УДК 539.376 https://doi.org/10.15407/itm2021.04.036

В. П. ПОШИВАЛОВ

ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСУ РУЙНУВАННЯ ПРИ ПОВЗУЧОСТІ НА ОСНОВІ ПІДХОДУ ТЕОРІЇ НАДІЙНОСТІ

Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: vposhivalov@gmail.com

У роботі запропонована ймовірнісна модель руйнування конструкційних матеріалів при повзучості, що базується на позиціях теорії надійності. Припускається, що при руйнуванні зразка під дією постійного навантаження між величиною деформації повзучості, накопиченої за час, і ймовірністю неруйнування зразка в даний момент часу існує функціональна залежність. На основі цього допущення і факту, що у більшості випадків функція інтенсивності відмов і типова крива залежності швидкості деформації повзучості від часу змінюються немонотонно і мають *U*-образну форму, отримана відповідна залежність ймовірності неруйнування. Рівняння повзучості і довготривалої міцності приймаються у вигляді степеневих залежностей з урахуванням поперечного звуження зразка в процесі деформування. Для степеневого закону повзучості без зміцнення отримані співвідношення, які визначають середній час до руйнування і середньоквадратичне відхилення довготривалої міцності розтягнутого постійною силою стрижня в умовах повзучості. Визначено коефіцієнт варіації довготривалої міцності, який має дві кінцеві границі. Показано, що зі зменшенням напруження у крихкій зоні руйнування спостерігається збільшення розкиду експериментальних даних по часу руйнування при однакових рівнях напруження, а у в'язкій зоні руйнування він відсутній. Проведено порівняння теоретичних розрахунків з результатами випробувань на довготривалу міцність зразків з корозійностійкої сталі 12Х18Н10Т при температурі 850°С. Константи матеріалу визначалися після обробки відповідних експериментів на повзучість і довготривалу міцність. Отриманий теоретично визначений час руйнування зразків при повзучості при лінійній залежності функції інтенсивності відмов від швидкості деформації повзучості менший, ніж при квадратичній, а відповідні середньоквадратичні відхилення більші. В обох випадках розрахунку теоретичні результати задовільно відповідають експериментальним даним як по часу руйнування, так по його середньоквадратичному відхиленню.

Ключові слова: повзучість, довготривала міцність, пошкоджуваність, імовірність неруйнування, час руйнування, середнє квадратичне відхилення часу до руйнування.

This paper proposes a probabilistic model of structural material creep failure, which is based on the reliability theory. It is assumed that for specimen failure under the action of a constant load, there exists a functional relationship between the creep strain accumulated to a given time and the nonfailure probability at that time. This assumption and the fact that in most cases the failure rate function and a typical creep strain rate vs. time curve are nonmonotonic and U-shaped made it possible to obtain the nonfailure probability. The creep and the long-term strength equations are adopted in power law form with account for specimen necking in the deformation process, For the power law of creep without strengthening, relationships are obtained for determining the average time to failure and the rms deviation of the long-term strength of a rod tensioned with a constant force in creep. The long-term strength variation coefficient is determined; the coefficient has two finite limits. It is shown that with decreasing strength the brittle zone demonstrates an increase in measured failure time spread at equal stress levels, while in the tough zone this is absent. Theoretical calculations are compared with long-term strength test results for 12Cr18Ni10Ti corrosion-resistant steel at 850°C. The material constants were determined from the results of creep and long-term strength test data processing. The theoretical creep failure time for the linear dependence of the failure rate function on the creep strain rate is less than for the quadratic one, while the rms deviations are greater. In both cases, the theoretical results are in satisfactory agreement with the experimental data both for the failure time and for its rms deviation.

Keywords: *creep, long-term strength, damageability, nonfailure probability, failure time, time-to-failure rms deviation.*

Визначення достовірних характеристик довговічності конструкційних матеріалів є одним з найважливіших завдань авіаційної, космічної, енергетичної та інших галузей промисловості. При цьому необхідно враховувати, що для зразків, виготовлених з однієї виливки металу, при випробуваннях на повзучість і тривалу міцність має місце великий розкид по часу до руйнування навіть в ідеальних лабораторних умовах [1 – 3]. Тому виникла необхідність розробки стохастичних моделей повзучості і тривалої міцності, які з одного боку обґрунтовують імовірнісний характер руйнування, а з іншого дозволяють з достатньою точністю визначати час до руйнування і його можливий розкид, в тому числі використовуючи підходи з теорії надійності [4, 5].

Ця проблема особливо актуальна для визначення показників міцності для виробів тривалого функціонування, що працюють при постійних навантаженнях і високих температурах, коли проявляється ефект повзучості.

В теперішній час для обґрунтованого призначення терміну експлуатації конструкцій, що працюють в екстремальних умовах, особливу важливість представляє питання розробки методів прогнозування тривалої міцності різних класів конструкційних матеріалів, що працюють в широкому діапазоні напружень і температур. При цьому визначальні співвідношення, що застосовуються, повинні бути, з одного боку, фізично обґрунтованими, а з іншого – досить простими та зручними для їх використання в інженерних розрахунках.

Найбільш природний шлях опису розкиду часу до руйнування конструкційних матеріалів в умовах повзучості полягає в побудові фізично адекватної ймовірнісної моделі руйнування і використанні методів статистичної фізики. Цей шлях, у застосуванні до розглянутої проблеми, пов’язаний з великими труднощами через складність і різномасштабну неоднорідність структурних елементів твердих тіл [2]. Можливості отримання таким чином кількісних характеристик довговічності сучасних технічних матеріалів достатньо обмежені.

З прикладної точки зору більш ефективним є застосування статистичних методів, що спираються на прямі експериментальні дані по розкиду часу до руйнування, і побудову найпростіших імовірнісних моделей руйнування при повзучості.

У роботі розглядається ймовірнісна модель руйнування конструкційних матеріалів при повзучості, що базується на позиціях теорії надійності. Припускається, що при руйнуванні зразка під дією постійного навантаження між величиною деформації повзучості ε, накопиченої за час t, і ймовірністю неруйнування P зразка в даний момент часу існує функціональна залежність

$$\varepsilon = \varphi(P).$$

В теорії надійності широко використовується показник, що називається інтенсивністю відмов, який пов’язано з ймовірністю безвідмовної роботи (ймовірністю неруйнування) $P(t)$ наступною залежністю

$$P(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(t)dt\right]. \qquad (1)$$

У більшості випадків функція інтенсивності відмов $\lambda(t)$ змінюється з плином часу немонотонно і має *U*-образну форму [6]. Типова крива залежності швидкості деформації повзучості від часу має аналогічний характер.

Вважаємо, що функцію $\lambda(t)$ можна представити у вигляді

$$\lambda(t) = f(\varepsilon(t)) \cdot \dot{\varepsilon}(t),$$

де $f(\varepsilon(t))$ клас позитивних функцій, для яких виконується умова немонотонності функції $\lambda(t)$.

В роботі [7] функція $\lambda(t)$ з точністю до постійної бралась у вигляді

$$\lambda(t) = C \cdot \dot{\varepsilon}(t).$$

В якості функції $f(\varepsilon(t))$ візьмемо ступеневу функцію

$$f(£(t)) = C£^{¢}, (\delta \geq 0). \tag{2}$$

Підставляючи вираз (2) в (1), враховуючи що $\varepsilon(0) = 0$, маємо

$$P(t) = \exp\left[-\frac{C}{\delta + 1} \cdot \varepsilon^{\delta+1}(t)\right].$$

Постійна C визначається з умови $P = P_*$ при $\varepsilon = \varepsilon_*$ (де P_* – ймовірність неруйнування зразка при досягненні деформацією повзучості величини ε_*, де ε_* – середнє значення величини деформації повзучості у момент руйнування). Після нескладних перетворень отримано наступне співвідношення

$$P(t) = \exp\left[-m\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_*}\right)^{\delta+1}\right], \tag{3}$$

де $m = -(\delta + 1)\ln P_* \geq 0$ – параметр, який визначається за результатами випробувань матеріалу на повзучість до руйнування.

Середній час до руйнування $< t_* >$ і середньоквадратичне відхилення довготривалої міцності $< \sigma_t >$ розтягнутого постійною силою стрижня в умовах повзучості визначимо, використовуючи перший і другий моменти розподілу

$$< t_* > = \int_0^{\infty} P(t)dt, \tag{4}$$

$$< \sigma_t > = \left\{\mu_2 - \left(\int_0^{\infty} P(t)dt\right)^2\right\}^{1/2}. \tag{5}$$

Тут другий момент розподілу визначається як

$$\mu_2 = 2\int_0^{\infty} t \cdot P(t)dt.$$

Рівняння повзучості і довготривалої міцності приймаються у вигляді степеневих залежностей з урахуванням поперечного звуження зразка в процесі деформування [1]

$$\dot{\varepsilon} \cdot \varepsilon^{\alpha} = A \cdot \sigma_0^n \cdot \exp(n\varepsilon), \tag{6}$$

$$\dot{\omega} \cdot = B \cdot \left(\frac{\sigma_0}{1 - \omega}\right)^k \cdot \exp(k\varepsilon), \tag{7}$$

де A, B, k, n, α – постійні матеріалу при фіксованій температурі; σ_0 – номінальне напруження, віднесене до первісної площі поперечного перерізу зразка, ω – міра пошкоджуваності $(0 \leq \omega \leq 1)$.

Слід зазначити, що параметри A, B, k, n, α – в загальному випадку є випадковими величинами, необхідні відомості про які може дати тільки статистична обробка великого числа результатів випробувань зразків в умовах повзучості. Надалі під A, B, k, n, α приймаються середні значення відповідних величин.

Середнє значення величини деформації повзучості у момент руйнування знайдемо, інтегруючи (7) з урахуванням (6)

$$\frac{A\sigma_0^{n-k}}{B(k+1)} = \int_0^{\varepsilon_*} \varepsilon^{\alpha} \exp[-(n-k)\varepsilon]\,d\varepsilon\,. \qquad (8)$$

Якщо не враховувати зміцнення матеріалу в процесі повзучості, (8) інтегрується у квадратурах

$$\varepsilon_* = -\frac{1}{n-k}\ln\left[1-\frac{n-k}{n}\cdot\frac{t_2}{t_1}\right], \qquad (9)$$

де $t_1 = \dfrac{1}{An\sigma_0^n}$; $\cdot t_2 = \dfrac{1}{B(k+1)\sigma_0^k}$ – відповідно час в'язкого та крихкого руйнування при напружені σ_0.

Підставляючи (3) в (4) і (5) і враховуючи (6), отримаємо

$$< t_* > = \frac{1}{A\sigma_0^n}\int_0^{\varepsilon_*} \varepsilon^{\alpha} \exp\left[-\varepsilon n + m\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_*}\right)^{\delta+1}\right] d\varepsilon\,. \qquad (10)$$

$$< \sigma_t > = \frac{1}{A\sigma_0^n}\left\{2\int_0^{\varepsilon_*}\left[\int_0^{\varepsilon} \varepsilon^{\alpha}\exp(-n\varepsilon)d\varepsilon\right]\varepsilon^{\alpha}\exp\left[-\varepsilon n + m\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_*}\right)^{\delta+1}\right]d\varepsilon - \right.$$

$$\left. - \left[\int_0^{\varepsilon_*}\varepsilon^{\alpha}\exp\left[-\varepsilon n + m\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_*}\right)^{\delta+1}\right]d\varepsilon\right]^2\right\}^{1/2}. \qquad (11)$$

Для степеневого закону повзучості без зміцнення $(\alpha = 0)$ для $\delta = 1$, враховуючи (9) з (10) і (11), маємо

$$\frac{< t_* >}{t_1} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{m}}\ln x \cdot x^{\frac{1}{4m}\ln x}\left[\Phi\left(\sqrt{m}+\frac{1}{2\sqrt{m}}\ln x\right) - \Phi\left(\frac{1}{2\sqrt{m}}\ln x\right)\right]. \qquad (12)$$

$$\frac{< \sigma_t >}{t_1} = \left\{\sqrt{\frac{\pi}{m}}\ln x\left[x^{\frac{1}{4m}\ln x}\left[\Phi\left(\sqrt{m}+\frac{1}{2\sqrt{m}}\ln x\right) - \Phi\left(\frac{1}{2\sqrt{m}}\ln x\right)\right]\right] - \right.$$

$$- x^{\frac{1}{m}\ln x}\left[\Phi\left(\sqrt{m}+\frac{1}{\sqrt{m}}\ln x\right) - \Phi\left(\frac{1}{\sqrt{m}}\ln x\right)\right] - \qquad (13)$$

$$-\frac{1}{4}\frac{\pi}{m}\ln^2 x\cdot x^{\frac{1}{2m}\ln x}\left[\Phi\left(\sqrt{m}+\frac{1}{2\sqrt{m}}\ln x\right)-\Phi\left(\frac{1}{2\sqrt{m}}\ln x\right)\right]^2\Bigg\}^{1/2}.$$

де $x=\left[1-\frac{n-k}{n}\cdot\frac{t_2}{t_1}\right]^{-\frac{n}{n-k}}$; $\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt$ – інтеграл Лапласа.

Співвідношення (12) і (13) мають місце, коли $x>0$. Тобто повинна виконуватися нерівність

$$\sigma_0<\left(\frac{B}{A}\frac{k+1}{n-k}\right)^{1/(n-k)}=\sigma_0^*. \qquad (14)$$

Нерівність (14) відповідає умові крихкого руйнування [2] .

Крива (12) в координатах $\lg t_*-\lg\sigma_0$ має похилу асимптоту, рівняння якої запишеться у вигляді

$$t_3=\frac{1}{2}t_2\sqrt{\frac{\pi}{m}}\Phi\left(\sqrt{m}\right). \qquad (15)$$

У цьому випадку коефіцієнт варіації довготривалої міцності $\nu=\frac{<\sigma_t>}{<t_*>}$ має дві кінцеві границі

$$\lim_{\sigma_0\to 0}\nu=\frac{\left(1-e^{-m}-\pi/4\Phi^2\left(\sqrt{m}\right)\right)^{1/2}}{\pi/2\Phi\left(\sqrt{m}\right)},\quad \lim_{\sigma\to\sigma_0^*}\nu=0.$$

Тобто зі зменшенням напруження у крихкій зоні руйнування спостерігається збільшення розкиду експериментальних даних по часу руйнування при однакових рівнях напруження, а у в'язкій зоні руйнування розкид відсутній.

Було проведено порівняння теоретичних розрахунків з результатами випробувань на довготривалу міцність зразків з корозійностійкої сталі 12Х18Н10Т при температурі 850°С [8]. Константи матеріалу визначалися після обробки відповідних експериментів на повзучість і довготривалу міцність:

$A=0{,}63\cdot 10^{-8}$ МПа$^{-3,2}$·год$^{-1}$; $n=3{,}2$; $\alpha=0$; $B=0{,}58\cdot 10^{-7}$ МПа$^{-3}$ год$^{-1}$;
$k=3; m=0{,}4$.

У таблиці 1 наведені експериментальні (третій і четвертий стовпці) і розрахункові (п'ятий – восьмий стовпці) значення часу до руйнування зразків і відповідні середньоквадратичні відхилення. Результати приведені у п'ятому і шостому стовпцях відповідають значенню параметра $\delta=0$ [9], а в сьомому і восьмому – значенню параметра $\delta=1$, що визначено за допомогою співвідношень (12), (13). В таблиці також приведено кількість зразків N, які випробувалися при різних рівнях напруження σ_0. Інтеграли Лапласа у виразах (12), (13) обчислюються за допомогою стандартної програми Excel.

Як можна бачити з таблиці, теоретично визначений час руйнування зразків при повзучості при $\delta=0$ менший, ніж при $\delta=1$, в той же час середньоквадратичні відхилення більші. В обох випадках розрахунку теоретичні результати задовільно відповідають експериментальним даним як по часу руйнування, так по його середньоквадратичному відхиленню.

Таблиця 1

N	σ_0, МПа	t_*, год	σ_t, МПа	$< t_* >$, год $(\delta = 0)$	$< \sigma_t >$, МПа $(\delta = 0)$	$< t_* >$, год $(\delta = 1)$	$< \sigma_t >$, МПа $(\delta = 1)$
10	40	51,3	14,5	51,3	18,2	54,9	13,1
11	50	21,8	5,1	26,2	9,3	28,0	6,7
6	60	16,4	5,0	15,1	5,4	16,1	3,8
2	80	6,0	0	6,3	2,2	6,8	1,6

1. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М. Наука, 1966. 752 с.
2. *Качанов Л. М.* Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 311 с.
3. *Локощенко А. М.* Ползучесть и длительная прочность металлов. М. Физматлит, 2016. 504 с. https://doi.org/10.1201/b22242
4. *Переверзев Е.*С. О термодинамическом подходе к оценке долговечности материалов. Физико-химическая механика материалов. 1979. Т. 15. № 7. С.83–85.
5. *Радченко В. П., Шершнева М. В., Кубышкина С. Н.* Оценка надёжности элементов конструкций в условиях ползучести на основании стохастических обобщённых моделей. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2012. 3(28). С. 53–71.
6. *Болотин В. В.* Ресурс машин и конструкций. М:. Машиностроение, 1990. 448 с.
7. *Пошивалов В. П.* Об одном подходе к определению времени до разрушения в условиях ползучести. Проблемы машиностроения и надежности машин. 1993. №3. С. 56–60.
8. Закономерности ползучести и длительной прочности: справочник / ред. С. А. Шестериков. М.: Машиностроение, 1983. 101 с.
9. *Пошивалов В. П.* Определение времени до разрушения в условиях ползучести. Изв. ВУЗов. Машиностроение.1989. №11. С.19–23.

Отримано 18/10/2021,
в остаточному варіанті 23/11/2021