УДК 539.3 https://doi.org/10.15407/itm2022.03.023

В. С. ГУДРАМОВИЧ[1], Е. Л. ГАРТ[2], О. А. МАРЧЕНКО[2]

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ КІЛЬЦЕВОГО ВКЛЮЧЕННЯ НА КОНЦЕНТРАЦІЮ НАПРУЖЕНЬ НАВКОЛО ВИДОВЖЕНОГО ЕЛІПТИЧНОГО ОТВОРУ У СФЕРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ

[1]Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: hudramovich@i.ua
[2]Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
пр. Гагаріна, 72, 49010, Дніпро, Україна; e-mail: hart@ua.fm

Оболонкові конструкції мають широке застосування в різноманітних галузях техніки та промисловості завдяки поєднанню великої міцності та відносно малої ваги. Найчастіше реальні конструкції з технологічних або конструктивних міркувань мають отвори, що призводить до різкого збільшення локальних напружень і, як наслідок, до зменшення міцності та надійності конструкції у цілому. Саме через це, питання зниження концентрації напружень в елементах тонкостінних конструкцій є важливою та актуальною проблемою механіки деформівного твердого тіла. В даній роботі проведено комп’ютерне моделювання та скінченноелементний аналіз напружено-деформованого стану тонкостінної сферичної оболонки за наявності видовженого еліптичного отвору і оточуючого його кільцевого еліптичного включення, що знаходиться на певній відстані від отвору. Досліджено вплив геометричних та механічних характеристик включення, а також відстані розташування включення від контуру отвору на концентрацію параметрів напружено-деформованого стану оболонки. Отримано розподіл інтенсивностей напружень і деформацій в зонах локальної концентрації напружень.

Встановлено, що за рахунок використання жорсткого кільцевого включення, розташованого на певній відстані від отвору оболонки, можна зменшити коефіцієнт концентрації напружень майже на 27 %. При цьому спостерігається пропорційне зменшення інтенсивності деформацій в околі отвору.

Ступінь видовженості еліптичного отвору суттєво впливає на концентрацію параметрів напружено-деформованого стану оболонки. У разі підкріплення отвору безпосередньо вздовж його контуру жорстким кільцевим включенням інтенсивність напружень навколо нього зростає, у той час як інтенсивність деформацій знижується. Проведені численні обчислювальні розрахунки показують, що використання віддалено розташованого від отвору оточуючого його жорсткого кільцевого включення дозволяє знизити інтенсивності як напружень, так і деформацій навколо отвору. У разі безпосереднього підкріплення отвору зниження максимальної інтенсивності деформацій дещо більше у порівнянні із випадком віддаленого розташування оточуючого отвір жорсткого кільцевого включення.

Використання певним чином підібраних і розташованих підкріплень видовжених еліптичних отворів у сферичних оболонках дозволяє впливати на розподіл і величину інтенсивностей напружень і деформацій в зонах локальної концентрації параметрів їх напружено-деформованого стану.

Ключові слова: *сферична оболонка, видовжений еліптичний отвір, кільцеве еліптичне включення, напружено-деформований стан, концентрація напружень, скінченноелементний аналіз.*

Shell structures are widely used in various branches of technology and industry due to a combination of a high strength and a relatively light weight. In the majority of cases, actual structures have openings for manufacturing or design reasons, thus leading to a sharp increase in local stresses and, as a result, to a decrease in the strength and reliability of the structure as a whole. That is why reducing stress concentration in thin-walled structural elements is an important and topical problem in deformable body mechanics. This paper presents the results of a computer simulation and finite-element analysis of the stress and strain field of a thin-walled spherical shell with an elongated elliptical opening and an annular inclusion that surrounds the opening at a certain distance therefrom. The effect of the geometrical and mechanical parameters of the inclusion and its distance from the opening contour on the concentration of the stress and strain field parameters of the shell is studied. The stress and strain intensity distribution in the local stress concentration zones is obtained.

It is shown that a rigid annular inclusion located at a certain distance from an opening allows one to reduce the stress concentration factor by nearly 27 percent with a proportional decrease in strain intensity in the vicinity of the opening.

The elliptical opening elongation degree greatly affects the concentration of the stress and strain field parameters. If an opening is reinforced with a rigid annular inclusion immediately along its contour, the stress intensity in its vicinity increases, while the strain intensity decreases. The numerical calculations conducted show that surrounding an opening with a rigid annular inclusion located remotely therefrom reduces both the stress and the strain intensity in the vicinity of the opening. If an opening is reinforced immediately along its contour, a decrease in the maximum strain intensity is somewhat greater in comparison with the case where the rigid annual inclusion surrounding the opening is located at some distance therefrom.

The use of specially selected and located reinforcements of elongated elliptical openings in spherical shells allows one to control the stress and strain intensity distribution and magnitude in the zones of local concentration of their stress and strain field parameters.

Keywords: *spherical shell, elongated elliptical opening, annular elliptical inclusion, stress and strain field, stress concentration, finite-element analysis.*

Вступ. Сферичні оболонки широко застосовуються в різних галузях техніки та промисловості, у тому числі в будівництві, робототехніці, енергетиці, космічній, військовій та ін. галузях. Завдяки великій міцності та відносно малій вазі даний тип елементів конструкцій набув широкого використання. Найчастіше в реальних конструкціях застосовуються оболонки, в яких наявні отвори та інші неоднорідності (шпангоути, накладки тощо), що призводить до різкого збільшення локальних напружень, які, у свою чергу, впливають на міцність та надійність конструкції у цілому [1 – 7]. Саме через це, задача зниження концентрації напружень в тонкостінних конструкціях є актуальною задачею механіки деформівного твердого тіла.

Одним з варіантів зниження концентрації напружень навколо отвору є застосування підкріплювальних елементів або включень з різноманітними геометричними та механічними властивостями [8 – 12].

Питанням дослідження напружено-деформованого стану (НДС) тонкостінних конструкцій з отворами присвячено багато праць вітчизняних та закордонних вчених. Перші дослідження з підкріплення отворів належать С. П. Тимошенку та Д. Лессельсу [13], які звели задачу визначення напружень навколо отвору до знаходження напружень в кривому брусі, що навантажений на зовнішньому контурі.

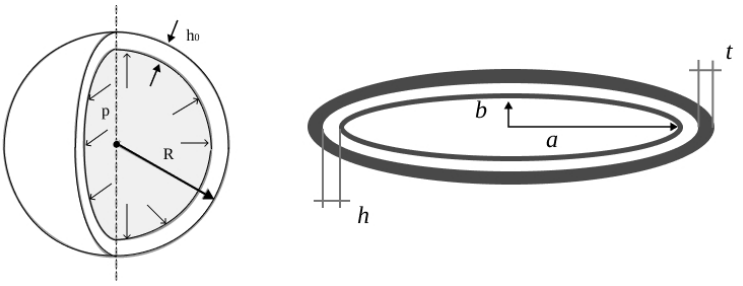
Фундаментальний характер у цьому науковому напрямку мають праці відомих українських вчених Г. М. Савіна, О. М. Гузя та ін. Так, у [14] викладені результати систематичних досліджень концентрації напружень навколо отворів в пластинах і оболонках із застосуванням теорії комплексної змінної. У монографії [15] проаналізовано стан теорії оболонок, що послаблені отворами, надані постановки задач, методи їх розв’язування та наведені розв’язки задач для сферичних, циліндричних та інших оболонок, отриманих за допомогою аналітичних, а також варіаційних та числових методів. У [16] досліджено розподіл напружень в сферичній оболонці за наявності зміщеного криволінійного отвору. У [17] отримано вирази для комплексних потенціалів, що характеризують НДС пружної площини з еліптичним отвором, підданим моменту в довільній точці площини. Розраховуються напруження зсуву на краю отвору. Визначено коефіцієнти інтенсивності напружень для граничного випадку прямої щілини (тріщини). У [18] досліджено НДС ізотропної оболонки довільної гауссової кривини, яка знаходиться під дією осьового розтягу та внутрішнього тиску, з круговим отвором в центрі конструкції. Для отримання розв’язку задачі застосовано інтегральне перетворення Фур’є та теорія узагальнених функцій. У [19] розглянуто ізотропну оболонку двоякої кривини, послаблену наскрізною тріщиною, берега якої контактують при згині оболонки. Наведено результати числового дослідження залежності коефіцієнтів інтенсивності від розміру тріщини та кривини серединної поверхні оболонки. Одно- та двозв’язні задачі для сферичних оболонок з одним або двома круговими отворами розглянуто у [20].

У [21] проаналізовано пружно-пластичний стан тонких сферичних оболонок з еліптичним отвором за умови, що прогини є скінченними. Оболонки виготовлені з ізотропного однорідного матеріалу і знаходяться під дією внутрішнього тиску заданої інтенсивності. Сформульовано задачі та запропоновано числовий метод їх розв’язування з урахуванням фізичних та геометричних нелінійностей. Досліджено розподіл напружень, деформацій та зміщень вздовж межі отвору та в зоні їх концентрації. Отримані результати порівнюються з розв’язками задач, де враховується лише фізична нелінійність (пластичні деформації) або геометрична нелінійність (скінченні прогини), та з числовим розв’язком задачі лінійно-пружного характеру. Проаналізовано НДС в околі еліптичного отвору в оболонці з урахуванням нелінійних факторів.

В даній роботі, як продовженні [22, 23], проведено комп’ютерне моделювання НДС пружної тонкостінної сферичної оболонки з видовженим еліптичним отвором за наявності оточуючого його кільцевого еліптичного включення, розташованого на певній відстані від отвору. Виконано скінченноелементний аналіз впливу геометричних та механічних характеристик включення, а також відстані між видовженим еліптичним отвором та контуром включення на параметри НДС оболонки в зоні локальної концентрації напружень.

Постановка задачі. Дослідження НДС проведено для пружної тонкостінної ізотропної сферичної оболонки радіусу R, товщини h_0 з видовженим еліптичним отвором (a, b – піввісі еліпсу), який підкріплюється кільцевим включенням ширини t, розташованим на відстані h від краю отвору. Вважається, що отвір закритий кришкою спеціальної конструкції, яка передає дію тільки перерізальної сили [14]. Товщина підкріплювального елементу відповідає товщині оболонки h_0, а на його границях задано умови жорсткого зчеплення. Оболонка знаходиться під дією внутрішнього рівномірного тиску інтенсивності $p = \text{const}$ (рис. 1).

Досліджується вплив ширини і механічних властивостей кільцевого еліптичного включення та величини відстані між включенням і отвором на НДС оболонки в зонах концентрації напружень. Проводиться порівняльний аналіз результатів, одержаних за наявності включення, з результатами без використання включень. Вивчаються умови розташування і сполучення геометричних та механічних характеристик включення для можливого зменшення концентрації параметрів НДС оболонки.



а) б)

Рис. 1 – Схема навантаження сферичної оболонки з еліптичним отвором (а) та розташування кільцевого включення (б)

Математична модель задачі та метод розв’язування. У варіаційній постановці задача про дослідження НДС тонкостінної неоднорідної сферичної оболонки зводиться до мінімізації функціонала повної потенціальної енергії деформації системи [2] :

$$\acute{Y} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{D_i}{2}\iint\left[\left(\copyright_{1i} + \copyright_{2i}\right)^2 + 2\left(1 - \mu_i\right)\left(\copyright_{12i}^2 - \copyright_{1i}\copyright_{2i}\right)\right] Rdydx + \frac{E_i h_i}{2\left(1 - \mu_i^2\right)}\iint(\varepsilon_{1i}^2 + \right.$$

$$\left. + 2\text{«}\pounds_{1i}\pounds_{2i} + \pounds_{2i}^2 + \frac{1 - \text{«}_i}{2}\yen_i^2\right) Rdydx - \iint\left(p_x u_i + p_y v_i + p_z w_i\right) Rdydx),$$

де n – кількість ділянок оболонки з різними механічними властивостями; D_i – циліндрична жорсткість i-ї ділянки; u_i, v_i, w_i – проєкції вектора переміщень; $\copyright_{1i}, \copyright_{2i}, \copyright_{12i}$ – зміни кривини; $\varepsilon_{1i}, \varepsilon_{2i}, \gamma_i$ – видовження та кут повороту; μ_i — коефіцієнт Пуассона; E_i – модуль пружності; R – радіус оболонки; p_x, p_y, p_z – проєкції вектора навантаження.

Для розв’язання поставленої задачі застосовано метод скінченних елементів (МСЕ) з використанням плоских чотиривузлових ермітових скінченних елементів з шістьма ступенями вільності (три лінійні переміщення та три кути повороту) [16]. У зонах локальної концентрації напружень (навколо отвору) використано адаптивну сітку з коефіцієнтом згущення 10.

Оскільки зі згущенням сітки збільшується точність апроксимації поверхні оболонки геометрією вписаного багатогранника, можна стверджувати, що збіжність МСЕ у випадку використання плоских скінченних елементів тонкої оболонки буде забезпечена [24].

Числовий аналіз. Розрахунки проведено на ПК IntelCorei3-4170 (тактова чистота 3,70 GHz, оперативна пам’ять 8 Gb, розрядність X64) за допомогою МСЕ на послідовності адаптованих сіток. Середня кількість скінченних елементів –47525.

Результати отримані для сферичної оболонки з такими геометричним параметрами [14, 22]: R= 2 м, h_0 = 0,001R, b = 0,05 R, , a/b = 1,5. Дослідження проведено для п’яти варіантів ширини кільцевого включення t = 0,1*b*; 0,2*b*; 0,3*b*; 0,4*b*; 0,5*b*, трьох варіантів відстані його розташування відносно краю отвору h = 0,1*b*; 0,3*b*; 0,5*b* та двох варіантів видовжених отворів a/b = 2; 3. Для визначеності в розрахунках використано два види матеріалу з такими механічними характеристиками: 1) модуль пружності E_1 = 110 ГПа, коефіцієнт Пуассона v_1= 0,32, умовна границя текучості $\sigma_{0.2}$= 280 МПа, границя міцності $\sigma_{в}$= 400 МПа; 2) E_2= 210 ГПа, v_2 = 0,3, $\sigma_{0.2}$ =375 МПа, $\sigma_{В}$ = 630 МПа. Внутрішній тиск p= 0,1 МПа. Вибір матеріалів носить умовний характер.

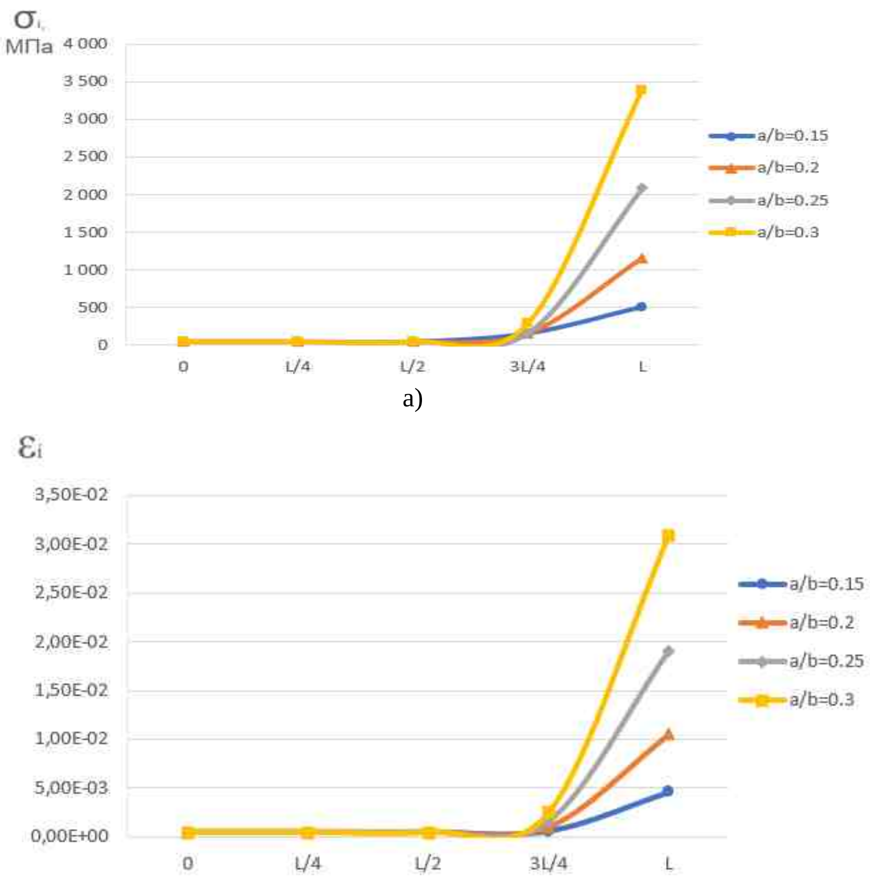
Для зручності аналізу отриманих результатів, як і раніше [23], введено коефіцієнт відносної жорсткості включення за формулою: $k = E_{вкл}/E_{об}$, де $E_{вкл}$ – модуль пружності включення; $E_{об}$ – модуль пружності оболонки. Вважаємо, що у випадку k>1 включення «жорстке», при k<1 включення «м’яке».

У табл. 1 наведено отримані результати числового дослідження НДС сферичної оболонки без включень для різних варіантів видовженості еліптичного отвору, що добре узгоджується з результатами для випадку a/b = 0,15, наведеного у [14].

Таблиця 1 – Максимальні значення інтенсивностей напружень, деформацій та коефіцієнт концентрації напружень (ККН) для сферичної оболонки без включень

a/b	σ_i^{max}, МПа	$\boldsymbol{\varepsilon}_i^{\mathbf{max}}/10^4$	ККН
0,15	506	25,3	10,07
0,2	1157	105,6	23,11
0,25	2088	189,1	41,71
0,3	3395	309,5	67,80

Відповідні для цього випадку графіки розподілу інтенсивностей напружень і деформацій наведено на рис. 2. Тут і надалі на рисунках по осі абсцис відкладено нормалізовану параметричну відстань $0 \le L \le 1$ уздовж 1/4 меридіана сферичної оболонки зліва направо в напрямку отвору до його контуру: $L = \pi Rl / 2$, $l \in [0; 2/\pi R]$



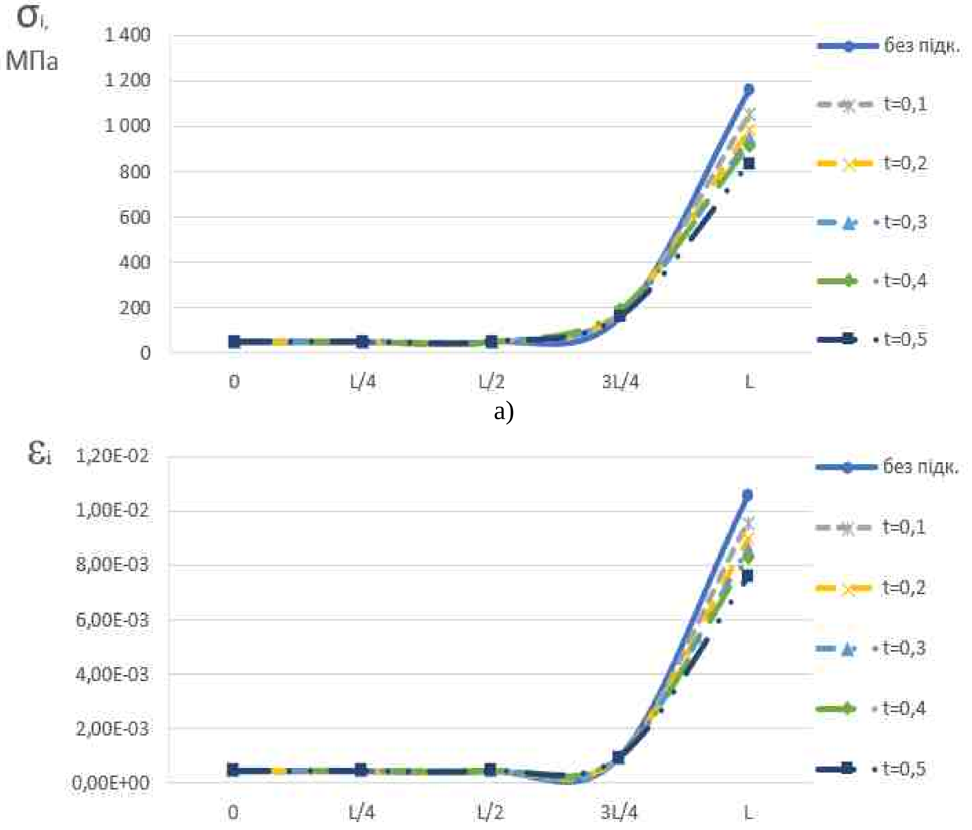
а)

б)

Рис. 2 – Розподіл інтенсивностей напружень (а) і деформацій (б) уздовж ¼ меридіану сферичної оболонки без включень в залежності від ступеня видовженості еліптичного отвору

Зазначимо, що при збільшені видовженості еліптичного отвору в 2 рази ККН збільшується майже у 7 разів (табл. 1).

Для випадку оболонки з отвором a/b проведено дослідження зміни параметрів НДС в залежності від механічних та геометричних характеристик підкріплювального включення, а також від місця його розташування. Так, числовий аналіз показав, що при розташуванні на певній відстані від отвору оточуючого його жорсткого ($k=1,9$) кільцевого еліптичного включення відбувається деяке зниження концентрації напружень і деформацій навколо отвору у порівнянні з непідкріпленою оболонкою. Найкращим із розглянутих п’яти варіантів ширини підкріплення виявився варіант $t=0,5b$ при $h=0,1b$, що дозволило знизити інтенсивності напружень і деформацій майже на ~28 %. Результати розрахунків для оболонки при $h=0,1b$ наведено у табл. 2. Відповідний розподіл інтенсивностей напружень і деформацій проілюстровано на рис. 3.



а)

б)

Рис. 3 – Розподіл інтенсивностей напружень σ_i (а) і деформацій ε_i (б) уздовж ¼ меридіана сферичної оболонки з еліптичним отвором $a/b=2$ в залежності від ширини жорсткого кільцевого включення, розташованого на відстані $h=0,1b$ від отвору

Таблиця 2 – Коефіцієнт концентрації напружень та зміна інтенсивностей напружень і деформацій навколо отвору a/b = 2 при h=0,1b та k>1

t	0,1b	0,2b	0,3b	0,4b	0,5b
ККН	21	19,6	18,9	18,2	16,7
$\Delta\sigma_i^{max}$, %	-9,2	-15,0	-18,3	-21,0	-27,8
$\Delta\varepsilon_i^{max}$, %	-9,2	-15,0	-18,3	-21,0	-27,8

При застосуванні жорсткого кільцевого включення на відстані $h = 0{,}3b$ від контуру отвору спостерігається схожа з попереднім випадком ($h = 0{,}1b$) картина. Максимальні значення інтенсивностей напружень і деформацій також виявляються меншими, ніж у випадку непідкріпленого отвору. За використання включення ширини $t = 0{,}5b$ інтенсивності напружень і деформацій зазнають зниження на ~17 %, що майже на ~11 % менше ніж у попередньому випадку. Графіки розподілу інтенсивностей напружень і деформацій ілюструє рис. 4. Відповідні результати числового розрахунку наведено у табл. 3.

Таблиця 3 Коефіцієнт концентрації напружень та зміна інтенсивностей напружень і деформацій навколо отвору a/b = 2 при h=0,3b та k>1

t	0,1b	0,2b	0,3b	0,4b	0,5b
ККН	22,5	21,7	19,6	19,3	19,0
$\Delta\sigma_i^{max}$, %	-2,6	-6,2	-15,3	-16,4	-17,3
$\Delta\varepsilon_i^{max}$, %	-2,6	-6,2	-15,3	-16,4	-17,3

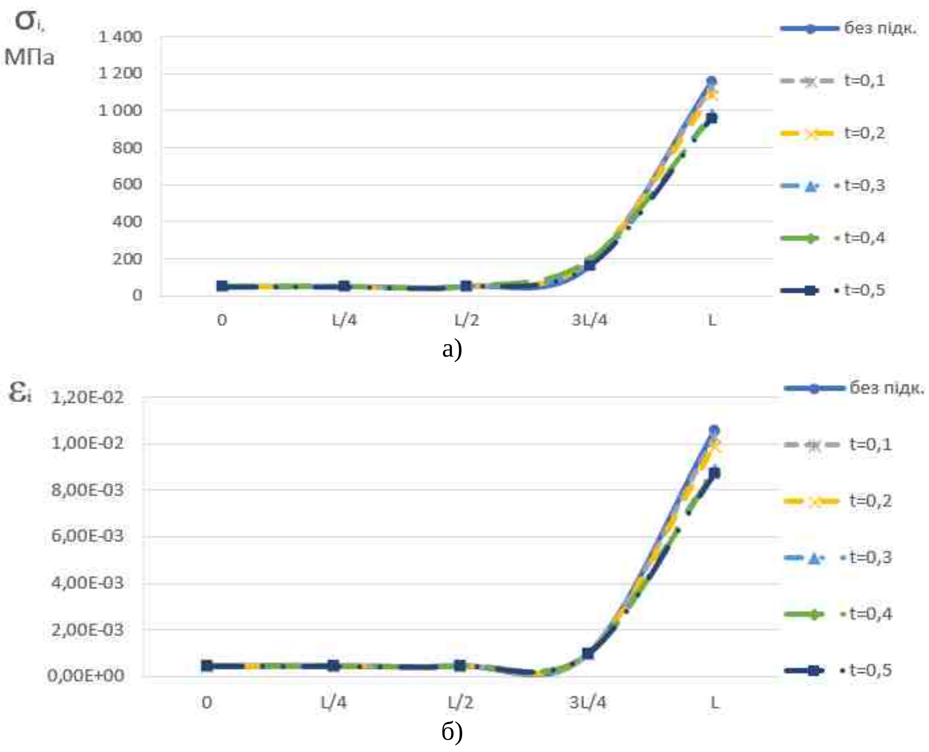


Рис. 4 – Розподіл інтенсивностей напружень σ_i (а) і деформацій ε_i (б) уздовж ¼ меридіана сферичної оболонки з еліптичним отвором *a*/*b*=2 в залежності від ширини жорсткого кільцевого включення, розташованого на відстані *h*=0,3*b* від отвору

Якщо включення віддалити на $h = 0{,}5b$ від контуру отвору, то також відбувається зниження інтенсивностей напружень і деформацій у порівнянні з непідкріпленим отвором. Так, у разі ширини включення $t = 0{,}5b$ спостерігається зниження інтенсивностей напружень і деформацій на ~12 %, що менше від попереднього випадку майже на ~5 % та менше від випадку, коли включення розташоване на відстані $h = 0{,}1b$, майже на ~16 %. Результати відповідних числових розрахунків наведено у табл. 4. Розподіл інтенсивностей напружень і деформацій проілюстровано на рис. 5.

Слід зазначити, що результати проведених обчислювальних експериментів з підкріплення безпосередньо отвору по контуру жорстким кільцевим еліптичним включенням шириною $t = 0{,}5b$, показують, що наявність включення безпосередньо по контуру отвору призводить до зростання інтенсивності напружень на ~14 %, і, у свою чергу, до зниження інтенсивності деформацій на ~37 %.

Таблиця 4 – Коефіцієнт концентрації напружень та зміна інтенсивностей напружень і деформацій навколо отвору a/b = 2 при h=0,5b та k>1

t	0,1b	0,2b	0,3b	0,4b	0,5b
ККН	21,3	20,9	20,7	20,6	20,3
$\Delta\sigma_i^{max}$, %	-8,0	-9,3	-10,4	-10,7	-12,2
$\Delta\varepsilon_i^{max}$, %	-8,0	-9,3	-10,4	-10,7	-12,2

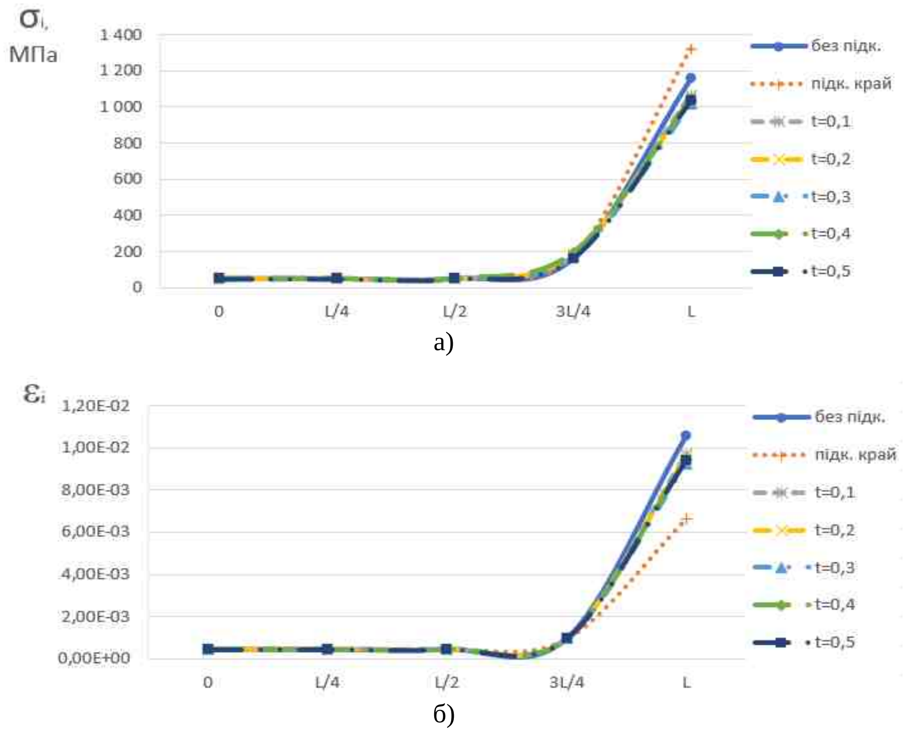


Рис. 5 – Розподіл інтенсивностей напружень σ_i (а) і деформацій ε_i (б) уздовж ¼ меридіана сферичної оболонки з еліптичним отвором *a/b*=2 в залежності від ширини жорсткого кільцевого включення, розташованого на відстані *h*=0,5*b* від отвору

Далі проведено дослідження зміни параметрів НДС оболонки в залежності від механічних і геометричних характеристик включення та місця його розташування при більшій видовженості отвору a/b. Найкращим із розглянутих варіантів підкріплень виявилось підкріплення отвору на відстані $h = 0{,}1b$ жорстким кільцевим включенням шириною $t = 0{,}5b$, що дозволило знизити інтенсивності напружень і деформацій майже на ~27 %. Результати досліджень для $h = 0{,}1b$ наведено у табл. 5. Відповідний розподіл інтенсивностей напружень і деформацій проілюстровано на рис. 6.

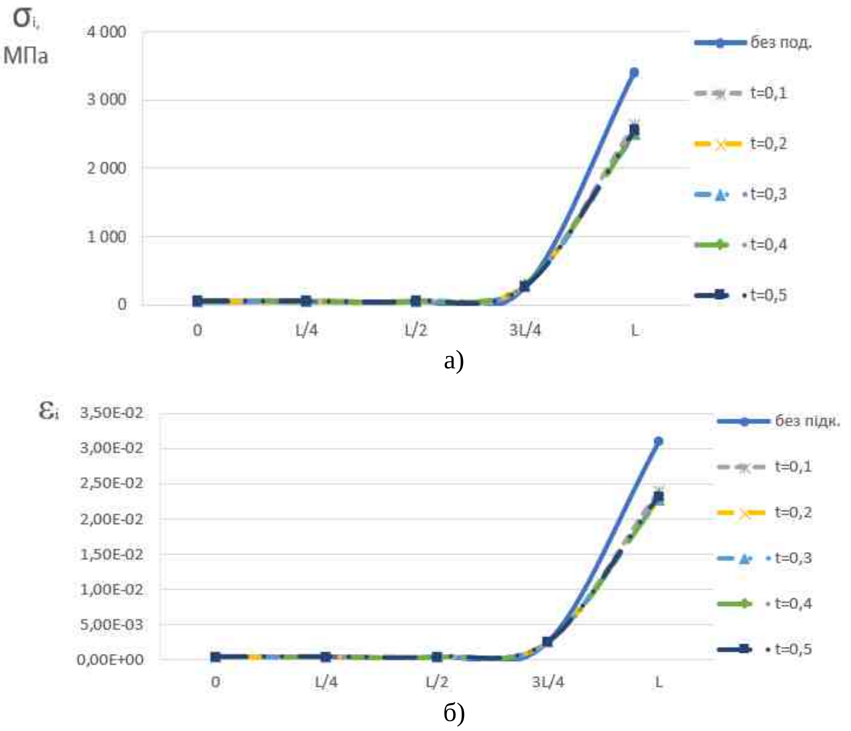


Рис. 6 – Розподіл інтенсивностей напружень σ_i (а) і деформацій ε_i (б) уздовж ¼ меридіана сферичної оболонки з еліптичним отвором *a*/*b*=3 в залежності від ширини жорсткого кільцевого включення, розташованого на відстані *h*=0,1*b* від отвору

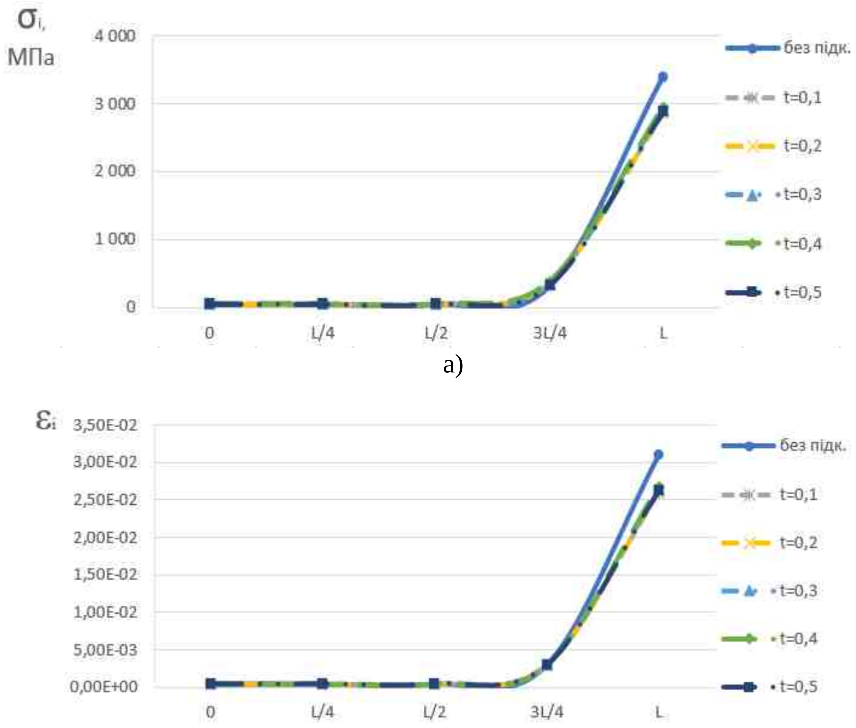
Таблиця 5. – Коефіцієнт концентрації напружень та зміна інтенсивностей напружень і деформацій навколо отвору a/b = 3 при h=0,1b та k>1

t	0,1b	0,2b	0,3b	0,4b	0,5b
ККН	52,5	51,0	50,0	49,9	49,8
$\Delta\sigma_i^{max}$, %	-22,5	-24,8	-26,2	-26,3	-26,5
$\Delta\varepsilon_i^{max}$, %	-22,5	-24,8	-26,2	-26,3	-26,5

При застосуванні кільцевого включення, оточуючого отвір на відстані $h = 0,3b$ від його контуру, спостерігається схожа із випадком $h = 0,1b$ картина. Інтенсивності напружень і деформацій навколо отвору також зменшуються у порівнянні із випадком непідкріпленого отвору. Так, за використання включення шириною $t = 0,5b$ інтенсивності напружень і деформацій зазнають зниження на ~16 %, що майже на ~11 % менше ніж у випадку $h = 0,1b$. Відповідні результати числових розрахунків наведено у табл. 6, рис. 7.

Таблиця 6. – Коефіцієнт концентрації напружень та зміна інтенсивностей напружень і деформацій навколо отвору a/b = 3 при h=0,3b та k>1

t	0,1b	0,2b	0,3b	0,4b	0,5b
ККН	58,8	58,0	57,5	57,2	57,1
$\Delta\sigma_i^{max}$, %	-13,3	-14,4	-15,2	-15,6	-15,8
$\Delta\varepsilon_i^{max}$, %	-13,3	-14,4	-15,2	-15,6	-15,8



а)

б)

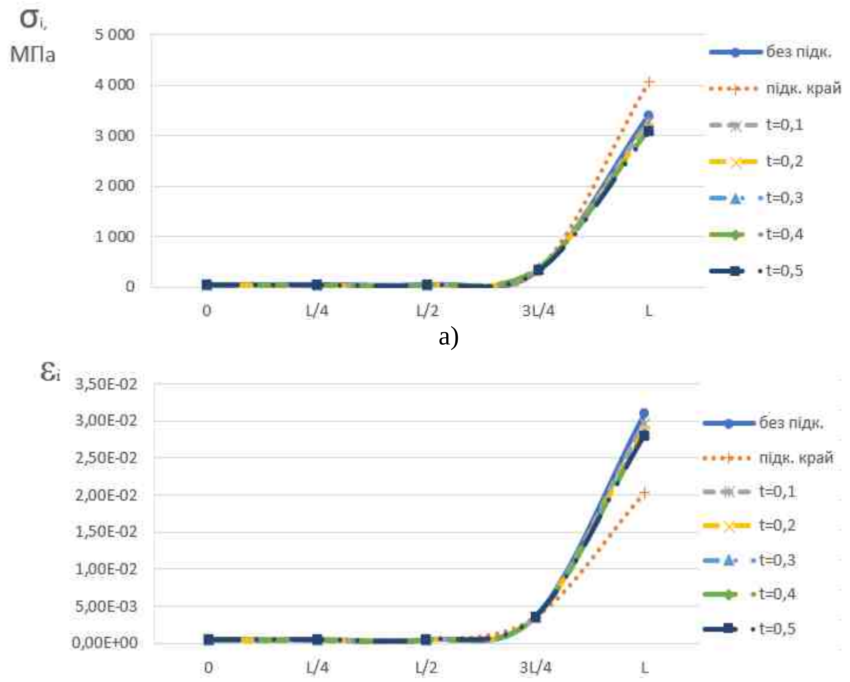
Рис. 7 – Розподіл інтенсивностей напружень σ_i (а) і деформацій ε_i (б) уздовж ¼ меридіана сферичної оболонки з еліптичним отвором $a/b=3$ в залежності від ширини жорсткого кільцевого включення, розташованого на відстані $h=0,3b$ від отвору

Якщо кільцеве включення розташовано на відстані $h=0,5b$ від отвору, то також спостерігається зниження інтенсивностей напружень і деформацій у порівняні з непідкріпленим отвором. Проведення комп’ютерного моделювання і низки обчислювальних експериментів з підкріпленням безпосередньо отвору включенням шириною $t=0,5b$ показує, що наявність жорсткого кільцевого включення по краях отвору призводить до зростання інтенсивності напружень на ~20 %, і, у свою чергу, до зниження інтенсивності деформацій на ~35 %. У той же час, коли таке саме включення розташувати віддалено від отвору, то інтенсивність деформацій навколо отвору також, як і інтенсивність напружень, знижується у порівняні з непідкріпленим отвором. При використанні жорсткого кільцевого включення шириною $t=0,5b$ відбувається зниження інтенсивностей напружень і деформацій на ~10 %, що менше ніж для попереднього випадку на ~5 % і на ~17 % для випадку $h=0,1b$. Відповідні результати числових розрахунків наведено у табл. 7, рис. 8.

Таблиця 7

Коефіцієнт концентрації напружень та зміна інтенсивностей напружень і деформацій навколо отвору a/b = 3 при h=0,5b та k>1

t	0,1b	0,2b	0,3b	0,4b	0,5b
ККН	65,4	62,9	62,2	62,1	61,4
$\Delta\sigma_i^{max}$, %	-3,7	-7,2	-8,2	-8,3	-9,4
$\Delta\varepsilon_i^{max}$, %	-3,7	-7,2	-8,2	-8,3	-9,4



а)

б)

Рис. 8 – Розподіл інтенсивностей напружень σ_i (а) і деформацій ε_i (б) уздовж ¼ меридіана сферичної оболонки з еліптичним отвором $a/b=3$ в залежності від ширини жорсткого кільцевого включення, розташованого на відстані $h=0,5b$ від отвору

Таким чином, отримаємо, що за використання більш широкого із розглянутих варіантів включень ($t=0,5b$) при найменшій відстані від отвору ($h=0,1b$) інтенсивності напружень і деформацій в околі отвору знижуються найбільше (майже на ~27 %) у порівнянні із випадком непідкріпленого отвору.

Висновки. На основі скінченноелементного аналізу НДС тонкостінної сферичної оболонки, послабленої видовженим еліптичним отвором, що підкріплюється кільцевим еліптичним включенням, розташованим на деякій відстані від нього, проведено моделювання впливу включення на концентрацію напружень навколо отвору, отримано розподіл інтенсивностей напружень і деформацій в зонах локальної концентрації параметрів НДС оболонки.

Встановлено, що за використання жорсткого кільцевого включення на певній відстані від отвору оболонки можна зменшити ККН майже на 27 %. При цьому також спостерігається пропорційне зменшення інтенсивності деформацій в околі отвору.

Ступінь видовженості еліптичного отвору суттєво впливає на концентрацію параметрів НДС.

У разі підкріплення отвору безпосередньо на його краю інтенсивність напружень навколо нього зростає, у той час як інтенсивність деформацій знижується. Отже, використання віддалено розташованого від отвору оточуючого його жорсткого кільцевого включення дозволяє знизити інтенсивності як напружень, так і деформацій навколо отвору. У разі безпосереднього підкріплення отвору зниження максимальної інтенсивності деформацій дещо більше у порівнянні із випадком віддаленого розташування оточуючого отвір жорсткого кільцевого включення.

Використання певним чином підібраних і розташованих підкріплень видовжених еліптичних отворів в сферичних оболонках дозволяє впливати на розподіл і величину інтенсивностей напружень і деформацій в зонах локальної концентрації параметрів НДС оболонки.

Представляє подальший інтерес оптимізація параметрів підкріплень з точки зору зменшення концентрації параметрів НДС.

1. *Погорелов В. И.* Строительная механика тонкостенных конструкций. СПб., 2007. 528 с.
2. *Абовский Н. П., Андреев Н. П., Деруга А. П.* Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек. М., 1978. 228 с.
3. *Авдонин А. С., Фигуровский В. Ф.* Расчет на прочность летательных аппаратов. М., 1985. 39 с.
4. *Арзамасов Б. Н., Соловьева Т. В., Герасимов С. А.* Справочник по конструкционным материалам. М., 2005. 60 с.
5. *Гарт Е. Л., Василевський К. О.* Комп'ютерне моделювання поведінки пологої оболонки з круговими отворами при розтягу. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. Д., 2014. Вип. 22. С. 57–66.
6. *Петерсон Р.* Коэффициенты концентрации напряжений. М., 1977. 227 с.
7. *Hart E. L., Terokhin B. I.* Computer simulation of the stress-strain state of the plate with circular hole and functionally graded inclusion. Journal of Optimization, Differential Equations and their Applications. 2021. V. 29, Iss.1. P. 42–53. https://doi.org/10.15421/142103
8. *Гарт Э. Л., Панченко С. В.* Численный анализ напряжённо-деформированного состояния пластины с прямоугольным отверстием, подкреплённым треугольными накладками. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. Д., 2015. Вип. 2. С. 35–47.
9. *Гудрамович В. С., Гарт Е. Л., Марченко О. А.* Вплив форми підкріплень на напружено-деформований стан циліндричної оболонки з видовженими прямокутними отворами. Проблеми обчислювальної механіки і міцностіконструкцій: зб. наук. праць. Дніпро, 2017. Вип. 27. С. 52–64.
10. *Гудрамович В.С., Гарт Е. Л., Панченко С. В.* Напружено-деформований стан пластин з підкріпленими прямокутними отворами різної орієнтації відносно напрямку дії зусилля розтягу. Техническая механика. 2018. № 4. С. 82–89. https://doi.org/10.15407/itm2018.04.082
11. *Gudramovich V. S., Gart É. L., Strunin K. A.* Modeling of the behavior of plane-deformable elastic media with elongated elliptic and rectangular inclusions. Materials Science. 2017. V. 52, Iss. 6. P. 768–774. https://doi.org/10.1007/s11003-017-0020-z
12. *Hudramovich V. S., Hart E. L., Marchenko O. A.* Reinforcing inclusion effect on the stress concentration within the spherical shell having an elliptical opening under uniform internal pressure. Strength Mater. 2021. V. 52, No. 6. P. 832–842. https://doi.org/10.1007/s11223-021-00237-7
13. *Тимошенко С. П., Лессельс Дж.* Прикладная теория упругости. Л., 1931. 394 с.
14. *Савин Г. Н.* Распределение напряжений около отверстий. К., 1968. 888 с.
15. *Гузь А. Н., Чернышенко И. С., Чехов Вал. Н. и др.* Методы расчета оболочек. В 5 т. Т. 1. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. К., 1980. 636 с.
16. *Mulyar V. P.* On the stress distribution in a spherical shell with an off-center curvilinear hole. International Applied Mechanics. 2006. V. 42, Iss. 1. P. 98–102. https://doi.org/10.1007/s10778-006-0063-6
17. *Stepanyan M. N.* The point moment at an arbitrary point of an elastic plane weakened by an elliptical hole. J. Appl. Math. Mech. 1999. V. 63, Iss. 2. P. 333–335. https://doi.org/10.1016/S0021-8928(99)00044-1
18. *Довбня Е. Н., Крупко Н. А.* Влияние кругового отверстия на напряженное состояние оболочки произвольной гауссовой кривизны. Вісник Донец. ун-ту. 2014. Вип. 1. С. 108–125. https://doi.org/10.15593/2224-9893/2014.1.05
19. *Довбня К. М., Григорчук Ю. В.* Напружений стан оболонки двоякої кривини з тріщиною при згинальному навантаженні. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. Дніпро, 2012. Вип. 19. С. 112–116.
20. *Guz A. N., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S.,* Inelastic deformation of flexible spherical shells with two circular openings. Int. Appl. Mech. 2004. V. 40, Iss. 6., P. 672–678. https://doi.org/10.1023/B:INAM.0000041395.63200.aa
21. *Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S.* Physically and geometrically nonlinear deformation of spherical shells with an elliptic hole. Int. Appl. Mech. 2005. V. 41. Iss. 6. P. 666–674. https://doi.org/10.1007/s10778-005-0134-0
22. *Марченко О. А., Гарт Е. Л., Гудрамович, В. С.* Концентрація напружень навколо еліптичного отвору у сферичній оболонці за наявності кільцевого включення. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. Дніпро, 2021. Вип. 33. С. 98–113.
23. *Hudramovich V. S., Hart E. L., Marchenko O. A.* Reinforcing inclusion effect on the stress concentration within the spherical shell having an elliptical opening under uniform internal pressure. Strength Mater. 2021. V. 52, No. 6. P. 832–842. https://doi.org/10.1007/s11223-021-00237-7
24. *Евзеров И. Д., Здоренко В. С.* Сходимость плоских конечных элементов тонкой оболочки. Строит. механика и расчет сооружений. 1984. №1. С. 35–40.

Отримано 29.06.2022,
в остаточному варіанті 05.09.2022