УДК 629.19.50

В. Г. КОМАРОВ

ОПТИМАЛЬНЫЕ ТРАЕКТОРИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ СКАЧКООБРАЗНОМ ИЗМЕНЕНИИ ЕГО ПАРАМЕТРОВ

Цель работы – рассмотреть в центральном ньютоновском поле сил оптимальные компланарные траектории космических аппаратов (КА), параметры которых в определенные моменты времени движения могут изменяться скачком. В качестве метода исследования используется принцип максимума Понтрягина Л. С., распространенный на случаи со скачкообразным изменением параметров и координат. Определены необходимые условия оптимальности управления КА, учитывающие особенности скачкообразности.

Результаты могут быть использованы при проектировании траекторий полета многоступенчатых ракет в околоземном пространстве, а также траекторий полета к Луне и планетам.

Мета роботи – розглянути у центральному ньютоновому полі сил оптимальні компланарні траєкторії космічних апаратів (КА), параметри яких у визначені моменти часу руху можуть змінюватися стрибком. В якості методу дослідження використовується принцип максимуму Понтрягіна Л. С., поширений на випадки зі стрибкоподібною зміною параметрів та координат. Визначено необхідні умови оптимальності управління КА, що враховують особливості стрибкоподібності.

Результати можуть бути використані при проектуванні траєкторій польоту багатоступеневих ракет в навколоземному просторі, а також траєкторій польоту до Місяця та планет.

Optimal coplanar trajectories of the spacecraft with parameters undergoing sudden changes within a certain time are considered for the central-force Newton field.

Values of the absolute mass-flow rate, the specific evacuated thrust and the spacecraft mass are taken as such parameters. Known needed parameters of an optimal control are determined additionally by optimal conditions considering sudden changes in parameters.

Ключевые слова: *космический аппарат; скачкообразность; оптимальность; управление; параметр; масса; время; движение; орбита; переход; траектория; принцип максимума.*

Из исследования задач оптимизации управления движением космическим аппаратом (КА) по минимуму расхода топлива в центральном ньютоновском поле сил, где за управление принимаются модуль вектора тяги и его направление [1 – 4], следует, что оптимальное значение модуля вектора тяги определяется кусочно-постоянной функцией времени, принимающей максимальные или минимальные значения тяги из допустимых. Моменты времени перехода от максимального значения тяги к минимальному и наоборот определяются функцией переключения [2 – 4], которая является непрерывной функцией времени. Однако скачкообразное изменение параметров, определяющих функцию переключения, может существенно изменить ее значение в момент скачка, и в зависимости от этого может изменяться значение модуля вектора тяги. Поэтому возникает необходимость в исследовании оптимального управления КА при скачкообразном изменении параметров.

Актуальность рассмотрения задач оптимизации со скачкообразным изменением параметров следует из того, что такие задачи имеют место при проектировании полетов многоступенчатых ракет, предназначенных для выведения КА на высокие околоземные орбиты (например, стационарные), для полетов на Луну, на планеты солнечной системы и далее. Для таких проектов, как правило, характерно разбиение траектории на участки, переход на которые связан с необходимостью изменения двигательных характеристик и массы КА, т. е. со скачкообразным изменением параметров.

Будем рассматривать движение КА между заданными компланарными орбитами в центральном ньютоновском поле сил, траектория которого описывается системой дифференциальных уравнений следующего вида [5]:

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_n &= \frac{P}{m} u \cos\varphi - \frac{V_n V_r}{r},\\
\dot{V}_r &= \frac{P}{m} u \sin\varphi + \frac{V_n^2}{r} - \frac{\mu}{r^2},\\
\dot{r} &= V_r,\\
\dot{\gamma} &= \frac{V_n}{r},\\
\dot{m} &= -\alpha u,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где V_n , V_r – трансверсальная и радиальная составляющие вектора скорости; r – модуль радиуса-вектора с началом в центре притяжения; γ – центральный угол между начальным и текущим радиусами-векторами; m – текущая масса; φ – угол между вектором тяги и трансверсальной составляющей вектора скорости; $P = g_0\alpha\ P_{у.п.}$ – тяга двигателя (модуль вектора тяги); g_0 – ускорение земного притяжения на поверхности Земли; α – абсолютное значение массового секундного расхода; $P_{у.п.}$ – пустотная удельная тяга; μ – гравитационный параметр Земли; u – параметр управления значением модуля вектора тяги, удовлетворяющий ограничению:

$$0 \le u \le 1. \tag{2}$$

Через t_0 , T обозначим начальный и соответственно конечный моменты времени движения.

Характеристиками КА, которые в процессе движения могут изменяться скачком в некоторые моменты времени, являются параметры α, $P_{у.п.}$ и координата m. Пусть q – число моментов времени t_i $(i=1,\ldots,q)$, в которые могут изменяться параметры α, $P_{у.п.}$, m скачком, и $t_0< t_1\ldots<t_q<T$. Имеем $3q$ соотношений:

$$
\begin{aligned}
\alpha(t_i-0)-\alpha(t_i+0) &= \Delta\alpha^{(i)},\\
P_{у.п.}(t_i-0)-P_{у.п.}(t_i+0) &= \Delta P_{у.п.}^{(i)},\\
m(t_i-0)-m(t_i+0) &= \Delta m^{(i)},
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где $\Delta\alpha^{(i)}, \Delta P_{у.п.}^{(i)}$, $\Delta m^{(i)}$ – заданные значения скачков параметров α, $P_{у.п.}$ и m в момент времени t_i $(i=1,\ldots,q)$. При этом случаи равенства нулю значений скачков одного из параметров в (3) для каких-либо из моментов t_i $(i=1,\ldots,q)$ будут свидетельствовать о неодновременности изменения этих параметров.

Кроме этого, значения параметров α, $P_{у.п.}$ и координаты m до и после скачков в моменты t_i $(i=1,\ldots,q)$ совместно с этими моментами могут в общем случае быть зависимыми, т. е. подчиняться соотношениям:

$$f_j(\alpha(t_i\pm 0),\ P_{у.п.}(t_i\pm 0),\ m(t_i\pm 0),\ t_i) = 0,\ (i,\ j=1,\ldots,q)\ . \tag{4}$$

Значения абсолютного массового секундного расхода, пустотной удельной тяги в момент времени t_o+0 обозначим через $\sim_0, P^0_{у.п.}$.

Не нарушая общности, будем предполагать, что начальный момент времени t_0 и соответствующие ему значения начальных условий в (1) заданы, а конечный момент времени T и центральный угол $\gamma(T)$ не зафиксированы (свободны). Что касается конечных значений параметров движения, то они могут быть ограниченными. Например, если конечная орбита – эллипс с эксцентриситетом e и параметром p, то должны выполняться соотношения:

$$V_n^2(T)+V_r^2(T)-\frac{2«}{r(T)}=-(1-e^2)\frac{«}{p}\,, \qquad (5)$$
$$V_n(T)r(T)=\sqrt{«p}.$$

Функционал, который требуется минимизировать и который определяет количество израсходованного топлива в промежутке времени $[t_0, T]$, представляется в виде:

$$J=m_0-m_T\,, \qquad (6)$$

где $m_0=m(t_0)$, $m_T=m(T)$.

Ставится следующая задача оптимизации. До начала движения определить такие значения параметров α_0 и моментов времени t_i (i=1,...,q), а также такие функции $u(t)$, $\ddot{\ }(t)$, чтобы функционал (6) принимал наименьшее значение при переходе КА между заданными компланарными орбитами в центральном ньютоновском поле сил при движении по траектории, определяемой уравнениями (1), и при условиях (2), (3), (4), (5).

Необходимые условия оптимальности для поставленной задачи оптимизации определим, используя результаты работы [6], в которой приведены необходимые условия оптимальности, исходя из принципа максимума для обобщенной задачи оптимизации с параметрами, меняющимися скачком в определенные моменты времени, и работы [7], в которой рассматриваются задачи оптимизации с координатами, изменяющимися скачком.

Функция Гамильтона $H=H(V_n,V_r,...,m,\cdot_1,...,\cdot_5,t)$ для рассматриваемой задачи имеет вид:

$$H=\Phi u-\cdot_1\frac{V_nV_r}{r}+\cdot_2\left(\frac{V_n^2}{r}-\frac{«}{r^2}\right)+\cdot_3V_r+\cdot_4\frac{V_n}{r}\,, \qquad (7)$$

где $\Phi=\dfrac{P}{m}\left(\cdot_1\cos\ddot{\ }+\cdot_2\sin\ddot{\ }\right)-\sim\cdot_5$ – функция переключения; $\cdot_1$, $\cdot_2$,…, $\cdot_5$ – сопряженные переменные, соответствующие переменным $V_n,\ldots,m$.

Из необходимых условий оптимальности следует:

1. Сопряженные переменные удовлетворяют дифференциальным уравнениям:

$$\dot{\psi}_1 = \frac{V_r}{r}\psi_1 - 2\frac{V_n}{r}\psi_2 - \frac{1}{r}\psi_4 ,$$

$$\dot{\psi}_2 = \frac{V_n}{r}\psi_1 - \psi_3 ,$$

$$\dot{\psi}_3 = -\frac{V_n V_r}{r^2}\psi_1 + \left(\frac{V_n^2}{r^2} - 2\frac{\mu}{r^3}\right)\psi_2 + \frac{V_n}{r^2}\psi_4 , \qquad (8)$$

$$\dot{\psi}_4 = 0 ,$$

$$\dot{\psi}_5 = \frac{P}{m^2}\left(\psi_1 \cos\vartheta + \psi_2 \sin\vartheta\right)u .$$

2. Значения функции H и сопряженной переменной $\psi_5(t)$ терпят разрывы первого рода в моменты t_i (i=1,...,q)

$$-\frac{\partial F}{\partial t_i} + \left(H\right)_{t_i - 0} - \left(H\right)_{t_i + 0} = 0 , \qquad (9)$$

$$\psi_5(t_i - 0) - \psi_5(t_i + 0) + \left(\frac{\partial F}{\partial m}\right)_{t_i - 0} + \left(\frac{\partial F}{\partial m}\right)_{t_i + 0} = 0 , \qquad (10)$$

где $F = \sum_{i=1}^{q} \alpha_i f_i$; α_i – неопределенные постоянные множители Лагранжа.

Кроме этого

$$(H)_T = 0, \qquad (11)$$

так как конечный момент времени T свободен.

3. Сопряженные переменные $\psi_1(t), \psi_2(t), \psi_3(t)$ в моменты времени t_i (i=1,...,q) непрерывны. Из концевых условий (условий трансверсальности) следует, что значения сопряженных переменных $\psi_1,...\psi_5$ в момент времени T удовлетворяют соотношениям:

$$\psi_1(T) = -2\nu_1 V_r(T) - \nu_2 r(T) , \qquad (12)$$

$$\psi_2(T) = -2\nu_1 V_r(T) , \qquad (13)$$

$$\psi_3(T) = -2\frac{\nu_1 \mu}{r^2(T)} - \nu_2 V_n(T) , \qquad (14)$$

$$\psi_4(T) = 0 , \qquad (15)$$

$$\psi_5(T) = 1 , \qquad (16)$$

где ν_1, ν_2 – неопределенные постоянные множители Лагранжа.

4. Если значения параметров $\sim_0, P^0_{у.п.}$ не заданы, то должны выполняться два соотношения [6]:

$$\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{\partial F}{\partial \sim (t_i - 0)} + \frac{\partial F}{\partial \sim (t_i + 0)}\right) - \int_{t_0}^{T} \frac{\partial H}{\partial \sim} dt = 0 \quad , \qquad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{\partial F}{\partial P_{у.п.}(t_i - 0)} + \frac{\partial F}{\partial P_{у.п.}(t_i + 0)}\right) - \int_{t_0}^{T} \frac{\partial H}{\partial P_{у.п.}} dt = 0 \quad . \qquad (18)$$

5. Функции оптимального изменения угла $\ddot{}(t)$ и управления $u(t)$ определяются из требования максимума функции Гамильтона по переменным $\ddot{}$ и u. В рассматриваемом случае имеем ([2] и [3]):

$$\sin \ddot{} = \frac{\cdot_2}{\sqrt{\cdot_1^2 + \cdot_2^2}}, \quad \cos \ddot{} = \frac{\cdot_1}{\sqrt{\cdot_1^2 + \cdot_2^2}} \ , \qquad (19)$$

$$u(t) = \begin{cases} 1, \text{если } \Phi > 0 \\ 0, \text{если } \Phi \le 0 \end{cases} . \qquad (20)$$

Таким образом, особенности скачкообразного изменения параметров в рассматриваемой задаче оптимизации добавляют к известным необходимым условиям (8), (11) – (16), (19), (20) для систем без скачков условия (9), (10), (17), (18).

На основании полученных необходимых условий можно сделать заключение, что определение решения рассматриваемой задачи оптимизации сводится к краевой с 8+2q неизвестными постоянными, для определения которых имеется 8+2q уравнений. Действительно, с учетом (16) и равенства $\ddot{}_4(t) = 0$ (это следует из (8) и (15)) неизвестными постоянными являются: $\sim_0$, $P^0_{у.п.}$, $\cdot_{10} = \cdot_1(t_0)$, $\cdot_{20} = \cdot_2(t_0)$, $\cdot_{30} = \cdot_3(t_0)$, $t_1, \ldots, t_q, T$, $ª_1, \ldots, ª_q$, $«_1$, $«_2$ – всего 8+2q. И, соответственно, 8+2q уравнений: (4), (5), (9), (11),…, (14), (17), (18).

Вводя вместо дополнительных переменных $\cdot_1$, $\cdot_2$, $\cdot_3$ переменные $\ddot{}$, $\ddot{}$ и b по формулам [3]

$$\begin{aligned} \cdot_1 &= b \sin \ddot{} , \\ \cdot_2 &= b \cos \ddot{} , \\ \cdot_3 &= -b\left[\frac{V_n}{r}\cos \ddot{} + \frac{V_r}{r}\sin \ddot{} + \left(\ddot{} - \frac{V_n}{r}\right)\frac{1}{\cos \ddot{}}\right], \end{aligned} \qquad (21)$$

($b \ge 0$)

получим, что оптимальный закон изменения угла $\ddot{}(t)$ будет определяться дифференциальным уравнением второго порядка [3]

$$\dddot{} = \frac{P}{mr}\cos \ddot{} - \frac{3}{2}\sin 2\ddot{} - 2\frac{V_r}{r}\ddot{} - 2\left(\ddot{} - \frac{V_n}{r}\right)\left(\ddot{} - \frac{V_n}{r}\right)\operatorname{tg} \ddot{} \qquad (22)$$

и

$$b = b\left[\frac{V_r}{r} + \left(\ddot{} - 2\frac{V_n}{r}\right)\operatorname{tg} \ddot{}\right] , \qquad (23)$$

$$\therefore_5 = b\frac{P}{m^2}\quad\cdot \tag{24}$$

Функции H и Φ после замены переменных представляются в виде:

$$H = \Phi u + b\left[\left(\frac{V_n^2 - V_r^2}{r} - \frac{«}{r^2}\right)\sin\ddot{\ } - \left(\ddot{\ } - 2\frac{V_n}{r}\sin^2\ddot{\ }\right)\frac{V_r}{\cos\ddot{\ }}\right], \tag{25}$$

$$\Phi = \sim\left(\frac{b}{m}g_0 P_{у.п.} - \cdot_5\right)\ . \tag{26}$$

Из выражения (25) определяем:

$$\frac{\partial H}{\partial\sim} = \frac{b}{m}g_0 P_{у.п.} - \cdot_5\ ,\quad \frac{\partial H}{\partial P_{у.п.}} = \frac{b}{m}g_0\sim\quad . \tag{27}$$

Подставляя (27) в (17) и (18), получим:

$$\sim_0 = \sum_{i=1}^{q}\left[\frac{1}{g_0 c_0}\left(\frac{\partial F}{\partial P_{у.п.}(t_i - 0)} + \frac{\partial F}{\partial P_{у.п.}(t_i + 0)}\right) + \Delta\sim_i c_i\right]\ , \tag{28}$$

$$P_{у.п.}{}^0 = \frac{1}{g_0 c_0}\left[\sum_{i=1}^{q}\left(\frac{\partial F}{\partial\sim(t_i - 0)} + \frac{\partial F}{\partial\sim(t_i + 0)}\right) + \int_{t_0}^{T}\cdot_5 dt\right] + \sum_{i=1}^{q}\Delta P_{у.п.i}c_i\ , \tag{29}$$

где $c_0 = \int_{t_0}^{T}\frac{b}{m}dt$; $c_i = \dfrac{\int_{t_i}^{t_{i+1}}\frac{b}{m}dt}{c_0}$; $\Delta\sim_i = \sum_{j=1}^{i}\Delta\sim^{(j)}$; $\Delta P_{у.п.i} = \sum_{j=1}^{i}\Delta P_{у.п.}{}^{(j)}$.

Полученные выражения (28) и (29) определяют оптимальные значения секундного расхода и удельной тяги на участке траектории перехода $[t_0, T]$, которые также определяют последующие значения этих параметров на участках $[t_i, t_{i+1}]$ с учетом их скачкообразного изменения на заданные значения (3). Кроме этого, соотношения (28), (29) позволяют в полученной краевой задаче сократить число начальных неизвестных параметров на два, т. е. число их становится 6+2q.

В качестве примера рассмотрим задачу оптимизации для случая одной точки переключения тяги с максимального значения на минимальное. Это имеет место, например, когда можно использовать тягу рулевого двигателя вместо основного на заключительном этапе выведения полезного груза на высокую круговую орбиту. В этом случае выведения параметр управления u = 1, так как $\Phi > 0$. Пусть $\sim^{ос}, P^{ос}_{у.п.}$ и $\sim^{р}, P^{р}_{у.п.}$ – массовый секундный расход и пустотная удельная тяга основного и рулевого двигателей соответственно, r_k – радиус конечной круговой орбиты и $t = t_1$ – момент времени переключения тяги двигателя с основного режима на рулевой. Так как q = 1, то из (9) будем иметь только одно соотношение:

$$(H)_{t_1 - 0} - (H)_{t_1 + 0} = 0\ . \tag{30}$$

Соотношение (30) является уравнением для определения момента времени t_1. Координаты $¬_r(t),...,m(t)$ и переменные $¨(t), ¨(t), b(t), \cdot_5(t)$ в точке $t = t_1$ являются непрерывными функциями, поэтому после некоторых преобразований соотношение (30) приводится к виду:

$$g_0 \frac{b_1}{m_1} \frac{\sim^{oc} P_{у.п.}{}^{oc} - \sim^{p} P_{у.п.}{}^{p}}{\sim^{oc} - \sim^{p}} - \cdot_{51} = 0\,, \qquad (31)$$

где $b_1, m_1, \cdot_{51}$ – значения, соответствующие моменту времени $t = t_1$.

Рассмотрим функцию:

$$\Phi = g_0 \frac{b}{m} \frac{\sim^{oc} P_{у.п.}{}^{oc} - \sim^{p} P_{у.п.}{}^{p}}{\sim^{oc} - \sim^{p}} - \cdot_{5}\,. \qquad (32)$$

Функция (32) в момент времени $t = t_1$ обращается в нуль. Так как в рассматриваемой задаче оптимизации имеется только одна точка, в которой необходимо изменить значения удельной тяги и массового секундного расхода с целью обеспечения оптимального режима работы двигателя, то функцию (32) можно принять в качестве функции переключения, которая по структуре отличается от принятой (26).

Для обеспечения выхода на заданную круговую орбиту радиуса $r = r_k$ необходимо подобрать такие значения $¨_0 = ¨(t_0), ¨_0 = ¨(t_0)$ и определить такие t_1 и T (момент времени выхода на круговую орбиту), чтобы выполнялись равенства:

$$\begin{gathered} ¬_r(¨_0, ¨_0, t_1, T) = 0, \\ ¬_n(¨_0, ¨_0, t_1, T) = \sqrt{\frac{«}{r_k}}\,, \\ r(¨_0, ¨_0, t_1, T) = r_k\,, \\ g_0 \frac{b(t_1)}{m(t_1)} \frac{\sim^{oc} P_{у.п.}{}^{oc} - \sim^{p} P_{у.п.}{}^{p}}{\sim^{oc} - \sim^{p}} - \cdot_5(t_1) = 0\,. \end{gathered} \qquad (33)$$

При заданном t_0 значение b_0 определяется через значения $¨_0$ и $¨_0$ из равенства $(H)_{t_0} = 0$ и, следовательно, до начала движения неизвестными являются значения параметров $¨_0$, $¨_0$ и моментов времени t_1, T. Таким образом, задача выведения максимального полезного груза на заданную круговую орбиту сводится к определению решения краевой задачи, у которой необходимо определить четыре неизвестных параметра $¨_0, ¨_0, t_1, T$, удовлетворяющих четырем уравнениям (33).

Если в рассматриваемом примере $\sim^{oc} = \sim^{p}$, то из (33) следует, что $P_{у.п.}{}^{oc} - P_{у.п.}{}^{p} = 0$ и точка переключения в промежутке $[t_0, T]$ отсутствует. Так как наименьшее значение функционала (6) будет достигаться при наибольшем значении $P_{у.п.}$ (время перехода меньше), то точка переключения совпадает с начальным временем движения $t_1 = t_0$, в которой принимается

$$P_{у.п.} = \max\left\{P_{у.п.}{}^{ос}, P_{у.п.}{}^{р}\right\}.$$

Если $\sim^{ос} \neq \sim^{р}$ и $P_{у.п.}{}^{ос} = P_{у.п.}{}^{р}$, то имеем известную задачу оптимизации [2] с непрерывной функцией переключения.

Решение задачи оптимального перехода КА между круговыми орбитами, рассмотренное в [8], было получено в предположении, что массовый секундный расход и пустотная удельная тяга двигателя оставались неизменными при сходе КА с начальной орбиты и выходе на конечную. Однако заключительный этап выведения КА на заданную орбиту осуществляется, как правило, разгонным блоком, тяга двигателя которого может иметь секундный расход и пустотную удельную тягу, отличные от этих характеристик на исходной орбите. Имеем скачкообразное изменение параметров $\sim, P_{у.п.}$.

В этом случае перехода при скачкообразном изменении параметров $\sim$ и $P_{у.п.}$ из необходимых условий оптимальности, полученных выше, следует, что на отрезке времени $\left[t_0, T\right]$ функция H равна нулю, так как конечный момент времени T не зафиксирован и момент времени скачкообразного изменения параметров $\sim, P_{у.п.}$ расположен на интервале времени движения КА с выключенным двигателем. Этот момент времени (момент скачкообразного изменения параметров) на интервале отрицательного значения функции переключения необходимо подобрать таким образом, чтобы суммарная затрата топлива на исходной и конечной орбитах была наименьшей. При этом необходимое условие равенства нулю функции H на отрезке $\left[t_0, T\right]$ не будет нарушаться.

Таким образом, получены дополнительные необходимые условия оптимальности, учитывающие скачкообразность изменения параметров $\sim, P_{у.п.}$ и m в определенные моменты времени в промежутке $\left[t_0, T\right]$ для задач оптимального по минимуму расхода топлива перехода КА между орбитами в центральном ньютоновском поле. Эти условия определяются соотношениями (9), (10), (17), (18), приложения которых проиллюстрированы примерами.

1. Исследование оптимальных режимов движения ракет : Сборник статей. – М. : Оборонгиз, 1959. – 293 с.
2. Методы оптимизации с приложениями к механике космического полета / Под редакцией *Дж. Лейтмана*. – М. : Наука, 1965. – 538 с.
3. *Комаров В. Г.* Об одном возможном подходе к исследованию оптимальных траекторий перехода между компланарными орбитами / *В. Г. Комаров* // Космические исследования на Украине. – 1982. – Вып. 16. – С. 70 – 73.
4. *Григорьев К. Г.* Оптимальное выведение космического аппарата с поверхности Луны на круговую орбиту ее спутника / *К. Г. Григорьев, М. П. Заплетин, Д. А. Силаев* // Космические исследования на Украине. – 1991. – Т. 29, Вып. 5. – С. 695 – 704.
5. *Эльясберг П. Е.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли / *П. Е. Эльясберг.* – М. : «Наука», 1965. – 540 с.
6. *Комаров В. Г.* Принцип максимума в задачах оптимального управления, характеризуемых скачкообразным изменением параметров / *В. Г. Комаров* // Динамика и управление движением : сборник. – Киев : Наукова думка, 1978. – С. 14 – 17.
7. *Троицкий В. А.* Оптимальные процессы колебаний механических систем / *В. А. Троицкий*. – Ленинград : «Машиностроение», 1976. – 248 с.
8. *Комаров В. Г.* Решение в квадратурах некоторых задач оптимального управления космическим аппаратом / *В. Г. Комаров* // Техническая механика. – 2012. – № 3. – С. 98 – 111.

Получено 04.08.2014,
Днепропетровск — в окончательном варианте 29.08.2015