УДК 519.853:533.697

С. В. МЕЛАШИЧ

ОБОСНОВАНИЕ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ФОРМЫ КОМПРЕССОРНЫХ ВЕНЦОВ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

В настоящей работе для выбранного режима течения построены поверхности отклика основных аэродинамических характеристик компрессорных решеток – угла поворота потока и коэффициента потерь полного давления. При этом параметрическое описание формы профилей решеток выполнено с использованием оригинального способа, основанного на применении кривых Безье и системы гладких выпуклых функций Хикса–Хенне. Расчет целевой функции выполняется путем моделирования течения на основе численного интегрирования системы осредненных уравнений Навье–Стокса, замкнутых с помощью однопараметрической модели турбулентности Спаларта–Аллмараса. В результате показана сложность формы поверхности отклика основных аэродинамических характеристик компрессорных решеток, что затрудняет возможность поиска их экстремумов с помощью детерминированных методов нелинейного программирования. Выполнена аэродинамическая оптимизация решетки профилей с использованием детерминированного подхода – метода сопряженных градиентов и стохастического подхода – генетического алгоритма. Показано, что градиентный метод при различных начальных условиях сходится к различным экстремумам целевой функции, что существенно снижает преимущества его применения к решению задач аэродинамической оптимизации. При этом эффективность генетического алгоритма (в смысле количества расчетов целевой функции) оказывается выше эффективности градиентного метода с мультизапуском. Таким образом, на конкретном примере в работе обоснована целесообразность применения стохастических методов к решению задач аэродинамической оптимизации компрессорных решеток.

У даній роботі для обраного режиму течії побудовано поверхні відгуку основних аеродинамічних характеристик компресорних решіток – кута повороту потоку та коефіцієнта втрат повного тиску. При цьому параметричний опис форми профілів решіток виконано з використанням оригінального способу, що грунтується на застосуванні кривих Без'є і системи гладких опуклих функцій Хікса–Хенне. Розрахунок цільової функції виконується шляхом моделювання течії на основі чисельного інтегрування системи осереднених рівнянь Нав'є–Стокса, замкнутих за допомогою однопараметричної моделі турбулентності Спаларта–Аллмараса. В результаті показано складність форми поверхні відгуку основних аеродинамічних характеристик компресорних решіток, що утруднює можливість пошуку їх екстремумів за допомогою детермінованих методів нелінійного програмування. Виконано аеродинамічну оптимізацію решітки профілів з використанням детермінованого підходу – методу сполучених градієнтів та стохастичного підходу – генетичного алгоритму. Показано, що градієнтний метод при різних початкових умовах сходиться до різних екстремумів цільової функції, що суттєво знижує його переваги при застосуванні до розв'язання задач аеродинамічної оптимізації. При цьому ефективність генетичного алгоритму (в сенсі кількості розрахунків цільової функції) виявляється вище ефективності градієнтного методу з мультізапуском. Таким чином, на конкретному прикладі в роботі обґрунтовано доцільність застосування стохастичних методів до розв'язання задач аеродинамічної оптимізації компресорних решіток.

The paper presents the response surfaces of the basic aerodynamic characteristics of compressor cascades (the turning flow angle and the total pressure loss coefficient) under selected flow conditions. The parametric description of the cascade profile shape is implemented using the original method based on Bezier curves and smooth convex Hicks-Henne functions. The calculation of the objective function is performed by simulating the flow on the basis of the numerical integration of the averaged Navier – Stokes equations closed by the one-parameter Spalart – Allmaras turbulence model. The complexity of the response surfaces of the basic compressor cascades aerodynamic characteristics is demonstrated resulting in difficult searching their extremes using deterministic methods of nonlinear programming. The aerodynamic optimization of compressor cascades is carried out using a deterministic approach, namely, the adjoint gradient method and a stochastic approach, namely, the genetic algorithm. It is shown that the gradient method under different initial conditions converges to the different objective function extremes resulting in an essential decrease in the advantages of its application to the solution of aerodynamic optimization problems. The effectiveness of the genetic algorithm in the sense of the number of the objective function calculations is higher than that of the gradient method with a multi-start option. Thus, the utility of stochastic methods to the solution of problems of aerodynamic optimization of compressor cascades is illustrated by a specific example.

Ключевые слова: *компрессорная решетка, оптимизация формы, аэродинамические характеристики, геометрические параметры решетки, поверхность отклика, генетический алгоритм.*

Введение. Газотурбинные двигатели (ГТД) широко используются в различных отраслях современной промышленности, таких как морская, энергетическая, авиационная и другие. На сегодняшний день в условиях жесткой рыночной конкуренции для стран – разработчиков авиационных двигателей необычайно остро стоит проблема повышения их качества и энергоэффективности. Решение этой проблемы неразрывно связано с разработкой компрессоров ГТД с высокими энергетическими показателями, что в свою очередь ставит задачу проектирования проточной части компрессорных венцов с высокими аэродинамическими характеристиками.

В свою очередь, необходимость создания компрессоров авиационных газотурбинных двигателей с высокими энергетическими характеристиками делает актуальной разработку эффективных методов аэродинамического проектирования и оптимизации лопаточных венцов компрессоров различного типа. Анализ имеющейся литературы, посвященной данному вопросу, показывает, что на сегодняшний день решение задачи оптимизации выполняется с использованием как детерминированных стратегий поиска экстремума целевой функции (градиентные методы, методы прямого поиска), так и стохастических, в качестве которых выступают, как правило, генетические алгоритмы.

Тем не менее, в литературе, как правило, отсутствует достаточное обоснование выбора алгоритма оптимизации, основанное, к примеру, на оценке формы поверхности отклика целевой функции [1 – 12]. Вышесказанное определяет цель данной работы – построить поверхности отклика основных аэродинамических характеристик решеток в зависимости от их геометрических параметров для оценки сложности формы поверхности, наличия оврагов и многоэкстремальности, и обосновать или опровергнуть целесообразность применения стохастических методов при решении задач аэродинамической оптимизации формы компрессорных венцов газотурбинных двигателей.

Построение поверхностей отклика аэродинамических характеристик. Решетки профилей имеют следующие две основные аэродинамические характеристики, та или иная комбинация которых может использоваться при расчете целевой функции в процессе решения задачи оптимизации: $\Delta\beta$ – угол поворота потока в решетке; ζ – коэффициент потерь полного давления [13].

Одновременно с этим можно выделить три основные геометрические параметра решетки, которые наиболее существенно влияют на эти аэродинамические характеристики: толщина профиля; угол изгиба профиля; угол установки профиля.

Свяжем основные геометрические параметры решетки с формой ее профилей следующим образом. Параметрически опишем профиль с использованием подхода, предложенного в [14]. Представим среднюю линию варьируемого профиля кривой Безье второго порядка

$$\begin{aligned} x(u) &= (1-u)^2 x_0 + 2u(1-u)x_1 + u^2 x_2 \\ y(u) &= (1-u)^2 y_0 + 2u(1-u)y_1 + u^2 y_2 \end{aligned}, \qquad (1)$$

где $x(u), y(u)$ – координаты средней линии; $x_0, x_1, x_2, y_0, y_1, y_2$ – координаты контрольных точек кривой Безье; u – параметр кривой Безье.

Без ограничения общности можно считать, что профиль задан между точками $[x_0 = 0, y_0 = 0]$ и $[x_2 = 1, y_2 = 0]$. Подставляя эти значения в выражение (1) и полагая, что средняя линия изгибается симметрично, множество средних линий различного изгиба можно получить, используя лишь один параметр

$$\begin{aligned} x(u) &= u \\ y(u) &= 2B \cdot u(1-u) \end{aligned}, \tag{2}$$

где B – параметр, определяющий изгиб средней линии профиля.

Толщину варьируемого профиля зададим в виде

$$r(s) = r_{LE}(1-s) + r_{TE}s + A\sin\left[\pi s^{\ln(0,5)/\ln(C)}\right], \tag{3}$$

где $r(s)$ – функция толщины профиля от нормализованной длины дуги его средней линии; r_{LE}, r_{TE} – радиусы кривизны передней и задней кромок профиля соответственно; C – параметр, определяющий положение максимальной толщины; A – величина максимальной толщины профиля.

Предполагая по аналогии с компрессорными профилями [13], что максимальная толщина профиля находится на расстоянии 40% хорды, а радиусы кривизны передней и задней кромок профиля равны соответственно $r_{LE} = 0{,}0055A$, $r_{TE} = 0{,}005A$, можно получить следующее выражение для функции толщины профиля

$$r(s) = A \cdot \left\{0{,}0055(1-s) + 0{,}005s + \sin\left[\pi s^{\frac{\ln(0,4)}{\ln(0,5)}}\right]\right\}. \tag{4}$$

Таким образом, получаем параметр A, определяющий толщину профиля. Угол установки профиля будем определять как угол между хордой профиля и осью решетки и обозначим через θ.

Варьируя описанные выше параметры A, B, θ, получим множество некоторых «модельных» решеток профилей, аэродинамические характеристики которых в рамках данной работы определяются с помощью методов математического моделирования на основе численного интегрирования системы осредненных уравнений Навье–Стокса, замкнутой с помощью однопараметрической модели турбулентности Спаларта–Аллмараса. В процессе численного моделирования фиксировались число Маха на входе в решетку $M_1 = 0{,}55$ и угол входа потока $\beta_1 = 60°$, считая от фронта. В зависимости от геометрических параметров решетки в ней реализовывался до- или трансзвуковой режим течения.

На рис. 1 представлены поверхности отклика угла поворота потока (рис. 1, а, б, в) и коэффициента потерь полного давления (рис. 1, г, д, е) в зависимости от различных геометрических параметров решетки. При этом использованы следующие обозначения: dbeta – угол поворота потока; loss factor – коэффициент потерь полного давления; thick – толщина профиля A; bend – изгиб профиля B; stagg – угол установки профиля θ.

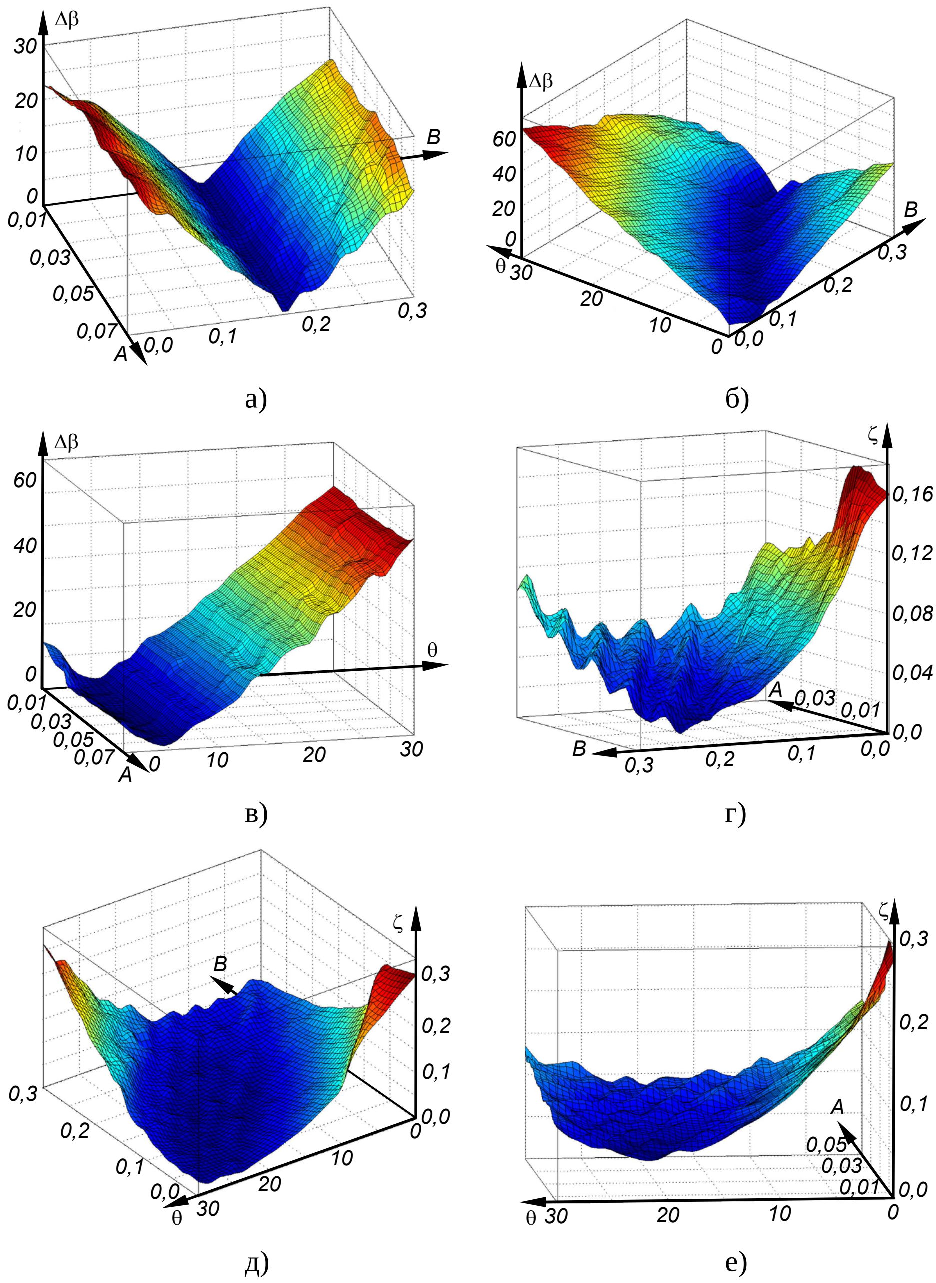


Рис. 1

Из приведенных рисунков видно, что поверхности отклика аэродинамических характеристик не только достаточно пологие, но и являются многоэкстремальными, что делает практически невозможным применение алгоритмов, основанных на расчете градиентов целевой функции.

Аэродинамическая оптимизация геометрических параметров решетки профилей с использованием детерминированного подхода. Для дополнительного подтверждения данного вывода выполнена оптимизация геометрических параметров решетки на основе метода сопряженных градиентов [15] с использованием различных начальных приближений. Целью задачи оптимизации является отыскание решетки профилей, обеспечивающей заданный угол поворота $\Delta\beta^* = 30°$ при наименьших потерях полного давления ζ. Такая задача может быть сведена к задаче отыскания минимума целевой функции, записанной следующим образом

$$F(\bar{x}) = \left|\Delta\beta(\bar{x}) - \Delta\beta^*\right| + \lambda\zeta(\bar{x}), \quad (5)$$

где $\bar{x} = [A, B, \theta]$ – вектор варьируемых параметров; $\Delta\beta^*$ – проектировочное значение угла поворота потока; λ – штрафной коэффициент.

В качестве начальных приближений выбраны решетки, профили которых представлены на рис. 2 пунктирными линиями.

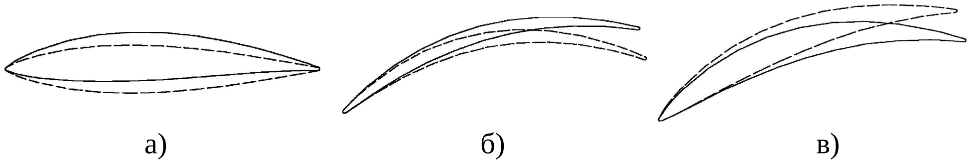


Рис. 2

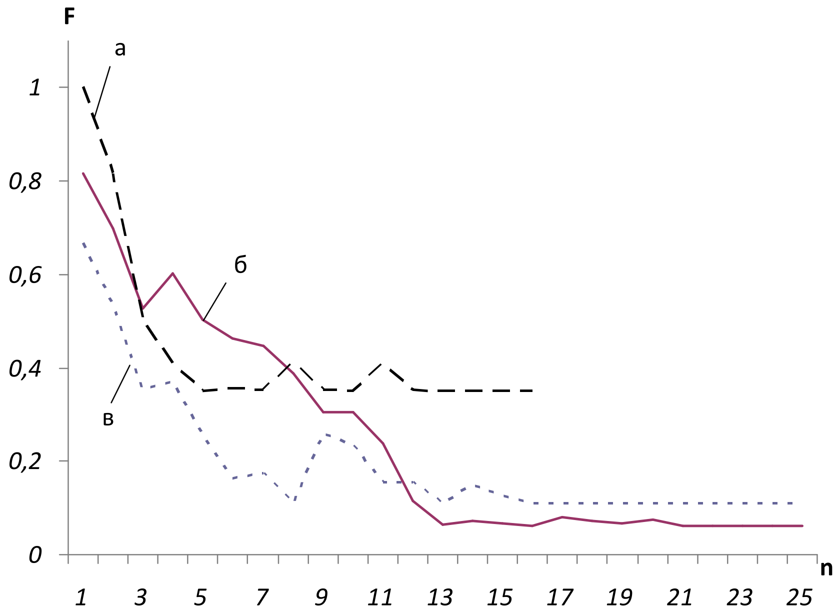
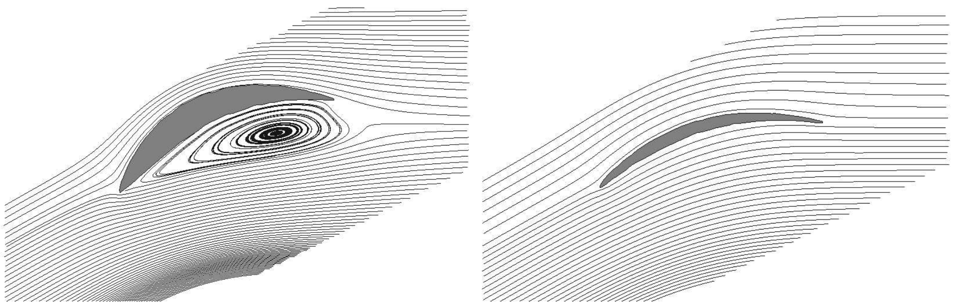


Рис. 3

На рис. 3 представлены графики сходимости градиентного метода при различных граничных условиях, где позиция на графике соответствует позиции рисунка 2. Видно, что градиентный метод при различных начальных условиях сходится к различным экстремумам целевой функции (соответствующие профили показаны на рис. 2 сплошными линиями).

Аэродинамическая оптимизация геометрических параметров решетки профилей с использованием эволюционного подхода. Аналогичным образом выполнена оптимизация геометрических параметров решетки на основе стохастического подхода, а именно – непрерывного генетического алгоритма [16], отличительными особенностями которого являются: фиксированный размер популяции; гены с непрерывным кодированием; особи для скрещивания выбираются случайным образом; равномерный кроссовер.

На рис. 4, а) представлено одно из начальных приближений генетического алгоритма совместно с линиями тока в окрестности течения. Очевидно, что наличие мощного отрывного течения на стороне давления профиля существенно повышает потери полного давления в решетке, а также снижает угол поворота потока в ней. Тем не менее, применение генетического алгоритма с использованием даже таких «плохих» начальных приближений, как на рис. 4, а), позволяет получить качественное решение задачи оптимизации (рис. 4, б), значение целевой функции (5) для которой составляет 0,014, что в 3,4 раза ниже лучшего решения, полученного с использованием метода сопряженных градиентов.



а) б)

Рис. 4

Кроме того, проведенные исследования показали, что для данного примера градиентный метод сходится за 16 – 25 итераций, что соответствует примерно 30 – 50 расчетам целевой функции. Можно предположить, что глобальный экстремум, соответствующий решению, представленному на рис. 4, б), может быть найден, с использованием мультизапуска градиентного метода из 10 различных точек пространства (что соответствует размеру популяции генетического алгоритма). В итоге на поиск решения понадобилось бы около 300 – 500 расчетов целевой функции. Генетический алгоритм, результаты работы которого представлены выше на рис. 4, б), находит решение не более чем за 200 расчетов целевой функции.

Выводы. В настоящей работе для выбранного режима течения построены поверхности отклика основных аэродинамических характеристик компрессорных решеток – угла поворота потока и коэффициента потерь полного давления.

При этом параметрическое описание формы профилей решеток выполнено с использованием оригинального способа, основанного на применении кривых Безье и системы гладких выпуклых функций Хикса–Хенне [17]. Расчет целевой функции выполняется путем моделирования течения на основе численного интегрирования системы осредненных уравнений Навье–Стокса, замкнутых с помощью однопараметрической модели турбулентности Спаларта–Аллмараса [18].

В результате на конкретном примере показана сложность формы поверхности отклика основных аэродинамических характеристик компрессорных решеток, что затрудняет возможность поиска их экстремумов с помощью детерминированных методов нелинейного программирования.

Выполнена аэродинамическая оптимизация решетки профилей с использованием детерминированного подхода – метода сопряженных градиентов и стохастического подхода – генетического алгоритма. Показано, что градиентный метод при различных начальных условиях сходится к различным экстремумам целевой функции, в то время как генетический алгоритм сходится к значительно более глубокому экстремуму. При этом, эффективность генетического алгоритма (в смысле количества расчетов целевой функции) оказывается выше эффективности градиентного метода с мультизапуском.

Таким образом, в работе на конкретном примере показана целесообразность применения стохастических методов к решению задач аэродинамической оптимизации компрессорных решеток.

1. *Аульченко С. М.* Оптимизация решеток профилей вариационно-градиентным методом / *С. М. Аульченко* // Теплофизика и аэромеханика. – 2005. – Том 12, № 3. – С. 357 – 363.
2. *Gallimore S. J.* Axial flow compressor design / *S. J. Gallimore* // Journal of Mechanical Engineering science. – 1999. – Vol. 213, Issue 5. – P. 437 – 449.
3. *Calvert W. J.* Transonic fan and Compressor design / *W. J. Calvert, R. B. Ginder* // Journal of Mechanical Engineering science. – 1999. – Vol. 213, Issue 5. – P. 419 – 436.
4. Design of industrial axial compressor blade sections for optimal range and performance / *F. Sieverding, M. Meyer, B. Ribi, M. Casey* // Journal of turbomachinery. – 2004. – Vol. 126, N 2. – P. 323 – 331.
5. *Dickens T.* The design of highly loaded axial compressors / *T. Dickens, I. Day* // ASME Journal of Turbomachinery. – 2011. – Vol. 133, Issue 3. – P. 57 – 67.
6. *Massardo A.* Axial flow compressor design optimization Part I : Pitch line analysis and Multi variable objective function influence / *A. Massardo, A. Satta* // ASME Journal of Turbomachinery. – 1990. – Vol. 112. – P. 399 – 404.
7. *Sang-Yun Lee* Design optimization of axial flow compressor blades with three dimensional Navier-Stokes solver / *Sang-Yun Lee, Kwang-Yong Kim* // Journal of mechanical science and technology. – 2000. – Vol. 14, N 9. – P. 1005 – 1012.
8. *Farshi B.* Preliminary design optimization of axial compressors / *B. Farshi, R. Taghavi-Zenouz, S. Mirshamsi* // Iranian journal of Mechanical Engineering. – 2004. – Vol. 5, N 1. – P. 5 – 14.
9. *Lingen Chen* Optimum design of a subsonic axial flow compressor stage / *Lingen Chen, Fengrui Sun, Chih Wu* // Journal of Applied Energy. – 2005. – Vol. 80, Issue 2. – P. 187 – 195.
10. *Hoda Maleki* Design Optimization of Axial Flow Compressor Stage / *Hoda Maleki* // Atlas conference: Mathematical problems in Engineering and Aerospace. – Italy, June, 2008. – 3 p.
11. *Lampart P.* 3D Shape Optimisation Of Turbomachinery Blading / *P. Lampart, S. Yershov* // Task Quarterly. – 2002. – Vol. 6, N 1. – P. 113 – 125.
12. *Bamberger K.* Optimization Of Axial Fans With Highly Swept Blades With Respect To Losses And Noise Reduction / *Konrad Bamberger, Thomas Carolus* // FAN 2012. – Senlis (France), 18 – 20 April, 2012. – 12 p.
13. *Бунимович А. И.* Аэродинамические характеристики плоских компрессорных решеток при большой дозвуковой скорости / *А. И. Бунимович, А. А. Святогоров* // Лопаточ. машины и струйн. аппараты. – М. : Машиностроение, 1967. – Вып. 2. – 97 с.
14. *Мелашич С. В.* Способ параметрического описания профилей компрессорных решеток / *С. В. Мелашич* // Техническая механика. – 2012. – № 2. – С. 77 – 82.
15. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование / *Д. Химмельблау*. – М. : Мир, 1975. – 536 с.
16. *Poli R.* A Field Guide to Genetic Programming [Електронный ресурс] / *R. Poli, W. B. Langdon, N. F. McPhee.* – Published via http://lulu.com, 2008. – 250 p. – Режим доступа к книге: http://www.lulu.com/items/volume_63/2167000/2167025/2/print/book.pdf
17. *Hicks R.* Wing Design by Numerical Optimization / *R. Hicks, P. Henne* // Journal of Aircraft. – 1978. – Vol. 15, N. 7. – P. 407 – 413.
18. *Spalart P. R.* A one-equation turbulence model for aerodynamic flow / *P. R. Spalart, S. R. Allmaras* // AIAA Paper. – 1992. – Vol. 12, No 1. – P. 439 – 478.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 08.09.2015,
в окончательном варианте 30.09.2015