УДК 662.758:629.78 https://doi.org/10.15407/itm2022.03.047

Ю. В. КНИШЕНКО[1], В. М. ДУРАЧЕНКО[2]

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОБОТИ СИСТЕМИ РІЗНОМАСШТАБНИХ ДВОКОМПОНЕНТНИХ РЕАКТИВНИХ ДВИГУНІВ МАЛОЇ ТЯГИ

[1]Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail:knyshenko@ukr.net
[2]Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М. К. Янгеля»,
вул. Криворізька, 3, 49008, Дніпро, Україна; e-mail: vmd010255@gmail.com

Мета роботи – модифікація комплексної математичної моделі системи двокомпонентних реактивних двигунів малої тяги на базі використання числового методу характеристик в системі паливних трубопроводів з урахуванням різних швидкостей звуку для окислювача та пального при єдиному способі дискретизації паливних магістралей. Представлено уніфікований підхід при числовій реалізації методу характеристик для обох компонентів палива для регулярних розрахункових перерізів (внутрішніх для конструктивних ділянок зі сталими геометричними і пружними параметрами) та граничних перерізів на входах до системи трубопроводів, стиках ділянок і входах до двигунів по кожному з компонентів палива. При цьому враховуються гідравлічні опори паливних форсунок, електрокерованих паливних клапанів та поточні тиски в камерах згоряння двигунів. Роботу математичної моделі проілюстровано на прикладі попереднього проєктування системи різномасштабних двигунів малої тяги, призначеної для забезпечення керування рухом космічного апарата навколо центра мас за тангажем, рисканням та креном, а також для реалізації переходу космічного апарата на нову орбіту (більш високу або більш низьку), для маневрування та стиковки з іншим космічним апаратом. Отримані розрахункові результати демонструють можливість визначення основних гідравлічних та газодинамічних параметрів системи на неусталених режимах роботи: розподіл тисків та витрат компонентів палива на входах до кожного з двигунів, тиски в камерах згоряння та тягові характеристики кожного з них, взаємний вплив двигунів на їх тягові характеристики на прикладі варіювання прохідних перерізів паливних колекторів у сталих (безперервних) та неусталених імпульсних режимах роботи всіх або частини двигунів. Запропоновану математичну модель може бути використано для розрахункового обґрунтування конструктивних та режимних параметрів при розробці технічної пропозиції або при проведенні попереднього проєктування для визначення загального вигляду системи двигунів. Детальна інформація про робочі гідравлічні та газодинамічні параметри системи двигунів є важливим доповненням до результатів наземного відпрацювання як одиночних двигунів, так і їх системи в умовах, що моделюють льотні експлуатаційні режими.

Ключові слова: *система реактивних двигунів малої тяги, комплексна математична модель, числовий метод характеристик, результати розрахунку, тяга, витрати палива.*

The aim of this work is to modify a comprehensive mathematical model of a system of two-component low-thrust jet engines using the numerical method of characteristics in the propellant pipeline system with account for different sound speeds in the oxidizer and the fuel employing a unified method of pipeline discretization. This paper presents a unified approach to a numerical implementation of the method of characteristics for both fuel components and for regular computational cross-sections (internal for structural sections with constant geometrical and elastic parameters) and terminal cross-sections at the pipeline system inlets, the section joints, and the engine inlets for each propellant components. The approach accounts for the hydraulic resistances of the propellant injectors and electric propellant valves and the actual pressures in the engine combustion chambers. The performance of the mathematical model is illustrated by the example of the predesigning of a system of different-scale low-thrust engines to control the motion of a spacecraft relative to its center of mass in pitch, yaw, and roll and transfer the spacecraft to a new orbit (higher of lower) for maneuvering and docking with another spacecraft. The computed results show the possibility of determining the key hydraulic and gas-dynamic parameters of the system in transient conditions: the pressure and propellant component flow rate distribution at the inlet of any of the engines, the combustion chamber pressure and thrust characteristics of each engine, and the mutual effect of the engines on their thrust characteristics by the example of varying the flow areas of the propellant manifolds in the steady (continuous) and unsteady pulsed operation of all engines or some of them. The proposed mathematical model may be used in the computational justification of design parameters and operating conditions in the preparation of a draft proposal or in the predesign determination of an engine system configuration. Detailed information on the hydraulic and gas-dynamic performance parameters of an engine system is an important complement to the results of a ground tryout of both single engines and an engine system in conditions that simulate the flight environment.

Keywords: *low-thrust jet engine system, comprehensive mathematical model, numerical method of characteristics, computed results, thrust, propellant flow rate.*

Вступ. В якості виконавчих органів системи керування рухом верхніх ступенів ракет-носіїв (розгінних блоків) та космічних апаратів (КА), призначених для міжорбітальних переходів та маневрових робіт з причалювання та стиковки з іншими КА, використовуються системи реактивних двигунів, тягові характеристики яких суттєво відрізняються в залежності від завдань, що на них покладаються. Для живлення системи цих двигунів бажано використання одного й того ж палива, яке подається до всіх двигунів з єдиного джерела (баків), що забезпечує зменшення масової складової рушійних установок. Найбільш поширеним видом палива для цих цілей є двокомпонентні варіанти (пальне + окислювач), які при змішуванні в камерах згоряння (КЗ) самозаймаються.

Побудова математичної моделі системи двокомпонентних двигунів має враховувати відмінності у фізичних характеристиках паливних компонентів у частині густини, в'язкості, швидкості звуку, тиску насичених парів, розчинності газів в паливних баках. Крім того, магістралі живлення компонентів палива (КП) мають різні конструктивні конфігурації, різні тиски подачі компонентів до трубопроводів живлення. Характерним для систем двигунів, що забезпечують рух навколо центра мас КА за тангажем, рисканням та креном, є робота в імпульсних режимах, що відзначається різними рівнями шпаруватості.

При розрахунковому обґрунтуванні системи реактивних двигунів малої тяги (РДМТ) різного масштабу використовується комплексна математична модель, яка враховує неусталений рух КП у складних розгалужених трубопровідних системах, які забезпечують подачу кожного з компонентів до паливних електрокерованих клапанів на голівках КЗ, роботу клапанів при подачі та знятті напруги на котушки електромагнітів, що забезпечують доступ КП до КЗ двигунів, в яких відбуваються неусталені термогазодинамічні процеси з утворенням продуктів згоряння (ПЗ), які витікають через соплові пристрої та забезпечують реактивну тягу [1 – 4]. Сумісна робота цих моделей забезпечується завданням режимів запусків, зупинок та пауз у роботі кожного з двигунів відповідно до програми відпрацювання цієї системи.

Наявність комплексної математичної моделі системи реактивних двигунів малої тяги дозволяє на стадіях розробки технічних пропозицій та попередніх проєктних напрацювань оцінити загальний вигляд системи, сформулювати вимоги для проведення наземних випробувань на всіх етапах проєктування.

У льотних умовах режими роботи заздалегідь невідомі, але можуть бути відтворені при аналізі телеметричних даних з системи керування та реактивних двигунів, які є її виконавчими органами у штатних та позаштатних випадках. Модифіковану математичну модель проілюстровано на прикладі передпроєктної розробки рушійної установки, яка може знайти використання для широкого класу задач, пов'язаних зі стиковками КА та корекцією помилок виведення КА за періодом обертання, з підтримкою його в період активного існування.

Алгоритм розрахунку термогазодинамічних процесів в камерах згоряння реактивних двигунів малої тяги. Математичний опис неусталених процесів в КЗ РДМТ проводиться у квазістаціонарній постановці, базуючись на середньооб'ємній моделі процесів у об'ємі КЗ. Для визначення тисків продуктів згоряння (ПЗ) в КЗ необхідно знати їх склад, який визначає їх газову сталу $R_{пз}$ та температуру $T_{пз}$ у залежності від витрат компонентів палива та їх співвідношення. З урахуванням цього перед проведенням розрахунків щодо роботи системи двигунів необхідно визначення працездатності обраного палива відповідно до його хімічного складу, ентальпій утворення, очікуваного тиску у камерах згоряння з урахуванням співвідношення $\varepsilon = F_a / F_{\text{кр}}$ (де F_a – площа зрізу надзвукового сопла, $F_{\text{кр}}$ – площа критичного перерізу сопла). З використанням програмного комплексу АСТРА 4 [5 – 6] проведено розрахунок працездатності $R_{\text{пз}}T_{\text{пз}}$ найбільш поширеного двокомпонентного палива, що складається з несиметричного диметилгідразину (НДМГ) – пальне, та азотного тетраоксиду (АТ) – окислювач [7].

Результати розрахунку $R_{\text{пз}}T_{\text{пз}}$ у залежності від співвідношення окислювача та пального представлено на рис. 1.

Для визначення тиску у КЗ для двокомпонентних рідинних двигунів використовується диференційне рівняння [8]

$$\frac{dp_{\text{кз}}}{dt} + \xi\Psi p_{\text{кз}} = \eta \frac{R_{\text{пз}}T_{\text{пз}}}{V_{\text{кз}}}\left[G_{\text{о}}(t - \tau_k) + G_{\text{п}}(t - \tau_k)\right], \qquad 1)$$

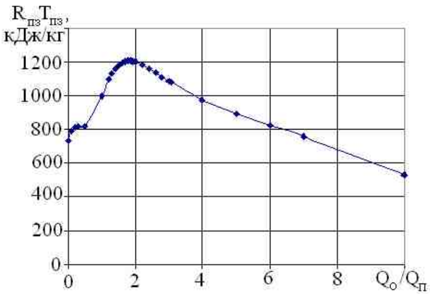


Рис. 1

де $\Psi = A_n (R_{\text{пз}}T_{\text{пз}})^{0,5} F_{\text{кр}} / V_{\text{кз}}$; τ_k – час загального запізнення займання компонентів палива; $A_n = \sqrt{\gamma\left(2/(\gamma+1)\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}$; $p_{\text{кз}}$ – тиск у КЗ; $V_{\text{кз}}$ – об’єм КЗ; $G_{\text{о}}$, $G_{\text{п}}$ – поточні витрати окислювача і пального, що надходять до КЗ; γ – показник адіабати; ξ, η – поправні множники, що визначаються за даними вогневих випробувань одиночних двигунів конкретного виконання [3].

С прийнятною для практики точністю час запізнювання τ_k для камер згоряння двигунів малої тяги може бути оцінено за залежністю [8]

$$\tau_k = 0{,}04\tau_k^o V_{\text{кз}} / F_{\text{кр}}; \quad \tau_k^o = 0{,}1\,\text{мс}; V_{\text{кз}} - \text{в мм}^3; F_{\text{кр}} - \text{в мм}^2.$$

Розв’язання рівняння (1) для кожного з двигунів проводиться за початкових умов: $p_{\text{кз}}^k(0) = p_h$ (k – номер двигуна, p_h – зовнішній тиск).

Для визначення тягових характеристик двигунів малої тяги використано залежності, справедливі для їх роботи у стаціонарних режимах

$$R = G \cdot u_a + (p_a - p_h) \cdot F_a ,$$

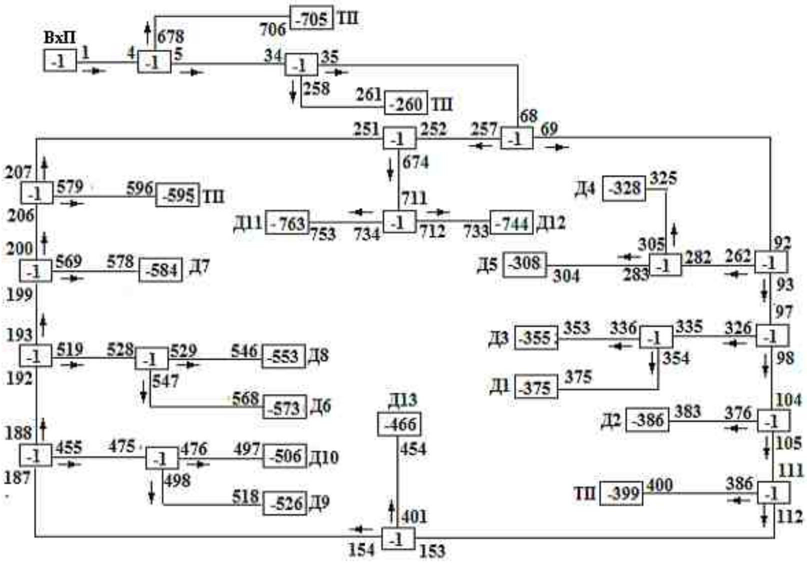
де $G = G_{\text{п}} + G_{\text{о}}$ – масова витрата продуктів згоряння; u_a , p_a – швидкість газу і статичний тиск на зрізі сопла; p_h – зовнішній тиск; F_a – площа зрізу сопла. Параметри на зрізі сопла u_a , p_a та число Маха M_a визначаються за ізоентропійними залежностями.

Формалізований опис конфігурацій складних паливних трубопровідних магістралей. Величина тисків у КЗ двигунів, як видно з рівняння (1), визначається кількістю і співвідношенням компонентів палива (КП), які потрапляють до них з магістралей живлення. Для визначення тисків та витрат КП на входах до двигунів необхідно проведення розрахунку гідравлічних процесів в паливних магістралях, які являють собою системи складних розгалужених трубопроводів для кожного з КП з під’єднанням відповідних перерізів до кожного з двигунів через електрокеровані паливні клапани, робота яких (закриття / відкриття) відбувається згідно з командними сигналами від системи керування рухом КА. Детальну математичну модель роботи паливних клапанів представлено в роботі [2]. Гідравлічні параметри таких магістралей описуються системами рівнянь у частинних похідних гіперболічного типу. Для розрахунку гідравлічних процесів використовується числове розв’язання цих рівнянь методом характеристик. Для побудови кінцево-різницевої сітки за координатою і часом розгалужені трубопровідні системи окислювача і пального представляються у вигляді двовимірних матриць $M_{\text{о}}$ і $M_{\text{п}}$. У цих матрицях на місцях елементів, що відповідають розрахунковим перерізам дискретизованих трубопроводів з кроками $\Delta x^{\text{о}}$ і $\Delta x^{\text{п}}$, стоять номера цих точок. Нумерація їх може бути довільною, але впорядкованою у границях кожної з внутрішніх конструктивних ділянок. В залежності від значень елементів матриць, що знаходяться окіл розрахункової точки, вона класифікується або як регулярна (що знаходиться всередині конструктивної ділянки), або як гранична (вихід з баку, вхід до КЗ РДМТ, переріз тупикового трубопроводу, стик трубопроводів, клапан, жиклер тощо) [2 – 4].

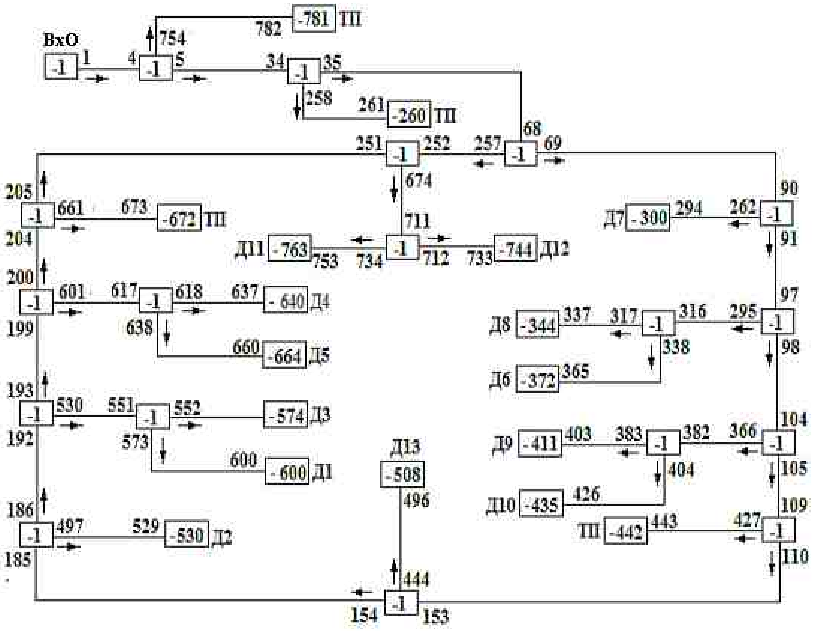
Для ілюстрації запропонованого методу опису системи паливного живлення різномасштабних реактивних двигунів розглянуто попередню проєктну розробку системи, призначену для забезпечення керування рухом космічного апарата навколо центра мас за тангажем, рисканням та креном, а також для реалізації переходу космічного апарата на нову орбіту (більш високу або більш низьку), для маневрування та стиковки з іншим космічним апаратом.

На рис. 2 наведено схеми живлення системи реактивних двокомпонентних РДМТ пальним (рис. 2, а)) та окислювачем (рис. 2, б)).

Подача КП до двигунів забезпечується за допомогою газового витискання з баків через гнучкі мембрани. Рівні тисків КП достатні для запобігання виділенню газів, розчинених у компонентах палива. Додатні числові значення на схемах відповідають значенням елементів матриць пального та окислювача на граничних перерізах конструктивних ділянок, а від’ємні числа (–1) у квадратиках відображають стики ділянок та перерізи на входах до паливних магістралей. Від’ємне значення у перерізах, що відповідають входам до двигунів у сумі з номером перерізу, що передує входу, дає номер двигуна за модулем, що використовується для визначення термогазодинамічних параметрів у камері згоряння цього двигуна. Кінцеві перерізи тупикових ділянок трубопроводів визначаються аналогічно, але відповідна сума повинна бути рівною нулю. Номера двигунів у системах пального та окислювача позначено на схемах як Д1, Д2,…Д13, перерізи тупикових ділянок як ТП, входи до систем, що відповідають виходам з баків пального та окислювача як ВхП та ВхО.



а)



б)

Рис. 2

Дане представлення магістралей живлення доповнюється такою інформацією:

– завданням кроку дискретизації паливних систем; загальної кількості розрахункових точок; розмірності матриць, що описують конфігурацію паливних магістралей;

– розрахунковим точкам, що є суміжними до стиків конструктивних ділянок, включаючи і вхід до системи, присвоюється знак, що відповідає напряму руху відповідного компоненту – якщо рух спрямовано від сингулярного вузла, ознака $s_i = -1$, всім іншим розрахунковим точкам присвоюються значення цього параметра, рівного +1 (на схемах напрями руху позначено стрілками);

– розрахунковим точкам на всіх конструктивних ділянках присвоюються значення прохідних перерізів та товщини стінок трубопроводів; для кожного з двигунів задається значення розрахункових точок на входах до кожного з двигунів за системами окислювача і пального, розрахункове значення місцевого гідравлічного опору паливного клапана та форсунок, приведене до швидкості руху компонента у паливному трубопроводі на вході до відповідного двигуна, його критичний переріз, об'єм камери згоряння, вихідний переріз надзвукового сопла, початковий тиск у камері згоряння (див. табл. 1);

– для стику двох або трьох конструктивних ділянок трубопроводів задаються коефіцієнти місцевих гідравлічних опорів, приведені до швидкостей у перерізах за стиком у напряму руху компонента палива або перед стиком;

– густина, температура та коефіцієнти в'язкості, стисливості та тиски насичених парів КП, коефіцієнти пружності матеріалу трубопроводів, швидкості звуку КП у безмежному просторі за заданої температури;

– механічні, електромагнітні та гідравлічні параметри паливних клапанів;

– завдання режимів роботи керуючих двигунів у часі: початок команди на відкриття паливних клапанів кожного з двигунів, часовий інтервал роботи та паузи у вмиканнях.

Послідовне сканування матриць та класифікація розрахункових точок полягає у такому:

– якщо розрахункова точка є нульовою або має від'ємне значення – відбувається перехід до наступної точки;

– якщо значення розрахункової точки дорівнює напівсумі значень елементів матриць окіл неї – розрахунок тиску і масової швидкості на новому кроці за часом, проводиться за залежностями для регулярних точок;

– якщо значення розрахункової точки є рівним 1, що відповідає входу компонента палива до трубопроводів живлення, розрахунок шуканих параметрів проводиться за залежностями, що враховують функціональну залежність тиску від масової швидкості у вхідному перерізі трубопровідної системи;

– якщо значення розрахункової точки відповідає входу до одного з двигунів, проводиться перевірка стану відповідного паливного клапана:

1) він відповідно до заданої циклограми його роботи є у закритому стані (місцевий гідравлічний опір на вході до двигуна має штучно дуже велике значення), тому витрати паливного компонента близькі до нуля;
2) на котушку електромагніта паливного клапана подано напругу від системи керування для його відкриття – розв'язуються система рівнянь щодо руху тарелі клапана для відкриття;
3) обидва клапани (пального та окислювача) у відкритому стані, проводиться числове розв'язання рівняння щодо визначення тиску у камері згоряння даного та інших двигунів з відкритими клапанами на часовому інтервалі методу характеристик;
4) з паливних клапанів знято напругу від системи керування для їх закриття, розв'язуються системи рівнянь щодо руху тарелі клапана для закриття; після його закриття виконується процедура згідно з п. 1);

– якщо значення розрахункової точки відповідає тупиковому перерізу – виконується розрахунок тиску для нульового значення масової швидкості;

– якщо значення розрахункової точки відповідає стику двох трубопроводів різного діаметру або зосередженому місцевому гідравлічному опору – відбувається перехід до розрахунку тисків та масових швидкостей на стику з урахуванням напряму руху рідини;

– якщо значення розрахункової точки відповідає стику трьох конструктивних ділянок, то у залежності від суми ознак напрямів руху на стику s_i : при від’ємній сумі має місце трійник на розділення, в іншому разі – трійник на злиття; відповідно до цього проводяться розрахунки для цих трійників.

Розрахунковий алгоритм гідравлічних процесів для системи двигунів на двокомпонентному паливі. Течія кожного з компонентів палива в розгалуженій трубопровідній системі розглядається в гідравлічному наближенні та описується системою хвильових рівнянь для кожної з конструктивних ділянок трубопроводу, що характеризуються сталістю діаметрів, товщиною стінок труб та їх матеріалом [2 – 4]

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p_i^j}{\partial t} + (a_i^j)^2 \dfrac{\partial G_i^j}{\partial x_i^j} = 0; \\ \dfrac{\partial G_i^j}{\partial t} + \dfrac{\partial p_i^j}{\partial x_i^j} = \Phi_i^j; \\ i = 1, 2, \ldots N^j; \\ j = \text{о} \wedge \text{п}, \end{cases} \qquad (2)$$

де верхній індекс $j = \text{о}$ відповідає системі окислювача, $j = \text{п}$ – системі пального; x_i^j – координати за довжиною конструктивних ділянок; i – номери конструктивних ділянок КП; $G_i^j = \rho^j U_i^j$ – масові швидкості КП; ρ^j, U_i^j – густина та швидкість руху КП; a^j – швидкості звуку КП; $\Phi_i^j = -\lambda_i^j G_i^j \left|G_i^j\right| (2 D_i^j \rho^j)^{-1}$; D_i^j – перерізи трубопроводу на ділянках трубопроводів; λ_i^j – коефіцієнти гідравлічного опору КП.

Коефіцієнти гідравлічного опору потоків у квазістаціонарній постановці залежать від чисел Рейнольдса КП та шорсткості стінок трубопроводів Δ_i^j таким чином

$$\lambda_i^j = \lambda_i^j (Re_i^j, \overline{\Delta}_i^j),$$

де $Re_i^j = \rho^j U_i^j D_i^j / \mu^j$ – числа Рейнольда КП; $\overline{\Delta}_i^j = \Delta_i^j / D_i^j$ – відносна шорсткість стінок трубопроводів.

Швидкість розповсюдження збурень при неусталених режимах течії рідини в трубопроводах є основним параметром, що визначає хвильовий характер перехідних та нестаціонарних процесів. Для визначення швидкості звуку рідини в трубах використовується формула Жуковського [9]:

$$a_i^j = a_\infty^j \left[1 + K_i^j D_i^j / E_i^j \delta_i^j \right]^{-0,5},$$

де $¢_i^j$, E_i^j, K_i^j – товщини стінок та модулі пружності матеріалу на ділянках трубопроводів та компонентів палива; a_∞^j – швидкості звуку КП у необмеженому потоці рідини.

Якщо для магістралей кожного з КП застосовано труби з одного й того ж матеріалу і для всіх ділянок виконуються умови рівної міцності ($D_i^{\text{о}}/¢_i^{\text{о}} = c\text{onst}^{\text{о}}$, $D_i^{\text{п}}/¢_i^{\text{п}} = c\text{onst}^{\text{п}}$), то швидкості звуку для кожної з магістралей живлення будуть мати сталі значення.

Розв’язання рівнянь (2) виконується за таких початкових та граничних умов. Вважається, що на момент часу $t = 0$ течія КП в трубопроводах відсутня – $p_i^j(x_i^j, 0) = p_{\text{вх}}^j$, $G_i^j(x_i^j, 0) = 0$, ($i = 1, 2, \ldots N^{\text{j}}$, $j = \text{о} \wedge \text{п}$). Крайові умови визначаються співвідношеннями, що зв’язують значення тисків та витрат на стиках i-ої та ($i+1$)-ої конструктивних ділянок трубопроводів та на вхідних та вихідних перерізах магістралей кожного з компонентів. Більш детально ці умови розглянуто нижче.

Інтегрування системи (2) для кожного з КП здійснюється методом характеристик. Алгоритм числового розв’язання цих рівнянь для течії кожного з компонентів базується на постійній швидкості звуку ($a_i^j = \text{const}^j$, $j = \text{о} \wedge \text{п}$),

Рівняння характеристик системи (2) на кожній з конструктивних ділянок будуть

$$x^j + a^j t = ¶^j; \quad x^j - a^j t = ¦^j,$$

де ξ^j і η^j – параметри, що визначають лінію кожного з сімейств характеристик.

Диференціальні співвідношення вздовж характеристик кожного з сімейств мають вигляд

$$\frac{dp^j}{dt} \pm a^j \frac{dG^j}{dt} = \pm a^j \cdot {}^j. \tag{3}$$

Розіб’ємо площину змінних лініями $x^j = \text{const}^{\text{j}}$, при цьому крок за часом пов’язано з кроком розбиття за координатою та швидкістю звуку. Для виконання сталості кроку за часом для окислювача та пального має виконуватись умова

$$\Delta t = \Delta x^{\text{о}}/a^o = \Delta x^{\text{п}}/a^{\text{п}}.$$

Звідси випливає, що $\Delta x^{\text{о}}/\Delta x^{\text{п}} = a^{\text{о}}/a^{\text{п}} = \mu$.

Величина μ залежить від фізичних характеристик окислювача та пального, їх температурних параметрів і змінюється в межах від 0,7 до 1,07 [9]. Для побудови єдиного підходу до отримання розрахункових залежностей при реалізації методу характеристик в якості базового кроку приймається крок для окислювача $\Delta x^{\text{о}}$. Рівняння (3) вздовж додатної та від’ємної характеристик можна представити з точністю до малих вищого порядку у вигляді

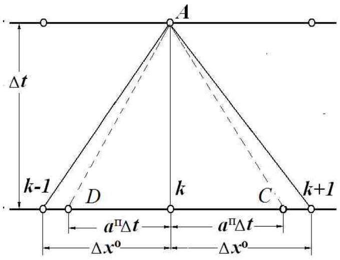


Рис. 3

$$\Delta p^j \pm \Delta G^j = \pm a^j \psi^j (p^j, G^j) \Delta t.$$

Застосовуючи ці формули до розрахункових сіток для магістралей окислювача згідно з рис. 3, отримаємо:

$$p_k^{о*} + a^{о} G_k^{о*} = p_{k-1}^{о} + a^{о} G_{k\text{-}1}^{о} + \cdot\ {}^{о}_{k-1}\Delta x о = R_{k-1};$$

$$p_k^{о*} - a^{о} G_k^{о*} = p_{k+1}^{о} - a^{о} G_{k+1}^{о} - \cdot\ {}^{о}_{k+1}\Delta x^{о} = R_{k+1}.$$

Звідки

$$p_k^{о*} = \left(R_{k-1} + R_{k+1}\right)/2;\ \ G_k^{о*} = \left(R_{k-1} - R_{k+1}\right)/(2\,a^{о}).$$

Тут верхній індекс «*» у шуканих функцій відноситься до їх значень на новому часовому шарі.

Характеристики для пального, які виходять з точки А, що відповідає обраному кроку за часом для окислювача, не приходять до вузлів, а перетинають вісь x на попередньому часовому шарі у точках *C* і *D*. Значення функцій в цих точках знаходяться шляхом інтерполяції за їх величинами у вузлах $k-1$, k, $k+1$

$$p_C^{п} = p_k^{п} + \frac{p_{k+1}^{п} - p_k^{п}}{\mu};\ G_C^{п} = G_k^{п} + \frac{G_{k+1}^{п} - G_k^{п}}{\mu};$$

$$p_D^{п} = p_k^{п} + \frac{p_{k-1}^{п} - p_k^{п}}{\mu};\ G_D^{п} = G_k^{п} + \frac{G_{k-1}^{п} - G_k^{п}}{\mu}.$$

Використовуючи співвідношення на характеристиках, що виходять з точок *C* і *D*, отримаємо залежності для визначення функцій $p_k^{п*}$ та $G_k^{п*}$ в розрахунковому вузлі k на новому часовому шарі $t + \Delta t$:

$$p_k^{п*} + a^{п} G_k^{п*} = p_D^{п} + a^{п} G_D^{п} + \cdot\ {}^{п}_{D} a^{п} \Delta t = R_D;$$

$$p_k^{п*} - a^{п} G_k^{п*} = p_C^{п} - a^{п} G_C^{п} - \cdot\ {}^{п}_{C} a^{п} \Delta t = R_C,$$

де $\cdot\ {}^{п}_{D} = -а^{п}_{D} G_D^{п} \left|G_D^{п}\right| (2D_j^{п} \circ^{п})$; $\cdot\ {}^{п}_{C} = -а^{п}_{C} G_C^{п} \left|G_C^{п}\right| (2D_j^{п} \circ^{п})$; $a^{п} = a^{о} / \mu$.

Остаточно

$$p_k^{п*} = \left(R_D + R_C\right)/2;\quad G_k^{п*} \left(R_D - R_C\right) / (2a^{п}).$$

Аналогічний підхід застосовується і далі при визначенні залежностей для граничних умов в системах живлення КП у скороченому символьному вигляді.

Реалізація граничних умов.

1. Входи до систем паливних трубопроводів. Для визначення тисків та масових швидкостей на початку трубопроводу з джерелами тисків (з баками) використовуються умова рівності тиску в даній розрахунковій точці та тиску на виході з баку і умова на характеристиці від'ємного нахилу, що приходить до точки 1 з попереднього часового шару. Для окислювача ця точка збігається з вузлом 2, а для пального – з точкою *E* (рис. 4). Розрахункові залежності для паливних магістралей в точці $k=1$ мають вигляд

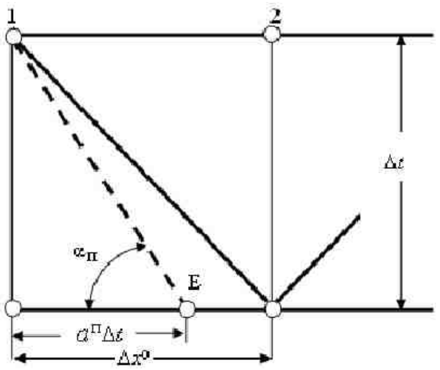


Рис. 4

$$p_l^{j*} = p_б^{j} - (1 + \mathrm{s}_{вх}^{j})(G_1^{j*})^2 / 2 \circ^{j}; \tag{4}$$

$$p_l^{j*} - a^j G_l^{j*} = p_l^j - a^j G_l^j - \cdot\ _l^j a^j \Delta t = R_l^{о}, \qquad (5)$$

де верхній індекс приймає значення $j = о \wedge п$; нижній індекс l =2 для окислювача, а для пального l =E з визначенням цих функцій шляхом інтерполяцій на попередньому часовому шарі; $\cdot\ _l^j = -а_l^{о} \dfrac{G_l^j \left|G_l^j\right|}{2 \circ\ ^j D_l^j}$; $s_{вх}^j$ – коефіцієнти гідравлічного опору входів з баків до трубопроводів системи подачі окислювача і пального.

Тиски p_1^{j*} у точках $k = 1$ визначаються відразу, якщо прийняти значення масових швидкостей у рівнянні (4) в цих точках з попереднього часового шару $G_1^{j*} = G_1^j$. Тоді з рівняння (5) слідує, що $G_1^{j*} = (p_1^{j*} - R_l^j)/a^j$.

2. Тупиковий переріз трубопроводу. Гранична умова у тупиковому перерізі трубопроводу полягає у тотожності нулю масової швидкості $G^j(k_T, t) = 0$. Використовуючи цю граничну умову та співвідношення на характеристиці додатного нахилу в k_T -ому вузлі розрахункової сітки згідно з рис. 5, отримуємо

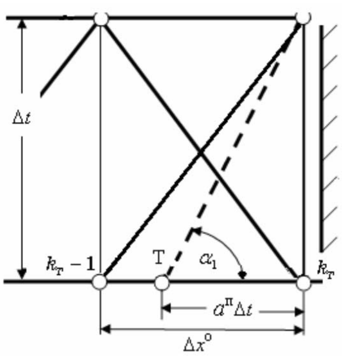


Рис. 5

$$\begin{cases} p_{k_T}^{j*} + a^j G_l^{o*} = p_l^j + a^j G_l^j + \ddot{\ }\ _l^j a^j \Delta t = R_l^{о}; \\ G_{k_T}^{o*} = 0, \end{cases} \qquad (6)$$

де $l = k_T - 1$ для окислювача, а для пального l =T з визначенням цих функцій шляхом інтерполяцій на попередньому часовому шарі;

$$\cdot\ _l^j = -а_l^{о} \frac{G_l^j \left|G_l^j\right|}{2 \circ\ ^j D_l^j}.$$

З (6) слідує, що $p_{k_T}^{j*} = R_l^{о}$.

3. Входи до двигунів. Гранична умова на виходах з трубопровідних систем виражається у вигляді функціонального зв’язку між тиском та масовими швидкостями окислювача $p^{о}(L_k^{о}, t) = F(G^{о}(L_k^{о}, t))$ і пального, $p^{п}(L_k^{п}, t) = F(G^{п}(L_k^{п}, t))$, де $L_k^{о}$ і $L_k^{п}$ – номера розрахункових перерізів на входах до k -го двигуна для відповідних компонентів.

Співвідношення на додатних характеристиках, що приходить до вузлів $L_k^{о}$ та $L_k^{п}$ (рис. 6), мають вигляд

$$p_{L_k^j}^{j*} + a^j G_{L_k^j}^{j*} = p_L^j + a^j G_L^j + \cdot\ _L^j a^j \Delta t = R_L^j, \qquad (7)$$

де нижні індекси $L = L_k^{о} - 1$ відповідають окислювачу, а індекси $L = F$ – пальному з визначенням функцій шляхом інтерполяцій на попередньому часовому шарі; $\cdot\ _L^j = -а_L^j \dfrac{G_L^j \left|G_L^j\right|}{2 \circ\ ^j D_L^j}$.

Масові швидкості окислювача та пального у цих перерізах визначаються гідравлічними параметрами витратних жиклерів, клапанів і форсунок, через які ці компоненти потрапляють до камери згоряння даного двигуна і можуть бути визначені за такою залежністю

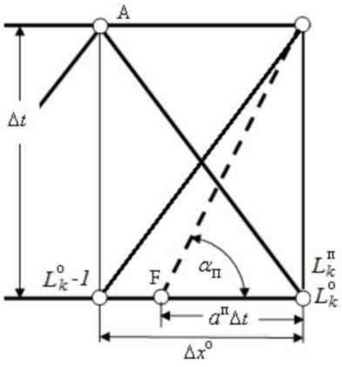


Рис. 6

$$G_{L_k^j}^{j*} = (\mathrm{s}^j)^{-0,5}\sqrt{2\circ^j\left(p_{L_k^j}^{j*} - p_k^{кз}\right)}\,, \qquad (8)$$

де $p_k^{кз}$ – тиск у камері згоряння k -го двигуна, який залежить від витрат КП, що надходять до КЗ, та їх співвідношення; s^j – коефіцієнти гідравлічного опору цих пристроїв, приведені до швидкостей у відповідних паливних трубопроводах.

Враховуючи співвідношення (7), з рівняння (8) отримуємо квадратне рівняння для визначення масової швидкості окислювача і пального на вході до камери згоряння k -го двигуна

$$\left(G_{L_k^j}^{j*}\right)^2 + \mathrm{A}^j G_{L_k^j}^{j*} + B^j = 0\,; \qquad (9)$$

де $A^j = 2a^j\circ^j/\mathrm{s}^j$; $B^j = 2\circ^j(p_k^{кз} - R_L^j)/\mathrm{s}^j$.

Розв'язання рівняння (9) визначає витрати окислювача і пального, що надходять до КЗ k -го двигуна

$$G_{L_k^j}^{j*} = -\mathrm{A}^j/2 + \sqrt{(\mathrm{A}^j/2)^2 - B^j}\ .$$

З використанням величин цих витрат та їх співвідношення визначається тиск у камері згоряння k -го двигуна та його тягові характеристики за описаним вище алгоритмом.

З рівняння (7) визначаються тиски окислювача і пального в паливних магістралях на входах до камери згоряння k -го двигуна

$$p_{L_k^j}^{j*} = p_k^{кз} + \frac{\mathrm{s}^j}{2\circ^j}\left(G_{L_k^j}^{j*}\right)^2 .$$

4. Стик двох трубопроводів, місцевий зосереджений гідравлічний опір. У відповідності з прийнятим представленням розгалуженої трубопровідної системи розрахунковим точкам, що відповідають стику трубопроводів, кількість яких не перевищує чотирьох, присвоюються номери: n_1, n_2, n_3, n_4. У випадку стику двох трубопроводів приймається, що $n_2 = n_3 = 0$. Ознаки напрямів руху s_i для кожного з компонентів палива на стику мають різні знаки.

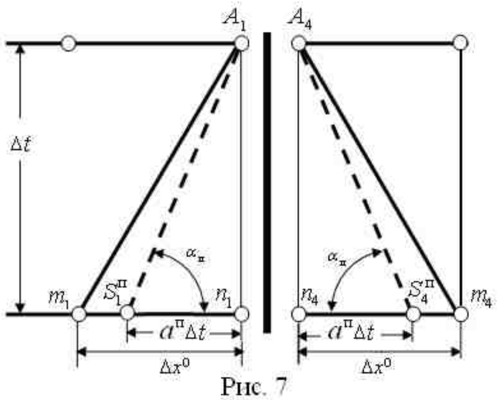


Рис. 7

Для того, щоб знайти значення функцій в точках A_1 и A_4 (див. рис. 7) у відповідних матрицях окислювача і пального на часовому шарі $t+\Delta t^{o}$, розглянемо характеристики, що виходять з цих точок. Характеристика додатного напряму з точки A_1, що відповідає швидкості звуку a^{o}, перетнеться з віссю x у точці m_1 (для $a^{п}$ – у точці $S_1^{п}$), а з точки A_4 – характеристика від'ємного напряму, що також відповідає швидкості звуку a^{o}, перетнеться з віссю x у точці m_4 (для $a^{п}$ – у точці $S_4^{п}$).

Співвідношення на характеристиках, баланс витрат та втрати тиску на стиках ділянок для компонентів палива являють собою замкнену систему алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} p_{n_1}^{j*}+a^{j}s_1G_{n_1}^{j*}=p_{M_1}^{j}+a^{j}s_1G_{M_1}^{j}+\cdot_{M_1}^{j}s_1\Delta t a^{j}=R_{M_1}^{j}; \\ p_{n_1}^{j*}=p_{n_4}^{j*}+\sim_4(G_{n_4}^{j})^2; \\ s_1G_{n_1}^{j*}F_{n_1}^{j}+s_4G_{n_4}^{j*}F_{n_4}^{j}=0; \\ p_{n_4}^{j*}+a^{j}s_4G_{n_4}^{j*}=p_{M_4}^{j}+a^{j}s_4G_{M_4}^{j}+\cdot_{M_4}^{j}s_4\Delta t a^{j}=R_{M_4}^{j}; \end{cases} \qquad (10)$$

де верхній індекс приймає значення $j=\text{о}\wedge\text{п}$; нижні індекси M_1 та M_4 приймають значення m_1 та m_4 для окислювача, а для пального відповідно $S_1^{п}$ та $S_4^{п}$ з визначенням цих функцій шляхом інтерполяцій; $\sim_4^{j}=\text{s}_{\text{n}_4}^{j}\big/(2\circ^{j})$; $\text{s}_{\text{n}_4}^{j}$ – коефіцієнт гідравлічного опору стику трубопроводів або зосередженого місцевого опору, віднесений до швидкості рідини за опором; $F_{n_1}^{j}, F_{n_4}^{j}$ – площі поперечних перерізів трубопроводів на стику ділянок; $s_1=\pm1$, $s_4=\mp1$. Функції $\cdot_{M_1}^{j}$ та $\cdot_{M_4}^{j}$ визначаються таким чином

$$\cdot_{M_1}^{j}=-\text{a}_{M_1}^{j}\frac{G_{M_1}^{j}\left|G_{M_1}^{j}\right|}{2\circ^{j}D_{M_1}^{o}};\quad \cdot_{M_4}^{j}=-\text{a}_{M_4}^{j}\frac{G_{M_4}^{j}\left|G_{M_4}^{j}\right|}{2\circ^{j}D_{M_4}^{o}}.$$

У другому рівнянні (10) масові швидкості КП приймаються рівними значенням з попереднього кроку за часом.

Розв'язання системи лінійних рівнянь (10) дозволяє визначити тиски компонентів палива та масові швидкості на стиках ділянок трубопроводів на новому часовому шарі з урахуванням місцевих гідравлічних опорів.

5 Стик трьох трубопроводів (трійник). Такий варіант стику трубопроводів найбільш часто зустрічається як один з елементів складних розгалужених трубопровідних систем. Трійники з гідравлічної точки зору поділяються в основному на трійники на злиття та трійники на розділення потоків.

Схему руху компонентів палива у трійниках та відповідні розрахункові точки наведено на рис. 8. Розрахунковим точкам на стику трубопроводів присвоюються номери: n_1, n_2 (або n_3), n_4. Позначення інших точок, що необхідні для формулювання розрахункового алгоритму, наведено нижче.

Для кожного з видів трійників існує по три варіанти напрямів течій в ньому. Для скорочення записів будемо вважати, що на стику трубопроводів

$n_3 = 0$, у противному випадку у виразах, що отримуються, необхідно індекс 2 замінити на індекс 3.

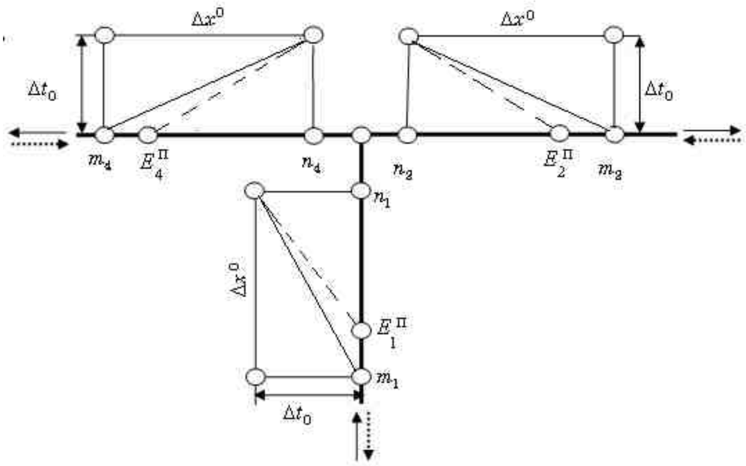


Рис. 8

Система рівнянь для визначення функцій $G_{n_i}^{j*}$ и $p_{n_i}^{j*}$ для окислювача і пального, що охоплює всі три варіанти течій для кожного з видів трійників, без урахування місцевих гідравлічних опорів складається з трьох співвідношень на характеристиках для кожного з трубопроводів та рівнянь балансу витрат

$$\begin{cases} p_{n_1}^{j*} + a^j s_1 G_{n_1}^{j*} = p_{M_1}^{j} + a^j s_1 G_{M_1}^{j} + \cdot\ {}_{M_1}^{j} s_1 \Delta t a^j = R_{M_1}^{j}; \\ p_{n_2}^{j*} + a^j s_2 G_{n_2}^{j*} = p_{M_2}^{j} + a^j s_2 G_{M_2}^{j} + \cdot\ {}_{M_2}^{j} s_2 \Delta t a^j = R_{M_2}^{j}; \\ p_{n_4}^{j*} + a^j s_4 G_{n_4}^{j*} = p_{M_4}^{j} + a^j s_4 G_{M_4}^{j} + \cdot\ {}_{M_4}^{j} s_4 \Delta t a^j = R_{M_4}^{j}; \\ s_1 G_{n_1}^{j*} F_{n_1}^{j} + s_2 G_{n_2}^{j*} F_{n_2}^{j} + s_4 G_{n_4}^{j*} F_{n_4}^{j} = 0; \\ p_{n_1}^{j*} = p_{n_2}^{j*} = p_{n_4}^{j*}. \end{cases} \quad (11)$$

За аналогією з системою (10) верхній індекс приймає значення $j = \text{о} \wedge \text{п}$; нижні індекси M_1, M_2 та M_4 приймають значення m_1, m_2 та m_4 для окислювача, а для пального відповідно $E_1^{\text{п}}$, $E_2^{\text{п}}$ та $E_4^{\text{п}}$ з визначенням цих функцій шляхом інтерполяцій.

При врахуванні місцевих гідравлічних опорів система складається з трьох співвідношень на характеристиках для кожного з трубопроводів і рівнянь балансу витрат, а також рівнянь, що виражають падіння тисків на трійниках як місцевих (зосереджених) гідравлічних опорах для кожного з варіантів, що відрізняються ознаками напрямів течій s_1, s_2, s_4 (див. схему паливних магістралей на рис. 2). В системі рівнянь (11) останнє рівняння заміняється парами рівнянь типу

$$p_{n_4}^{j*} = p_{n_1}^{j*} - \sim {}_4 (G_{n_1}^{j})^2; \quad p_{n_2}^{j*} = p_{n_1}^{j*} - \sim {}_2 (G_{n_1}^{j})^2.$$

Конкретний вид цих рівнянь залежить від типу трійника та співвідношення витрат по кожному з напрямів [10]. Використання значень масових швидкостей з попередніх часових шарів забезпечує лінійність системи рівнянь для визначення тисків та масових швидкостей.

Результати числової реалізації математичної моделі на прикладі конкретної системи двокомпонентних двигунів. Розрахунки проведено для системи живлення різномасштабних РДМТ, представленої на рис. 2.

Основні вихідні дані для розрахункового обґрунтування робочих параметрів системи РДМТ наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Параметр	Пальне ($\rho^{п}$ =796 кг/м³; $a^{п}_{\infty}$ =950 м/с; $\mu^{п}$ =0,593 мПа·с; кількість розрахункових перерізів – 706, діаметри відводів – 4 мм, колектора 4 – 10 мм)												
	Номери двигунів відповідно до схеми на рис. 1												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Номери вхідних перерізів	37 5	38 3	353	325	304	568	578	546	518	497	753	733	454
$\varsigma^{п}_{вх}\cdot10^{-4}$	6,89										44,2	44,2	437,0
Параметр	Окислювач ($\rho^{п}$ =1458 кг/м³; $a^{п}_{\infty}$ =1017 м/с; $\mu^{п}$ =0,435 мПа·с; кількість розрахункових перерізів – 782, діаметри відводів – 4 мм, колектора 4 – 10 мм)												
	Номери двигунів відповідно до схеми на рис. 1												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Номери вхідних перерізів	60 0	529	571	637	660	365	294	337	403	426	753	733	496
$\varsigma^{о}_{вх}\cdot10^{-4}$	3,71										83,0	83,0	817,0
Дані двигунів на безперервному режимі (термодинамічний розрахунок, γ =1,23; M_a =5,97)													
$D_a/D_{кр}$	12,50										12,54	12,54	12,58
Тяга, Н	10										30	30	100
$V_{кз}\cdot10^{6}$, м³	13,67										42,20	42,20	216,4 7
Витрати КП,(о/п), г/с	2,49/1,35										7,21/ 3,89	7,21/ 3,89	22,95/ 12,40
Питомий імпульс, м/с	2604										2727	2727	2828
$\tau_{кз}$, мс	6,8										7,08	7,08	11,24
Примітки. Коефіцієнти $\varsigma^{о}_{вх}$ і $\varsigma^{п}_{вх}$ визначаються за даними експериментального визначення для аналогів.													

Десять двигунів тягою 10 Н (Д1 – Д10) є виконавчими органами системи керування рухом КА навколо центра мас. Ці двигуни, як правило, працюють у імпульсних режимах. Два двигуни тягою 30 Н (Д11 – Д12) та двигун тягою 100 Н (Д13) виконують функції маневрових для переходів на нові орбіти та стикових робіт з іншими КА. Їх основним режимом є безперервний, хоча можливі і варіанти імпульсної роботи.

На рис. 9 наведено залежності змін тяги для двигунів різного масштабу. При цьому двигуни тягою 10 Н (5 зразків) працюють у імпульсному режими (залежності 1), а двигуни тягою 30 Н (два зразки) або один двигун тягою 100 Н – у безперервному режимі (залежності 2 та 4). Ці залежності відповідають діаметрам 10 мм колекторів та магістралей від баків. Вплив роботи двигунів тягою 10 Н проявляється у неусталеності роботи двигунів тягою 30 Н або 100 Н з відхиленням у $\pm5\,\%$. При зменшенні вказаних діаметрів до 4 мм (відповідні залежності 3 та 5) відхилення від сталих режимів зростають до приблизно $\pm20\,\%$. Такою є ціна зменшення маси паливних трубопроводів. Розрахунки проведено для абсолютних тисків у паливних баках обох компонентів $p_б^j = 12 \cdot 10^5$ Па. При збільшенні діаметрів колекторів та магістралей від баків до 10 мм має місце деяке збільшення тяги, обумовлене зниженням лінійних гідравлічних опорів цих ділянок трубопроводів.

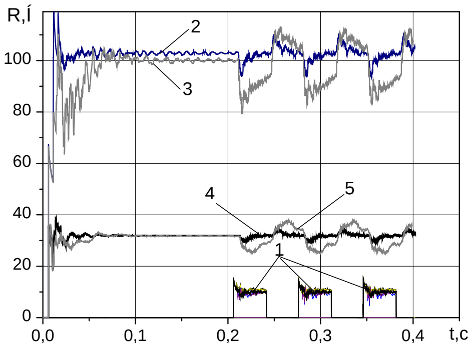


Рис. 9

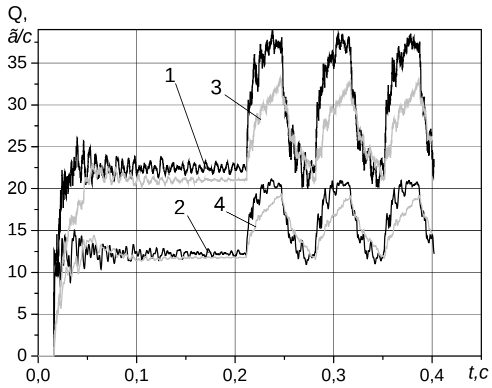


Рис. 10

На рис. 10 наведено результати розрахунків сумарних витрат окислювача і пального на виходах з баків для діаметрів колекторів 10 мм (криві 1 та 2) і для діаметрів 4 мм (криві 3 та 4).

В обох випадках наведені результати свідчать про гідроударний характер течій КП в магістралях живлення, обумовлений імпульсною роботою керуючих двигунів. Результати, що відображають витрати КП (сумарні і по кожному з двигунів), можуть слугувати важливим інформаційним доповненням при проведенні наземних випробувань системи РДМТ, інструментальне визначення яких має суттєві технічні труднощі.

Вплив імпульсної роботи керуючих двигунів (тягою 10 Н) на роботу маневрових двигунів (тягою 30 Н та 100 Н) з пульсаціями тяги з частотою у декілька Гц може призводити до збудження небажаних коливань обладнання КА (гнучких мембран у баках з КП, панелей сонячних батарей, вимірювальних приладів тощо). Тиски компонентів палива у тупикових перерізах, що відповідають умовам роботи датчиків тиску, дозволять визначити їх параметри та умови необхідного демпфування.

Висновки. Можливість отримання розрахунковим шляхом таких параметрів, як зміни тисків у камерах згоряння, витрати компонентів палива для системи в цілому та на кожному з двигунів, тиски КП на входах до кожного з двигунів, співвідношення компонентів палива, тягові характеристики, питомі імпульси відповідно до циклограм наземного відпрацювання одиночних двигунів та їх системи у неусталених режимах роботи, що є характерними при наземному відпрацюванні та експлуатаційних умовах, представляють інтерес для розробників подібних систем двигунів.

За результатами експериментального відпрацювання одиночних двигунів без урахування взаємного впливу може бути проведено уточнення даних термодинамічного розрахунку для безперервних режимів роботи. При проведені відпрацювання у неусталених, імпульсних режимах вкупі з розрахунковим супроводженням з використанням даної математичної моделі може бути уточнено параметри працездатності компонентів палива для конкретного конструктивного виконання двигунів, які дозволять верифікувати та уточнити математичну модель для проведення розрахунків системи двигунів для характерних режимів їх роботи.

1. *Кокорин В. В., Рутовский Н. Б., Соловьев Е. В.* Комплексная оптимизация двигательных установок систем управления. М. Машиностроение, 1983. 184 с.
2. *Тимошенко В. И., Кнышенко Ю. В., Кошкин М. И.* Расчетно-экспериментальное обеспечение разработки реактивных двигательных установок малой тяги. Техническая механика. 2005. № 2. С. 50–64.
3. *Тимошенко В. И., Кнышенко Ю. В., Дураченко В. М., Анищенко В. М.* Вопросы отработки управляющей жидкостной реактивной системы с питанием из магистралей маршевого двигателя последней ступени ракеты-носителя. Космічна наука і технологія. 2016. Т. 22, № 1. С. 20–35. https://doi.org/10.15407/knit2016.01.020
4. *Тимошенко В. И. Кнышенко Ю. В.* Влияние газонасыщенности жидкости на особенности неустановившихся течений в сложных трубопроводах. Инженерно-физический журнал. 2018. Т. 91, № 6. С. 1506–1516. https://doi.org/10.1007/s10891-018-1878-9

5 *Белов Г. В., Трусов Б. Г.* Термодинамическое моделирование химически реагирующих систем. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. 96 с.

6. ПК АСТРА 4 / pc, версия 1:07С. Моделирование химических и фазовых равновесий при высоких температурах: описание применения. МГТУ им. Баумана. Москва: МГТУ им. Баумана, 1991. 38 с.
7. *Егорычев В. С., Кондрусев В .С.* Топлива химических ракетных двигателей. Самара: Изд-во Самар. гос. Аэрокосм. ун-та, 2007. 72 с.
8. *Беляев Н. М., Белик Н. П., Уваров Е. И.* Реактивные системы управления космических летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1979. 232 с.

9 *Полухин Д. А., Орещенко В. М., Морозов В. А.* Отработка пневмогидросистем двигательных установок ракет-носителей и космических аппаратов с ЖРД. М.: Машиностроение, 1987. 247 с.

10 *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М. Машиностроение, 1992. 672 с.

Отримано 03.07.2022,
в остаточному варіанті 15.08.2022