) системы (3). Эффективная масса M_{aj} j-го тона в направлении a вычислялась по формуле

$$M_{aj}=\frac{\gamma_{aj}^2}{\mathrm{V}_j^{\mathrm{T}}\mathrm{M}\,\mathrm{V}_j},$$

где a – заданное направление возбуждения (смещения) узлов системы по одной из степеней свободы (т. е. направление вдоль одной из осей X_0, Y_0 или Z_0 или направление, определяемое поворотом относительно одной из этих осей); $\gamma_{aj}=\mathrm{V}_j^{\mathrm{T}}\mathrm{M}\mathrm{D}_a$ – фактор участия j-го тона в колебательном движении системы в направлении a; $\mathrm{D}_a=[\mathrm{d}_1^a,\ldots,\mathrm{d}_n^a]^{\mathrm{T}}$ – вектор возбуждения системы в направлении a, имеющий длину $6n$ и состоящий из n векторов d_k^a; d_k^a – единичный вектор, состоящий из 6 элементов (по количеству возможных направлений возбуждения), задающий возбуждение k-го ($k=1,\ldots,n$) узла в направлении a, при этом ненулевое значение имеет тот элемент вектора d_k^a, который соответствует заданному направлению возбуждения a.

Отметим, что если значение эффективной массы j-го тона колебаний в направлении одной из осей значительно больше, чем в направлении двух других, то при выполнении анализа будем считать, что колебания с частотой f_j определяются колебательным движением системы в направлении этой оси. Таким образом, если $M_{Z_0 j}<<M_{X_0 j}$, $M_{Z_0 j}<<M_{Y_0 j}$, будем рассматривать собственную частоту f_j как собственную частоту продольных колебаний систе-

мы. Если же значения $M_{Z_0 j}$ соизмеримы со значениями $M_{X_0 j}$ или $M_{Y_0 j}$, будем считать, что колебания с частотой f_j являются продольно-поперечными.

Анализ расчетных форм пространственных колебаний системы позволяет из спектра ее собственных частот выделить частоты колебаний, обусловленные упругими продольными и упругими поперечными колебаниями конструкции топливного отсека ступени, КА, ЖРД, а также угловыми колебаниями конструкции ЖРД в карданном подвесе.

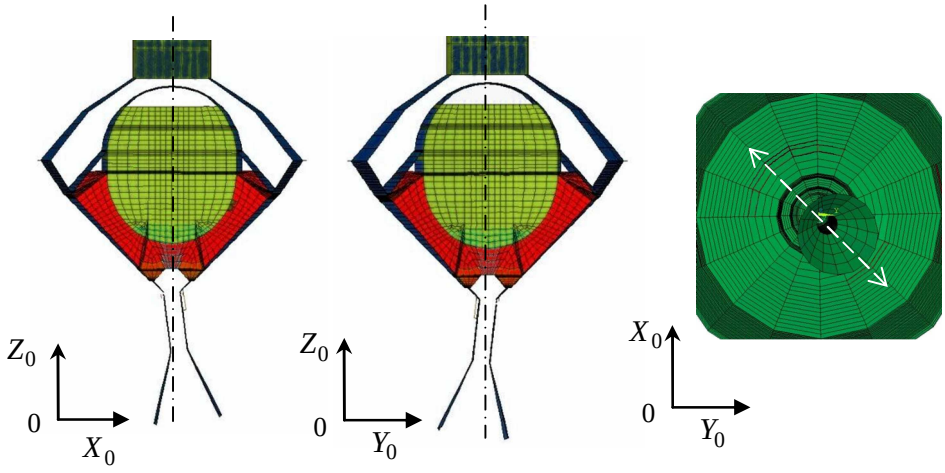
При анализе результатов расчета рассматривались только доминирующие моды. Поскольку расчет параметров собственных колебаний системы проводился без учета диссипации энергии, следует пояснить, что подразумевалось под доминирующими модами. К числу доминирующих были отнесены моды с частотами колебаний до 100 Гц, характеризующиеся большими эффективными массами в продольном направлении, и моды с частотами до 25 Гц, характеризующиеся большими эффективными массами в поперечных направлениях. Отметим, что колебательные движения, обусловленные движением свободной поверхности жидкости в топливных баках ступени (с частотами меньше 2 Гц), в настоящей статье не рассматривались.

В таблице 1 приведены значения собственных частот f_j доминирующих тонов колебаний системы «конструкция верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» и значения соответствующих им эффективных масс $M_{Z_0 j}$, $M_{X_0 j}$, $M_{Y_0 j}$.

Таблица 1

Номер тона j	Частота колебаний f_j, Гц	Эффективные массы, кг		
		$M_{Z_0 j}$	$M_{X_0 j}$	$M_{Y_0 j}$
1	5,8	0,9	33,3	164,9
2	7,3	0,2	31,9	172,5
3	14,4	35,6	0,4	0,01
4	20,5	14,1	9,3	757,1
5	22,1	40,2	0	0
6	22,5	3323,8	0,2	5,1
7	22,8	95,3	2,5	191,9
8	23,6	1,3	1838,7	0
9	42,1	4,2	2,5	4,2
10	43,6	70,5	54,4	0,2
13	55,1	126,4	0	0,2
14	58,6	325,1	0,5	5,6
15	65,6	108,9	1,0	7,2
16	66,7	11,7	0,2	0,2

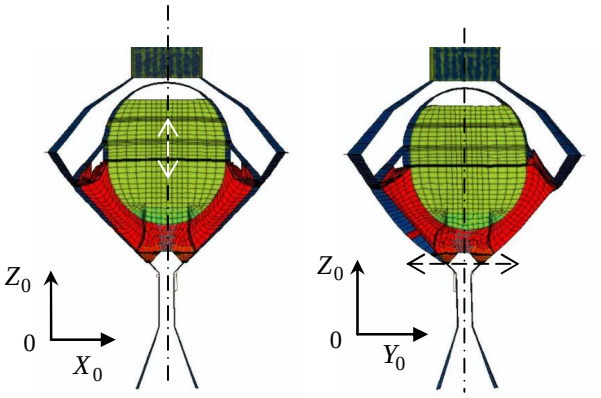
Для иллюстрации на рис. 3, 4 показаны формы пространственных колебаний исследуемой системы, соответствующие собственным частотам f_1 = 5,8 Гц (рис. 3), f_3 = 14,4 Гц (рис. 4 а) и f_4 = 20,5 Гц (рис. 4 б). Элементы оболочечного типа изображены на рисунках без отражения толщины стенок, масштаб деформаций элементов ступени для наглядности увеличен.



а) б) в)

Рис. 3

Формы колебаний на рис. 3 изображены в трех сечениях ступени: в осевом продольном сечении плоскостями $X_0\,0\,Z_0$, $Y_0\,0\,Z_0$ и поперечном сечении плоскостью $X_0'\,0'\,Y_0'$, которая параллельна плоскости $X_0\,0\,Y_0$ и проходит ниже среза сопла КС. На рис. 4 а формы колебаний представлены в сечении плоскостью $X_0\,0\,Z_0$, на рис.4 б – плоскостью $Y_0\,0\,Z_0$.



а) б)

Рис. 4

В результате анализа эффективных масс и форм пространственных колебаний системы «конструкция верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» установлено следующее. Собственные частоты 5,8 Гц и 7,3 Гц обусловлены угловыми колебаниями маршевого ЖРД. Упругие продольные колебания конструкции ступени характеризуются собственными частотами 14,4 Гц, 22,1 Гц, 22,5 Гц, 43,6 Гц, 55,1 Гц, 58,6 Гц, 65,6 Гц и 66,7 Гц, а упругие поперечные колебания – собственными частотами 20,5 Гц, 22,8 Гц и 23,6 Гц. Отметим, что колебания с частотами 22,8 Гц, 42,1 Гц и 43,6 Гц являются продольно-поперечными: соответствующие этим частотам эффективные массы в продольном и поперечном направлении имеют значения одного порядка.

На собственной частоте колебаний 22,5 Гц имеют место значительные продольные перемещения элементов подсистемы «КА – адаптер», на частотах 14,4 Гц, 22,1 Гц и 43,6 Гц – конструкции топливного отсека, на частоте

58,6 Гц – конструкции ЖРД. Колебания с частотами 55,1 Гц, 58,6 Гц, 65,6 Гц, 66,7 Гц характеризуются относительно большими продольными перемещениями как элементов топливного отсека, так и элементов конструкции ЖРД. Колебания с частотами 22,8 Гц и 23,6 Гц обусловлены преимущественно «качанием» топливного отсека, ЖРД и КА в плоскости $Y_0 0 Z_0$ и, соответственно, в плоскости $X_0 0 Z_0$, а колебания с частотой 20,5 Гц – качанием топливного отсека в плоскости $Y_0 0 Z_0$.

При этом доминирующими продольными модами системы являются моды с собственными частотами 22,5 Гц, 55,1 Гц, 58,6 Гц и 65,6 Гц.

Анализ влияния угловых колебаний ЖРД на параметры собственных продольных и поперечных колебаний верхней ступени РН. Для оценки влияния угловых колебаний ЖРД на параметры собственных колебаний верхней ступени РН выполнено математическое моделирование пространственных колебаний рассматриваемой верхней ступени РН с маршевым ЖРД, движение которого принудительно ограничено путем исключения степени свободы, связанной с поворотом конструкции двигателя вокруг осей карданного подвеса. Полученные в результате значения собственных частот и эффективных масс доминирующих тонов колебаний приведены в табл. 2.

Таблица 2

Номер тона j	Частота колебаний f_j, Гц	Эффективные массы, кг		
		$M_{Z_0 j}$	$M_{X_0 j}$	$M_{Y_0 j}$
1	14,5	35,2	0,7	0
2	20,4	26,9	0,3	862,1
3	22,1	37,3	0	1,3
4	22,5	3172,3	0	11,8
5	22,7	288,4	2,9	218,4
6	23,4	0,7	2176,9	0
7	40,6	25,1	6,4	2,8
8	43,7	11,5	602,2	0
9	46,3	0,4	6,6	208,5
10	50,1	0	7,6	315,5
11	55,4	25,7	0	0,4
12	58,9	0	0	1,6
13	65,7	3,2	10,5	10,4
14	67,5	52,7	1,4	2,9
15	68,4	131,5	0,2	0

Сравнительный анализ результатов, приведенных в табл. 1 и табл. 2, показал, что в табл. 2 отсутствуют моды с частотами 5,8 Гц, 7,3 Гц, которые соответствуют угловым колебаниям ЖРД в карданном подвесе. «Исключение» из модели (2) степеней свободы, позволяющих ЖРД вращаться вокруг осей карданного подвеса, практически не повлияло на те частоты упругих продольных и поперечных колебаний конструкции ступени РН, значения которых находятся в частотном диапазоне от 8 до 50 Гц, но оказало влияние на коэффициенты форм ее собственных колебаний с этими частотами и эффек-

тивные массы. В частности, заметно изменились значения эффективных масс, при этом у колебаний с частотой 22,7 Гц значительно увеличилась продольная составляющая, а продольно-поперечные колебания с частотой 43,6 Гц стали поперечными колебаниями с частотой 43,7 Гц.

Влияние угловых колебаний ЖРД в карданном подвесе на параметры упругих продольных и поперечных колебаний конструкции ступени оказалось существенным для собственных частот $f_i > 50$ Гц. Полученный результат можно объяснить тем, что условию $f_i > 50$ Гц удовлетворяют моды системы «конструкция верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» с частотами колебаний 55,1 Гц, 58,6 Гц, 65,6 Гц, 66,7 Гц (табл. 1), характеризующиеся значительными продольными перемещениями элементов подсистемы «конструкция ЖРД – рама». Исключение из модели (2) степеней свободы, позволяющих ЖРД вращаться вокруг осей карданного подвеса, привело к увеличению жесткости связей между ЖРД и конструкцией топливного отсека, что оказало существенное влияние именно на эту часть спектра собственных частот колебаний исследуемой системы и соответствующие им эффективные массы. Согласно результатам математического моделирования, выполненного без учета вращения ЖРД вокруг осей карданного подвеса, собственная частота колебаний исследуемой системы, обусловленная продольными колебаниями конструкции ЖРД, повысилась с 58,6 Гц до 68,4 Гц. При этом доминирующими продольными модами системы стали моды с собственными частотами 22,5 Гц, 22,7 Гц и 68,4 Гц, то есть количество доминирующих мод уменьшилось до трех (табл. 2).

Таким образом, учет угловых колебаний ЖРД в карданном подвесе при моделировании пространственных колебаний верхней ступени РН привел к изменению параметров доминирующих тонов продольных колебаний конструкции ступени с КА в том частотном диапазоне (30 Гц – 100 Гц), в котором могут находиться собственные частоты колебаний жидкости в системе питания ЖРД. Следовательно, значения параметров упругих продольных колебаний конструкции верхней ступени с маршевым ЖРД в карданном подвесе, необходимые для выполнения анализа динамической совместимости маршевого ЖРД с конструкцией ступени, желательно определять с учетом угловых колебаний ЖРД.

Определение динамического отклика системы «конструкция верхней ступени жидкостной РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» на гармоническое возбуждение. Частотные характеристики системы «конструкция верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» определялись при помощи средств CAE-системы [12] на основе математической модели (2). При выполнении расчетов значение относительного коэффициента демпфирования колебаний жидкости полагалось равным 1 % от критического. Внешнее воздействие на систему, возбуждающее колебания маршевого ЖРД в карданном подвесе, задавалось в виде гармонической вынуждающей силы, приложенной к шпангоуту *i5* (см. рис. 1), а частота возбуждения изменялась от 0 до 25 Гц.

Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) определялись как реакция динамической системы «конструкция верхней ступени РН с КА – маршевый ЖРД в карданном подвесе» на гармоническое возбуждение узлов места крепления ступени к РН на шпангоуте $i5$. АЧХ рассчитывались для различных

контрольных точек системы (рис. 1). В расчетной схеме точка 1 располагалась на срезе сопла камеры сгорания, точка 2 – на днище бака окислителя, точка 3 – на стенке бака горючего, точка 4 – в месте крепления КА к адаптеру (рис. 1). На основе результатов расчета АЧХ оценивались значения собственных частот колебаний системы.

На рис. 5 показаны АЧХ, рассчитанные для точек 1 и 2 при продольном гармоническом возбуждении шпангоута $i5$ (кривые 1 и 2 соответственно). Приведенные характеристики имеют области резонансного возрастания, при этом значения резонансных частот 5,2 Гц, 7,06 Гц, 14,4 Гц близки к значениям собственных частот колебаний f_1, f_2, f_3 исследуемой динамической системы (см. табл. 1). На рис. 6 показаны результаты расчета АЧХ для точек 1, 3 и 4 при поперечном гармоническом возбуждении шпангоута $i5$ (кривые 1, 3 и 4 соответственно). Резонансные частоты 5,2 Гц, 6,8 Гц, 14,5 Гц и 20,5 Гц близки к собственным частотам колебаний f_1, f_2, f_3, f_4 указанной системы. Таким образом, полученные результаты согласуются с результатами определения форм свободных колебаний исследуемой системы.

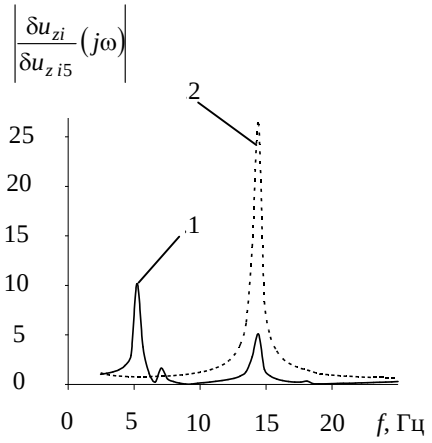


Рис..5

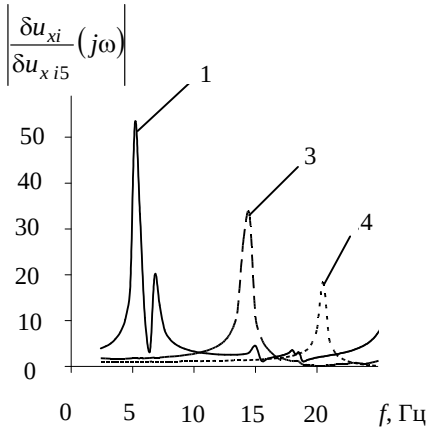


Рис. 6

На собственных частотах колебаний 5,2 Гц, 6,8 Гц, обусловленных угловыми колебаниям конструкции ЖРД в карданном подвесе, АЧХ системы на срезе сопла двигателя при продольном гармоническом возбуждении шпангоута $i5$ имеет максимумы (рис. 5). Это указывает на наличие продольной составляющей в колебаниях системы «конструкция верхней ступени РН с КА маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» с собственными частотами, соответствующими частотам угловых колебаний конструкции ЖРД в карданном подвесе.

Выводы. Разработана линейная математическая модель, описывающая пространственные колебания верхней ступени жидкостной РН как колебания многосвязной конечномерной диссипативной системы «конструкция верхней ступени с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках». На основе разработанной математической модели рассчитаны параметры собственных колебаний верхней ступени РН при максимальном заполнении топливных баков. Определены доминирующие моды системы, обусловленные угловыми колебаниями ЖРД в карданном подвесе, упругими продоль-

ными и упругими поперечными колебаниям конструкции ступени, в том числе продольными колебаниями конструкции топливного отсека, ЖРД и КА.

Показано, что учет угловых колебаний маршевого ЖРД при математическом моделировании пространственных колебаний верхней ступени РН с маршевым ЖРД в карданном подвесе может привести к заметному изменению параметров продольных колебаний системы «конструкция верхней ступени с маршевым ЖРД в карданном подвесе – жидкое топливо в баках» в частотном диапазоне изменения собственных частот колебаний жидкости в системе питания ЖРД (30 Гц – 100 Гц). Эти изменения влияют на выбор доминирующих продольных мод конструкции ступени, которые используются при математическом моделировании продольных колебаний жидкостных РН и анализе продольной устойчивости их верхних ступеней.

1. *Добровольский М. В.* Жидкостные ракетные двигатели. Основы проектирования / *М. В. Добровольский*. – М. : Высшая школа, 1968. – 396 с.
2. *Коваленко Н. Д.* Ракетный двигатель как исполнительный орган системы управления полетом ракеты / *Н. Д. Коваленко*. – Днепропетровск : ИТМ НАНУ и НКАУ, 2004. – 412 с.
3. Основы теории и расчета жидкостных ракетных двигателей / *А. П. Васильев, В. М. Кудрявцев, В. А. Кузнецов* и др., под ред. *В. М. Кудрявцева*. – М. : Высшая школа, 1967. – 670 с.
4. Патент 2412368 Российская федерация, МПК ***F02K1/28*** (2006.01), ***F02K9/82*** (2006.01). Способ управления вектором тяги реактивного двигателя и сверхзвуковое сопло / *Кехваянц В. Г.*; патентообладатель Российская Федерация в лице Министерства промышленности и торговли Российской Федерации (Минпромторг России). – 2009130346/06 ; заявл. 10.08.2009 ; опубл. 20.02.2011, Бюл. № 5. – 5 с.
5. Основы прикладной аэрогазодинамики. Книга 2. Обтекание тел вязкой жидкостью. Рулевые устройства / *Н. Ф. Краснов, В. Ф. Захарченко, В. Н. Кошевой, А. Н. Данилов* и др., под ред. *Н. Ф. Краснова*. – М. : Высшая школа, 1991. – 358 с.
6. *Натанзон М. С.* Продольные автоколебания жидкостной ракеты / *М. С. Натанзон*. – М. : Машиностроени е, 1977. – 208 с.
7. *Гладкий В. Ф.* Динамика конструкции летательного аппарата / *В. Ф. Гладкий*. – М. : Наука, 1969. – 496 с.
8. *Игдалов И. М.* Ракета как объект управления / *И. М. Игдалов, Л. Д. Кучма, Н. В. Поляков, Ю. Д. Шептун*. – Днепропетровск : АРТ-Пресс, 2004. – 544 с
9. *Dotson K.* Mitigating Pogo on Liquid-Fueled Rockets / *K. Dotson* // Crosslink. Aerospace Corporation magazine of advances in aerospace technology. – 2003. – Winter. – P. 26 – 29.
10. Особенности моделирования продольных колебаний верхних ступеней ракет-носителей со сложной пространственной конфигурацией топливных баков / *А. Д. Николаев, Н. В. Хоряк, И. Д. Блоха, С. И. Долгополов* // Техническая механика – 2009. – № 3. – С.51 – 61.
11. Численное моделирование свободных колебаний космических ступеней жидкостных РН со сложной пространственной конфигурацией топливных баков / *В. В. Пилипенко, О. В. Пилипенко, Г. И. Богомаз, А. Д. Николаев, И. Д. Блоха* // Техническая механика. – 2006. – № 2. – С.69 – 81.
12. *Башлий И. Д.* Математическое моделирование пространственных колебаний оболочечных конструкций с жидкостью с использованием современных средств компьютерного проектирования и анализа / *И. Д. Башлий, А. Д. Николаев* // Техническая механика. – 2013. – № 2. – С.18 – 25.
13. *Kohnke P.* Ansys Inc. Theory Manual. 001369. Twelfth Edition / *P. Kohnke*. – Canonsburg : SAS IP, 2001. – 1266 p.
14. Официальный сайт Исследовательского центра им. М. В. Келдыша (г. Москва, Россия), htpp://www.kerc.msk.ru/ipg/developmentrb2.pdf

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск,

Государственное предприятие
«Конструкторское бюро «Южное»
им. М.К. Янгеля,
Днепропетровск

Получено 13.05.14,
в окончательном варианте 19.06.14