УДК 629.78

Д. А. ХРАМОВ

ВИЗУАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Одним из перспективных путей решения проблемы засоренности низких околоземных орбит представляется создание спутника, тормозящего крупные фрагменты мусора при помощи пучка ионов. Разработка модели динамики подобного спутника ведется в рамках проекта LEOSWEEP 7-й Рамочной Программы ЕС. Особенность реализации этой модели заключается в использовании средств визуального моделирования. Целью настоящей работы является создание модели орбитального и углового движения спутника и анализ проблем, возникающих при ее разработке средствами визуального моделирования. Разработана модель движения спутника с учетом возмущений, вызванных нецентральностью гравитационного поля Земли, притяжением Солнца и Луны, сопротивлением атмосферы и давлением солнечного излучения. Предложен подход к верификации подобных моделей. Выявлены трудности в реализации моделей возмущений в рамках визуального подхода к моделированию, и показаны пути преодоления этих трудностей.

Одним з перспективних шляхів вирішення проблеми засміченості низьких навколоземних орбіт вважається створення супутника, який буде гальмувати великі фрагменти сміття за допомогою пучка іонів. Розробка моделі динаміки такого супутника ведеться в рамках проекту LEOSWEEP 7-ї Рамкової Програми ЄС. Особливість реалізації цієї моделі полягає у використанні засобів візуального моделювання. Метою роботи є створення моделі орбітального і кутового руху супутника і аналіз проблем, що виникають при її розробці засобами візуального моделювання. Розроблено модель руху супутника з урахуванням збурень, що викликані відхиленням гравітаційного поля Землі від центрального, тяжінням Сонця і Місяця, опором атмосфери і тиском сонячного випромінювання. Запропоновано підхід до верифікації подібних моделей. Виявлено труднощі в реалізації моделей збурень в рамках візуального підходу до моделювання, та показано шляхи подолання цих труднощів.

The development of the satellite decelerating large space debris objects by the ion beam shepherd is one of advanced ways for resolving the problem of low earth orbits debris. The development of a dynamic model of a similar satellite is conducted for the EU funded FP7 LEOSWEEP project.

A special feature of this model is to use tools for visual modelling.

The work objective is to create a model of the orbital and angular satellite motion and analyze the problems associated with its development by tools for visual modelling.

The model of the satellite motion is developed considering disturbances due to earth’s non-central gravitational field, earth and lunar gravity, resistance due to atmosphere and solar radiation pressure.

The approach to verification of similar models is proposed. Difficulties associated with visual modelling for realization of disturbance models and ways for obviating those difficulties are examined.

Ключевые слова: *космический мусор, визуальное моделирование, LEOSWEEP, Xcos, орбитальное движение спутника, угловое движение.*

Проект LEOSWEEP [1], выполняемый в рамках 7-й Рамочной Программы ЕС, направлен на решение актуальной задачи очистки низких околоземных орбит от космического мусора. Предполагается, что этого можно достичь при помощи космического аппарата (КА) Ion Beam Shepherd, который будет тормозить крупные фрагменты мусора, воздействуя на них пучком ионов. Для управления движением КА создается программное обеспечение Design Simulation Facility (DSF). В ходе работ по созданию DSF в Институте технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины разрабатывается модель неуправляемого движения КА.

По предложению европейских партнеров разработка модели ведется средствами визуального моделирования. Привлекательность этого подхода заключается в возможности создания единой модели динамики КА (включая модели датчиков ориентации и исполнительных органов), не используя традиционное программирование. Полученная таким образом модель средствами пакетов визуального моделирования конвертируется в программный код на языке C, и затем этот код используется при программировании микросхем системы управления КА. Целью настоящей работы является создание модели орбитального и углового движения КА с учетом возмущений, вызванных нецентральностью гравитационного поля Земли, притяжением Солнца и Луны, сопротивлением атмосферы и давлением солнечного излучения, а также анализ проблем, возникающих при разработке такой модели средствами визуального моделирования.

Визуальное моделирование. Визуальным моделированием называется способ создания компьютерной модели динамической системы в виде структурной схемы. Преимущество визуального моделирования заключается в возможности перейти практически непосредственно от дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы, к ее компьютерной модели, не прибегая к программированию.

В качестве инструмента моделирования использован редактор Xcos, входящий в пакет научных и технических расчетов Scilab [2 – 4]. Последний является свободным кроссплатформенным программным обеспечением и распространяется с открытым исходным кодом по лицензии, совместимой с GPL.

Системы координат и уравнения движения. Для анализа движения КА введем следующие правые системы координат.

Геоцентрическая инерциальная система координат (ИСК), заданная положением экватора на эпоху J2000 (2000 г., январь 1, 12^h UT1) [5]. Начало системы O находится в центре Земли. Ось X направлена в точку весеннего равноденствия данной эпохи; ось Z — перпендикулярно плоскости экватора к Северному полюсу мира.

Гринвичская система координат (ГСК), вращающаяся вместе с Землей. Ее начало отсчета O находится в центре Земли. Ось OZ направлена к Северному полюсу мира, а ось OX лежит в плоскости среднего гринвичского меридиана. Угол поворота ГСК относительно ИСК называется средним гринвичским звездным временем (формулы для его расчета см. в [6]).

Орбитальная система координат (ОСК), служащая опорной при исследовании движения спутника относительно центра масс. Центр ОСК находится в центре масс спутника. Ось Z направлена из центра масс спутника к центру Земли. Ось Y направлена вдоль отрицательной нормали к плоскости мгновенной орбиты КА (противоположно его мгновенной угловой скорости).

Связанная система координат (ССК) Ее начало также располагается в центре масс спутника; ось X направлена вдоль продольной оси спутника по направлению его движения; ось Z лежит в плоскости симметрии спутника, совпадающей с плоскостью орбиты и направлена вниз, к Земле.

Уравнения движения центра масс КА в ИСК имеют вид

$$\ddot{\mathbf{r}}^I = -\frac{\mu \mathbf{r}^I}{r^3} + \mathbf{f}^I, \qquad (1)$$

где $\mathbf{r}^I = [x \quad y \quad z]^T$ – координаты КА в ИСК; $r \equiv \left|\mathbf{r}^I\right|$; μ =398600,4415 м^3/с^2 – гравитационная постоянная Земли [7]; $\mathbf{f}^I$ – сумма действующих на КА возмущающих ускорений, равная

$$\mathbf{f}^I = \mathbf{f}^I_{nc} + \mathbf{f}^I_S + \mathbf{f}^I_M + \mathbf{f}^I_a + \mathbf{f}^I_p .$$

Здесь $\mathbf{f}^I_{nc}$ – ускорение, вызванное действием нецентральной части поля тяготения Земли; $\mathbf{f}^I_S$, $\mathbf{f}^I_M$ – ускорения, связанные с притяжением Солнца и Луны; ускорение $\mathbf{f}^I_a$ вызвано сопротивлением движению КА в атмосфере; $\mathbf{f}^I_p$ обусловлено давлением солнечного излучения.

Уравнения движения спутника относительно центра масс в проекциях на оси ССК записываются следующим образом

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^B_{BI} = \left(\mathbf{J}^B\right)^{-1}\left(\mathbf{M}^B - \boldsymbol{\omega}^B_{BI} \times \mathbf{J}^B \boldsymbol{\omega}^B_{BI}\right), \tag{2}$$

где $\boldsymbol{\omega}^B_{BI}$ – угловая скорость КА относительно ИСК; индекс В указывает на то, что вектор взят в проекциях на оси ССК (Body Frame, согласно терминологии [6]); $\mathbf{J}^B$ – тензор инерции КА; $\mathbf{M}^B$ – момент сил, действующих на КА, который в нашем случае равен

$$\mathbf{M}^B = \mathbf{M}^B_g + \mathbf{M}^B_a + \mathbf{M}^B_p .$$

Здесь $\mathbf{M}^B_g$ – гравитационный момент; $\mathbf{M}^B_a$ – аэродинамический момент; $\mathbf{M}^B_p$ – момент сил светового давления.

Ориентация КА (ССК) относительно ОСК определяется кватернионом $\mathbf{q}_{BO}$

$$\mathbf{q}_{BO} = q_0 + q_1\mathbf{i}_1 + q_2\mathbf{i}_2 + q_3\mathbf{i}_3 = \begin{bmatrix} q_0 & \mathbf{q}_{1-3} \end{bmatrix}^T ,$$

где $\mathbf{i}_1$, $\mathbf{i}_2$, $\mathbf{i}_3$ – мнимые единицы.

Кинематические соотношения, связывающие компоненты кватерниона $\mathbf{q}_{BO}$ с проекциями вектора $\boldsymbol{\omega}^B_{BO} = \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \end{bmatrix}^T$ на оси ССК, записываются в виде

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{q}_{1-3} \\ q_0\boldsymbol{\omega} + \mathbf{q}_{1-3} \times \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix}, \tag{3}$$

где $\mathbf{q} \equiv \mathbf{q}_{BO}$, $\boldsymbol{\omega} \equiv \boldsymbol{\omega}^B_{BO}$.

Вектор $\boldsymbol{\omega}^B_{BO}$ угловой скорости КА относительно ОСК равен

$$\boldsymbol{\omega}^B_{BO} = \boldsymbol{\omega}^B_{BI} - A_{BO}\boldsymbol{\omega}^B_{OI} , \tag{4}$$

где A_{BO} – матрица перехода от ОСК к ССК

$$A_{BO} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \tag{5}$$

Угловая скорость ОСК относительно ИСК $\boldsymbol{\omega}^B_{OI}$ вычисляется как

$$
\boldsymbol{\omega}_{OI}^{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -|\mathbf{r} \times \mathbf{v}| / r^2 \\ |\mathbf{r}| (\mathbf{e}_2 \cdot \dot{\mathbf{v}}) / |\mathbf{r} \times \mathbf{v}| \end{bmatrix},
$$

где (см. [6])

$$
\mathbf{e}_3 = -\mathbf{r}^I / r,
$$
$$
\mathbf{e}_2 = -\left(\mathbf{r}^I \times \mathbf{v}^I\right) / \left|\mathbf{r}^I \times \mathbf{v}^I\right|,
$$
$$
\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3.
$$

Переход от ИСК к ССК описывается матрицей

$$
A_{BI} = A_{BO} A_{OI}, \tag{6}
$$

где $A_{OI} = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \mathbf{e}_3]^T$.

Система уравнений (1) – (3), с учетом (4), описывает орбитальное движение КА и движение относительно его центра масс.

Движение в центральном поле тяготения. На рис. 1 представлена диаграмма Xcos, описывающая модель движения КА в центральном поле тяготения.

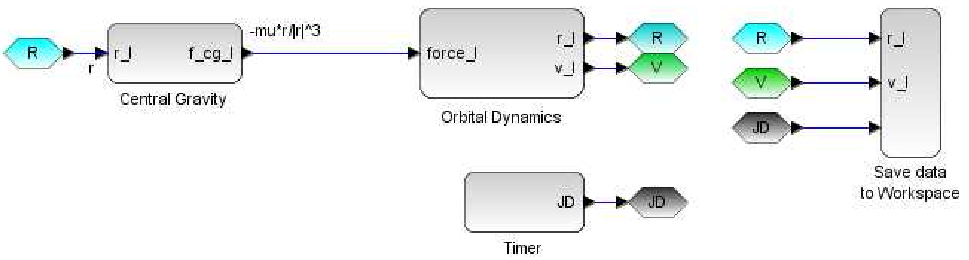

Рис. 1

В блоке Central Gravity (рис. 2а) вычисляется ускорение, вызванное действием центрального поля тяготения (первое слагаемое в правой части (1)). В блоке Orbital Dynamics (рис. 2б) выполняется двухкратное интегрирование (см. левую часть (1)).

Рис. 2а

Рис. 2б

Блок Attitude Dynamics (рис. 3), в свою очередь, состоит из блоков Dynamics, реализующего уравнения (2), Kinematics, реализующего (3), и блока вычисления угловой скорости КА относительно ССК (4).

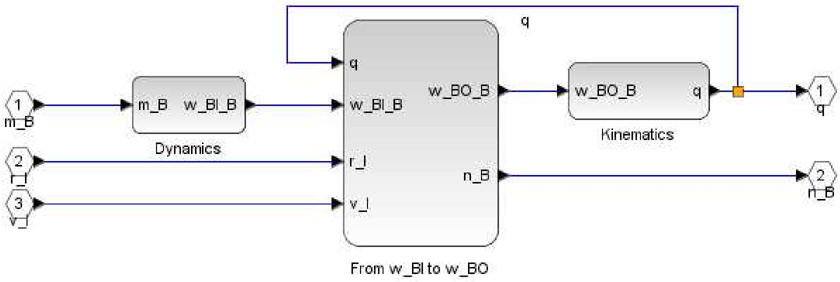

Рис. 3

Как видно из рис. 1 – 3, визуальный подход к моделированию по сути представляет собой цифровую эмуляцию аналоговых вычислительных машин.

Выполним расчет орбитального движения КА при следующих начальных значениях элементов орбиты: большая полуось орбиты $a = 7178 \cdot 10^3$ м, эксцентриситет $e = 0{,}001$, наклонение $i = 98{,}57^\circ$; долгота восходящего узла Ω, аргумент перигея ω_π и средняя аномалия M равны нулю. Эпоха старта: 0^h 1 марта 2015 г. Формулы для вычисления положения и скорости КА в ИСК по элементам его орбиты приведены, в частности, в [7]. Орбита КА показана на рис. 4.

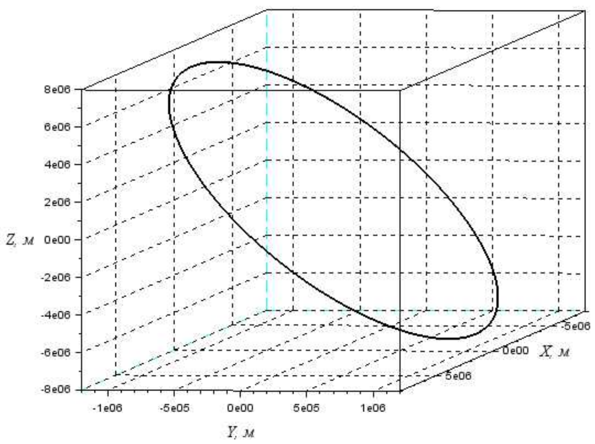

Рис. 4

Модели возмущений. Предположим, что возмущение, связанное с нецентральностью поля тяготения Земли, описывается второй зональной гармоникой поля тяготения [6]

$$\mathbf{f}_{nc}^{I} \equiv \mathbf{f}_{J2}^{I} = -\frac{3}{2} J_2 \left(\frac{\mu}{r^2}\right)\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^2 \begin{bmatrix} \left(1-5\left(\frac{z}{r}\right)^2\right)\frac{x}{r} \\ \left(1-5\left(\frac{z}{r}\right)^2\right)\frac{y}{r} \\ \left(3-5\left(\frac{z}{r}\right)^2\right)\frac{z}{r} \end{bmatrix},$$

где $R_\oplus = 6378{,}137 \cdot 10^3$ м – экваториальный радиус Земли; J_2 = 1,082668355·10^{-3}– коэффициент второй зональной гармоники [7].

Ускорение, вызванное притяжением Солнца и Луны, описывается формулой

$$\mathbf{f}_i^I = \mu_i \left(\frac{\mathbf{r}_i^I - \mathbf{r}^I}{\left|\mathbf{r}_i^I - \mathbf{r}^I\right|^3} - \frac{\mathbf{r}_i^I}{\left|\mathbf{r}_i^I\right|^3} \right),$$

где $i = S, M$ (индекс S обозначает Солнце, M – Луну); μ_i – гравитационные постоянные Солнца и Луны соответственно [7]; $\mathbf{r}_i^I$ – положение небесного тела в ИСК. Формулы для определения положений (эфемерид) Солнца и Луны приведены в [7].

Сопротивление атмосферы определяется по формуле

$$\mathbf{f}_a^I = -\frac{1}{2} C_D \frac{A}{m} \rho \left|\mathbf{v}_r^I\right|^2 \mathbf{e}_v, \qquad (7)$$

где C_D – коэффициент сопротивления; A – площадь миделевого сечения КА; m – масса КА; ρ – плотность атмосферы; $\mathbf{e}_v = \mathbf{v}_r^I \big/ \left|\mathbf{v}_r^I\right|$, причем скорость КА относительно атмосферы $\mathbf{v}_r^I$ определяется как

$$\mathbf{v}_r^I = \mathbf{v}^I - \boldsymbol{\omega}_\oplus \times \mathbf{r}^I,$$

где $\boldsymbol{\omega}_\oplus = 7{,}2921158553 \cdot 10^{-5}$ рад/с – угловая скорость вращения Земли.

Для описания плотности атмосферы существует ряд моделей [8]. В простейших оценочных расчетах используется модель экспоненциального убывания плотности [6].

Выражение для ускорения, обусловленного давлением солнечного излучения, записывается в виде

$$\mathbf{f}_p^I = -P_S C_R \frac{A}{m} \frac{\mathbf{r}_S^I}{\left|\mathbf{r}_S^I\right|^3} \mathrm{AU}^2, \qquad (8)$$

где $P_S = 4{,}56 \cdot 10^{-6}$ Па – давление солнечного излучения на орбите Земли; C_R – коэффициент солнечного давления; AU – астрономическая единица.

При этом предполагается, что нормаль к поверхности КА совпадает с направлением на Солнце.

Условие нахождения КА в тени Земли без учета полутени:

$$\mathbf{r}^I \cdot \mathbf{e}_{ES} < -\sqrt{r^2 - R_\oplus^2},$$

где $\mathbf{e}_{ES}$ – единичный вектор, направленный от Земли к Солнцу [6].

Гравитационный момент, действующий на КА, имеет вид

$$\mathbf{M}_g^B = \frac{3\mu}{r^3}\mathbf{n} \times \mathbf{J}^B\mathbf{n}, \quad (9)$$

где $\mathbf{n}$ – третий столбец матрицы A_{BO} (5).

Пусть поверхность КА представляет собой сферу. Аэродинамический момент, действующий на такой КА, записывается как

$$\mathbf{M}_a^B = \mathbf{r}_\Delta^B \times m\mathbf{f}_a^B, \quad (10)$$

где $\mathbf{r}_\Delta^B$ – вектор направления от центра масс КА к его центру давления; сопротивление атмосферы $\mathbf{f}_a^B$ вычисляется в соответствии с (7) и преобразуется в ССК с помощью A_{BI} (6).

Момент сил солнечного давления вычисляется аналогично (10) с использованием выражения (8)

$$\mathbf{M}_p^B = \mathbf{r}_\Delta^B \times m\mathbf{f}_p^B.$$

В качестве параметров ориентации для представления исходных данных и результатов расчетов будем использовать углы φ, θ, ψ – рыскания, тангажа и крена соответственно (рис. 5), как более наглядные в сравнении с кватернионами. Формулы перехода между кватернионами и углами ориентации приведены в [6].

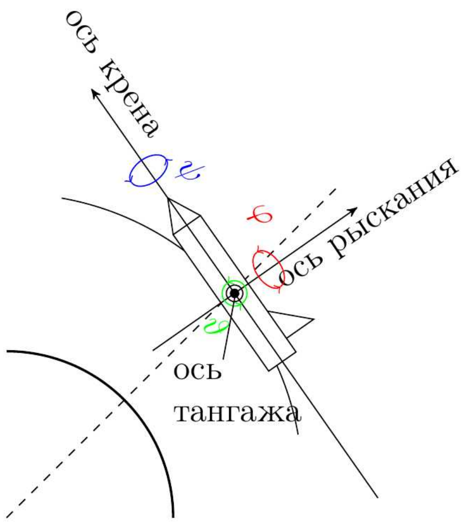

Рис. 5

Рассмотрим колебания спутника в плоскости орбиты под действием гравитационного момента (9). Соответствующая модель представлена на рис. 6, график колебаний по углу тангажа – на рис. 7. В начальный момент времени углы ориентации равны: $\varphi = \psi = 0^\circ$, $\theta = 10^\circ$. Компоненты тензора инерции КА равны: $J_{xx} = 5$ кг/м^2, $J_{yy} = 8$ кг/м^2, $J_{zz} = 4$ кг/м^2. Корректность расчета проверяется сравнением с известным аналитическим решением [9].

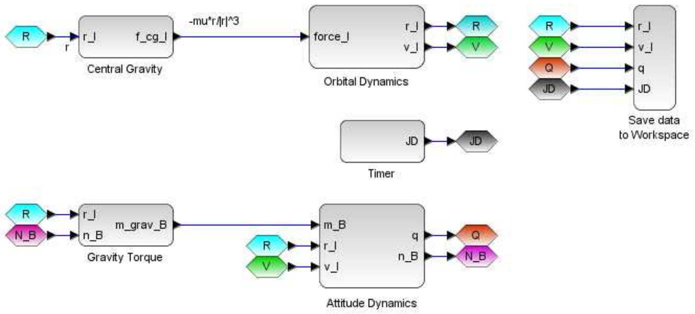

Рис. 6

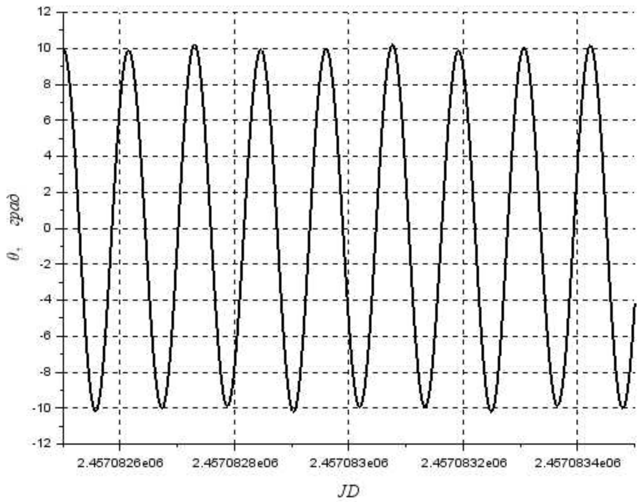

Рис. 7

Полная модель [10] представлена на рис. 8.

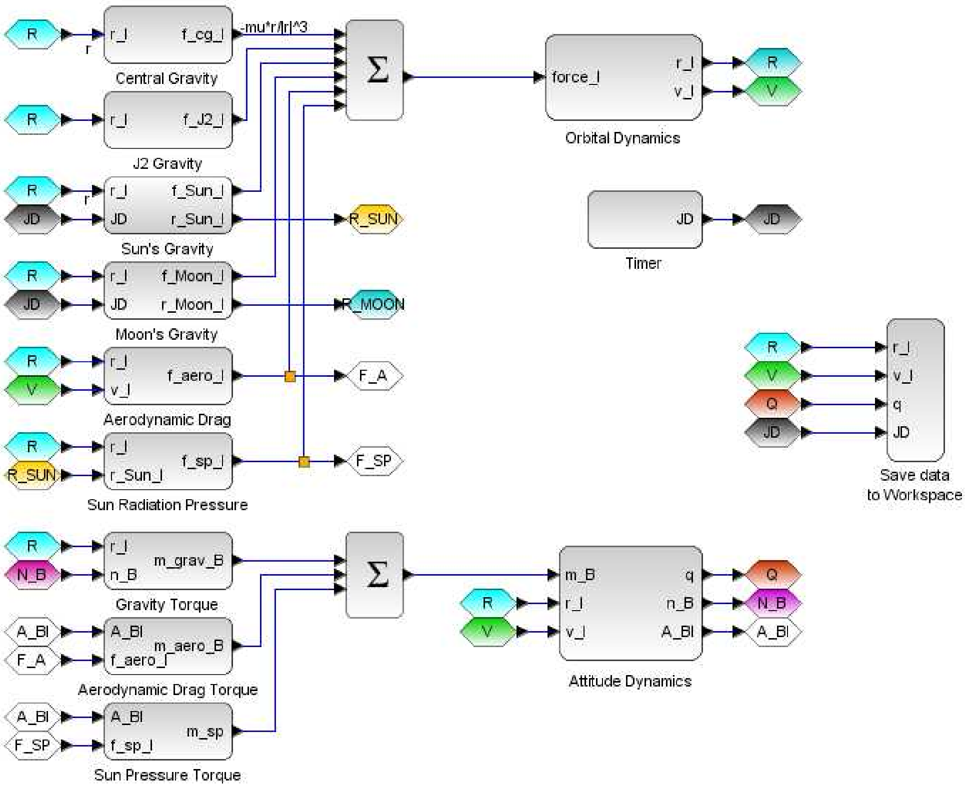

Рис. 8

Верификацию модели удобно выполнять, проверяя каждый блок по отдельности. Один из возможных подходов заключается в следующем: операции проверяемого блока реализуются в виде функции на каком-либо языке программирования, затем выполняется моделирование ряда тестовых случаев с помощью проверяемого блока и его аналога и сравниваются полученные результаты. В пакете Scilab блоки можно создавать как на одноименном языке программирования, так и на других языках, включая C и Fortran.

Применение пакетов визуального моделирования сталкивается с трудностями при реализации моделей возмущений, выражаемых громоздкими формулами. Так, модель гравитационного поля Земли JGM-3 содержит несколько десятков сферических гармоник, а модель EGM96 – несколько сотен гармоник [7]. К таким моделям относятся также модель геомагнитного поля IGRF (12-я версия модели содержит 13 гармоник) и современные модели плотности атмосферы, в частности NRLMSISE-00 [6].

Проблема реализации подобных моделей связана с тем, что возможности пакетов визуального моделирования в части создания циклов и выполнения рекурсивных операций весьма ограничены. В этом случае модели реализуются на традиционном языке программирования (как правило, на C или Fortran), и используются в пакете визуального моделирования в виде готовых блоков. Отметим, что разработка таких блоков более трудоемка по сравнению с разработкой подпрограмм в традиционном программировании, так как требует дополнительного учета стандартов оформления блоков для конкретного пакета визуального моделирования. В этих условиях преимущество получают те пакеты, которые уже обладают обширными библиотеками готовых блоков. Так, в Scilab существует библиотека CelestLab, реализующая большинство из рассмотренных выше моделей возмущений. Еще одной привлекательной стороной пакета является наличие русской и украинской локализации.

Выводы. Разработана компьютерная модель орбитального и углового движения КА с учетом возмущений, вызванных нецентральностью гравитационного поля Земли, притяжением Солнца и Луны, сопротивлением атмосферы и давлением солнечного излучения. Особенностью модели является то, что она реализована средствами визуального моделирования. Это позволило практически непосредственно перейти от математического описания движения КА к его компьютерной модели, минуя стадию программирования. В то же время, успех применения пакетов визуального моделирования тесно связан с наличием в них готовых реализаций ряда моделей возмущений. Подобные модели присутствуют, в частности, в свободном пакете Scilab/Xcos, что делает привлекательным его использование для моделирования движения КА.

Работа выполнена при поддержке 7th Framework Programme, проект LEOSWEEP (Improving Low Earth Orbit Security With Enhanced Electric Propulsion), № 607457.

1. Домашняя страница LEOSWEEP. [Электронный ресурс] – Режим доступа : https://leosweep.upm.es/ru/
2. Scilab: Home. [Электронный ресурс] – Режим доступа : http://www.scilab.org/
3. Визуальное моделирование в Scilab: Xcos / Составитель *Чингаева А. М.* – Самара : ФГОБУ ВПО ПГУТИ, 2012. – 24 с.
4. *Campbell S. L.* Modeling and Simulation in Scilab/Scicos with ScicosLab 4.4 / *S. L. Campbell, J.-P. Chancelier, R. Nikoukhah*. – 2nd edition. – New York : Springer, 2010. – 330 p.
5. РД 50-25645.325-89. Методические указания. Спутники Земли искусственные. Основные системы координат для баллистического обеспечения полетов и методика расчета звездного времени. – Дата введения 01.07.90. – М. : Издательство стандартов, 1990. – 19 с.
6. *Landis Markley F.* Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control / *F. Landis Markley, J. L. Crassidis.* – New York : Springer, 2014. – 486 p.
7. *Montenbruck O.* Satellite Orbits. Models, Methods and Applications / *O. Montenbruck, E. Gill.* – Berlin : Springer, 2005. – 369 p.
8. *Vallado D.* Fundamentals of astrodynamics and applications / *D. Vallado*. – New York : McGraw-Hill, 1997. – 945 p.
9. *Белецкий В. В.* Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле / *В. В. Белецкий*. – М. : Изд-во МГУ, 1975. – 308 с.
10. Исходный код. [Электронный ресурс] – Режим доступа : http://dkhramov.dp.ua/uploads/Sci/SPubl/khramov_tm_2014_code.zip

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 29.04.15,
в окончательном варианте 19.05.15