УДК 629.13

В. С. СЕНЬКИН

К ВЫБОРУ ПРОГРАММ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ РАКЕТНОГО ОБЪЕКТА ПО БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: office.itm@nas.gov.ua

У статті виконано постановку комплексної задачі спільної оптимізації на початковому етапі проектування проектних параметрів, параметрів траєкторії і програм управління одноступінчастого ракетного об'єкта з маршовим ракетним двигуном на твердому паливі. Задача сформульована як задача теорії оптимального управління з обмеженнями у вигляді рівностей і диференціальних зв'язків. До складу параметрів, які оптимізуються, включено основні проектні параметри, що характеризують керований ракетний об'єкт (КРО), і параметри траєкторії, що визначають програми управління рухом КРО. Запропоновано підхід до формування програм управління (зміни кута тангажа в часі) на різних ділянках траєкторії у вигляді поліномів, що дозволило звести задачу теорії оптимального управління до задачі нелінійного математичного програмування з обмеженнями у вигляді рівностей і диференціальних зв'язків. У результаті розв'язання поставленої комплексної задачі на початковому етапі проектування можуть бути визначені оптимальні в заданому класі функцій програми управління рухом і раціональні значення проектних параметрів КРО.

В статье выполнена постановка комплексной задачи совместной оптимизации на начальном этапе проектирования проектных параметров, параметров траектории и программ управления одноступенчатого ракетного объекта с маршевым ракетным двигателем на твёрдом топливе. Задача сформулирована как задача теории оптимального управления с ограничениями в виде равенств и дифференциальных связей. В состав оптимизируемых параметров управляемого ракетного объекта (УРО) включены основные проектные параметры, характеризующие УРО, и параметры траектории, определяющие программы управления движением. Предложен подход к формированию программ управления (изменения угла тангажа во времени) на различных участках траектории в виде полиномов, что позволило свести задачу теории оптимального управления к задаче нелинейного математического программирования с ограничениями в виде равенств и дифференциальных связей. В результате решения поставленной комплексной задачи на начальном этапе проектирования могут быть определены оптимальные в заданном классе функций программы управления движением и рациональные значения проектных параметров УРО.

This paper formulates the complex problem of co-optimization of the design parameters, trajectory parameters, and control programs of a single-stage rocket with a solid-propellant sustainer engine at the initial design stage. The problem is formulated as an optimal control problem with constraints in the form of equalities and differential constraints. The parameters to be optimized are the basic design parameters of the rocket and the trajectory parameters that determine rocket motion control programs. In the proposed approach, the control programs (time variation of the pitch) in different portions of the trajectory are formed as polynomials, which reduces the optimal control problem considered to a nonlinear programming problem with constraints in the form of equalities and differential constraints. The solution of the complex problem formulated in this paper allows one to determine motion control programs optimal in a given class of functions and advisable values of the rocket design parameters at the initial design stage.

Ключевые слова: *управляемый ракетный объект, математическая модель, проектные параметры, параметры траектории, программа управления, начальный этап проектирования, ракетный двигатель на твёрдом топливе.*

Введение. Одним из приоритетных направлений развития ракетно-космической техники является создание ракетных технологий, включающих [1]: разработку новых ракетных двигателей на экологически чистых компонентах топлива; разработку новых спутников, спутниковых систем связи, систем дистанционного зондирования Земли; разработку новых управляемых ракетных объектов (УРО) для обеспечения интересов государства в сфере национальной безопасности и обороны.

Проектирование, разработка и создание УРО различного назначения связаны с большими затратами материальных, финансовых и технических ресурсов [2 – 5]. Необходимость учета этих факторов на начальном этапе проектирования УРО предъявляет повышенные требования к формализации проектных задач, методам их решения, адекватности используемых математических моделей, качеству принимаемых проектных решений. Следует при этом отметить, что неверные (нерациональные) решения, принятые на начальном этапе проектирования, приводят к снижению эффективности выполнения поставленных перед УРО целевых задач, росту затрат и увеличению сроков его создания [6 – 7], что определяет актуальность рассматриваемой далее проблемы.

В этих условиях особое значение приобретает разработка методического обеспечения, позволяющего на начальном этапе проектирования с необходимой для проектных исследований точностью определять: количественную оценку целевого функционала, характеризующего качество проектирования УРО, оптимальные (рациональные) значения оптимизируемых параметров, габаритно-массовые, энергетические, аэродинамические и баллистические характеристики УРО, программы управления движением на различных участках траектории.

Оптимальным (рациональным) проектом УРО среди множества возможных альтернативных вариантов при этом следует считать тот проект, который обеспечивает наивысшее значение целевого функционала (одного из наиболее важных показателей эффективности УРО), при этом остальные показатели эффективности должны либо достигать заданных значений, либо находится в требуемом диапазоне.

В статье сформулирована комплексная задача совместной оптимизации проектных параметров, параметров траектории и программ управления движением УРО, предложен подход к формированию на начальном этапе проектирования программ управления движением УРО, осуществляющим полёт по баллистической траектории.

В качестве управляемого ракетного объекта далее рассматривается одноступенчатый УРО с двигательной установкой, работающей на твёрдом ракетном топливе (ТРТ), который обеспечивает доставку требуемой массы полезного груза в заданную точку пространства. При этом управляемый ракетный объект рассматривается как материальная точка переменной массы, траектория движения которой располагается в вертикальной плоскости.

1 Постановка задачи. Комплексная задача совместной оптимизации проектных параметров, параметров траектории и программ управления УРО может быть сформулирована как задача теории оптимального управления с ограничениями в виде равенств, неравенств и дифференциальных связей [8 – 15]. Формализация задачи заключается: в выборе критерия оптимизации (целевого функционала); в разработке математической модели, позволяющей в зависимости от имеющихся исходных данных (вектор $\bar{x}$), значений оптимизируемых параметров, включающих основные проектные параметры УРО и параметры траектории (вектор $\bar{p}$), программ управления (вектор $\bar{u}$) определять значение целевого функционала. Для решения комплексной задачи необходима также разработка эффективных методов оптимизации, позволяющих как в автоматическом, так и в интерактивном режимах определять значения оптимизируемых параметров $\bar{p}_{opt}$ и программы управления движением УРО $\bar{u} = \bar{u}_{opt}(t)$, при которых целевой функционал принимает оптимальное значение.

В качестве целевого функционала далее рассматривается дальность полёта $L = L(\bar{x}, \bar{p}, \bar{u})$, на которую необходимо доставить требуемую массу полезного груза m_{pg} при заданной стартовой массе УРО m_0. Определение оптимальных значений оптимизируемых параметров и программ управления движением УРО осуществляется из условия обеспечения максимального значения целевого функционала.

В состав исходной информации (компоненты вектора $\bar{x}$), необходимой для решения комплексной задачи, входят: данные тактико-технического задания, определяющие целевую задачу; условия пуска УРО; ограничения на траекторию полета, габаритно-массовые характеристики УРО в целом, отдельных подсистем и элементов; физико-механические характеристики используемых конструкционных материалов; химические характеристики твердого ракетного топлива; неучтенные массы элементов, подсистем, не включённых в математическую модель для расчёта основных характеристик управляемого ракетного объекта.

В качестве оптимизируемых параметров рассматриваются: основные проектные параметры, которые позволяют на начальном этапе проектирования определять габаритно-массовые и энергетические характеристики УРО в целом и входящего в его состав маршевого ракетного двигателя на твёрдом топливе (РДТТ); параметры, которые совместно с оптимизируемыми программами управления движением определяют траекторию УРО и значение целевого функционала.

Основные проектные параметры управляемого объекта включают коэффициент начальной тяговооруженности ν_p, относительную конечную массу μ_k, определяемые известными соотношениями [2 – 5]:

$$\nu_p = \frac{m_0 \cdot g_0}{P_{pust}}; \qquad \mu_k = \frac{m_0 - m_m}{m_0} = \frac{m_k}{m_0}, \tag{1}$$

где m_0, m_k – стартовая и конечная массы УРО; g_0 – ускорение свободного падения на поверхности Земли; m_m – полный запас топлива; P_{pust} – тяга в пустоте в начале основного режима работы маршевого РДТТ.

В состав проектных параметров РДТТ включены: давление p_k в камере сгорания на основном режиме его работы, диаметр среза сопла D_a, а также полное время работы маршевого РДТТ t_Σ.

Управление движением УРО осуществляется в соответствии с оптимизируемыми программами изменения во времени угла тангажа на j-х участках траектории полёта

$$\varphi_j = \varphi_{np\,j}(t), j = \overline{1, N_{Uth}},$$

где N_{Uth} – количество участков траектории УРО для рассматриваемой схемы полёта [15].

Состав параметров баллистической траектории, входящих в вектор оптимизируемых параметров $\overline{p}$, зависит от выбранной схемы полёта и может включать следующие параметры: угол наклона УРО при старте φ_{cm}; угол тангажа в конце активного участка траектории φ_{AUT}; продолжительность $t_{PUT\ 1}$ выхода на нулевой угол атаки на первом пассивном участке траектории.

При формировании баллистической траектории полёта необходимо соблюдать ряд требований и ограничений на параметры движения и характеристики УРО, к числу которых относятся: ограничение на максимальную величину угла атаки на всех участках траектории $\alpha \le \alpha_{\max}$; выполнение требований к массе полезного груза $m_{pg} = m_{pg}^{mp}$, к полной длине УРО $L_{URO} = L_{URO}^{mp}$, к стартовой массе УРО $m_0 = m_0^{mp}$, к максимально допустимому диаметру УРО $D_{URO} = D_{URO}^{mp}$.

Следует отметить, что каждой конкретной проектной задаче соответствует вполне определённый комплекс перечисленных выше условий, ограничений и требований.

Проектный параметр μ_k в (1) определяется при заданных массе полезного груза m_{pg}^{mp} и стартовой массе УРО m_0 из условия размещения максимально возможного количества ТРТ в рассматриваемом варианте УРО.

В качестве компонентов вектора управления движением УРО $\overline{u} = \overline{u}(t)$ рассматриваются, как уже указывалось ранее, программы изменения во времени угла тангажа $\varphi_{np}(t)$ на активном и пассивных участках траектории.

При этом программы управления на j-х участках траектории УРО предлагается формировать в виде полиномов [15]:

$$\varphi_{np\ j}(t) = \sum_{i=0}^{n} A_{ji} \cdot t^{i}, \tag{2}$$

в которых значения коэффициентов A_{ji} определяются в зависимости от рассматриваемого j-го участка траектории, вектора оптимизируемых параметров $\overline{p}$ и текущих значений вектора фазовых координат $\overline{y}$.

Такой подход к выбору программ управления позволил свести задачу теории оптимального управления [8 – 10] к более простой задаче нелинейного математического программирования с ограничениями в виде равенств и дифференциальных связей [11 – 15].

Комплексная задача совместной оптимизации проектных параметров и программ управления УРО формулируется следующим образом. Необходимо определить значения векторов $\overline{p} = \overline{p}_{opt}$, $\overline{u} = \overline{u}_{opt}(t)$, обеспечивающих максимальное значение целевого функционала

$$I\left[\overline{p}_{opt}, \overline{u}_{opt}(t), \overline{x}\right] = \max_{\overline{p},\overline{u}} L\left[\overline{p}, \overline{u}(t), \overline{x}\right], \tag{3}$$

при ограничениях:

– на области изменения оптимизируемых параметров $\overline{p}$ и исходных данных $\overline{x}$

$$\bar{p} \in \tilde{P}^m \subset P^m, \quad \bar{x} \in \tilde{X}^k \subset X^k, \tag{4}$$

– на параметры траектории полета и программы управления движением

$$t_{vert} = t_{vert}^{mp}, \ \alpha \le \alpha_{\max}, \frac{d\bar{y}}{dt} = f(\bar{y}, \bar{u}, \bar{x}, \bar{p}), \ \bar{y} \in \tilde{Y}^s \subset Y^s, \ \bar{u} \in \tilde{U}^r \subset U^r, \tag{5}$$

– на габаритно-массовые характеристики УРО

$$m_0(\bar{x}, \bar{p}) = m_0^{mp}, \ m_{pg}(\bar{x}, \bar{p}) = m_{pg}^{mp}, \tag{6}$$

$$L_{URO} = L_{URO}^{mp}, \ L_{GTH} = L_{GTH}^{mp}, \ D_{URO}(\bar{x}, \bar{p}) = D_{URO}^{mp}. \tag{7}$$

В соотношениях (3) – (7) использованы следующие обозначения: $\bar{x} = (x_i), i = \overline{1,k}$ – вектор исходных данных, являющийся элементом действительного векторного пространства X^k; $\bar{p} = (p_i), i = \overline{1,m}$ – вектор оптимизируемых параметров, являющийся элементом действительного векторного пространства P^m; $\tilde{P}^m$, $\tilde{X}^k$ – замкнутые области в действительных векторных пространствах P^m, X^k, в которых могут принимать значения векторы $\bar{p}, \bar{x}$ соответственно; $\bar{y} = (y_i)$, $i = \overline{1,s}$, $\bar{u} = (u_j)$, $j = \overline{1,r}$ – вектор фазовых координат, определяющий положение УРО в пространстве, и вектор управления, являющиеся элементами векторных пространств Y^s и U^r соответственно; $\tilde{Y}^s$, $\tilde{U}^r$ – замкнутые области в векторных пространствах Y^s и U^r, в которых могут принимать значения векторы $\bar{y}$ и $\bar{u}$; t_{vert}, t_{vert}^{mp} – расчётная и требуемая продолжительности полёта на вертикальном участке траектории; α, $\alpha_{\max}$ – расчетный и максимально допустимый углы атаки на всех участках траектории; $m_0(\bar{x}, \bar{p}), m_0^{mp}$ – расчётная и требуемая стартовые массы УРО; $m_{pg}(\bar{x}, \bar{p}), m_{pg}^{mp}$ – расчётная и требуемая массы полезного груза; L_{URO}, L_{URO}^{mp} – расчётная и требуемая длины УРО; L_{GTH}, L_{GTH}^{mp} – расчётная и требуемая длины головной части УРО; $D_{URO}(\bar{x}, \bar{p}), D_{URO}^{mp}$ – расчетный и требуемый диаметры УРО.

Математическая модель УРО представлена в виде оператора $\tilde{F} = R(z)$ с областью определения на множестве $Z = \tilde{X}^k \times \tilde{P}^m \times \tilde{U}^r$ и областью значений на множестве F, сопоставляющего каждому элементу множества $z(\bar{x}, \bar{p}, \bar{u}) \in Z$ множество выходных характеристик УРО $\tilde{F} \subset F$.

Выходными данными, получаемыми в результате решения комплексной задачи, являются: величина целевого функционала L (дальность полета УРО), оптимальные значения оптимизируемых параметров $\bar{p}_{opt}$, программы управления движением УРО $\bar{u}_{opt}(t)$, габаритно-массовые характеристики УРО в целом, основных его элементов и подсистем; прочностные, аэродинамические, баллистические, энергетические характеристики УРО.

Сформулированная комплексная задача оптимизации проектных параметров и программ управления, в зависимости от выбранного комплекса ограничений (4) – (7), может быть использована при проектировании управляемых ракетных объектов различных классов, совершающих полёты по баллистической траектории.

Система уравнений движения центра масс УРО в проекциях на оси земной системы координат, которая использовалась при решении сформулированной комплексной задачи, приведена в [16]. Математические модели для определения основных характеристик УРО в целом и входящих в его состав подсистем и элементов приведены в [2 – 5,17 – 21].

Структура математической модели, последовательность расчета целевого функционала при оптимизации проектных параметров, программ управления и основных характеристик УРО приведена на рис. 1, где использованы следующие обозначения: ККС – конструктивно-компоновочная схема, ГМХ – габаритно-массовые характеристики, КМ – конструкционные материалы, СБ – сопловой блок, ПС – продукты сгорания, ИД – исходные данные, $P(t)$ – изменение во времени тяги маршевого РДТТ, $m_c(t)$ – изменение во времени массового секундного расхода продуктов сгорания маршевого РДТТ.

Рис. 1

2 Формирование программ управления. Баллистическая траектория УРО может быть реализована как с вертикальным, так и наклонным видами стартов.

В случае использования вертикального старта баллистическая траектория УРО формируется из четырех участков:

– вертикальный участок полёта продолжительностью t_{vert}^{mp} , на котором программа изменения угла тангажа принимается постоянной, не зависящей от времени $\varphi_{np}^{vert} = 90^0$;

– активный участок траектории (АУТ) (полёт с работающим маршевым РДТТ), на котором программа изменения угла тангажа (2), обеспечивающая разворот УРО в вертикальной плоскости, выбирается из условия обеспечения заданного значения угла тангажа $\varphi = \varphi_{AUT}$ в конце этого участка траектории;

– первый пассивный участок траектории (ПУТ) (полёт с неработающим двигателем), на котором программа изменения угла тангажа (2) в конце этого участка обеспечивает выход на нулевой угол атаки $\alpha_1 = 0{,}0^0$ в течение заданного времени $t = t_{PUT\ 1}$;

– второй ПУТ, на котором программа изменения угла тангажа (2) выбирается из условия обеспечения полёта с нулевым углом атаки до соприкосновения УРО с поверхностью Земли.

При наклонном в сторону точки прицеливания старте УРО вертикальный участок движения отсутствует, а программа изменения угла тангажа (2) обеспечивает разворот УРО в вертикальной плоскости начиная с момента старта. Дальнейшее движение УРО осуществляется по той же схеме полёта, как и при вертикальном старте УРО.

В качестве оптимизируемых рассматривались следующие параметры, характеризующие баллистическую траекторию: угол тангажа φ_{AUT} в конце активного участка полёта, продолжительность полёта $t_{PUT\ 1}$ на первом ПУТ с выходом на нулевой угол атаки; угол тангажа φ_{cm} в случае использования наклонного в направлении цели старта УРО.

На активном участке баллистической траектории в качестве программ управления движением (2) могут быть использованы кубическая $(n = 3)$, квадратичная $(n = 2)$ и линейная $(n = 1)$ зависимости угла тангажа от времени. Далее индекс j , определяющий номер исследуемого участка траектории, в коэффициентах A_{ij} соотношения (2) будет опущен, а формулы для определения этих коэффициентов будут относиться к рассматриваемому участку траектории.

В случае использования в качестве программы управления кубической параболы, программа управления строится с учётом следующих условий и ограничений.

После окончания вертикального участка полёта при $t = t_{vert}$ условия для определения программы изменения угла тангажа следующие:

$$\varphi_{vert} = \frac{\pi}{2}; \qquad \frac{d\varphi}{dt} = 0{,}0, \tag{8}$$

где φ_{vert} – угол тангажа в конце вертикального участка движения.

В конце активного участка траектории при $t = t_{AUT}$, где t_{AUT} – полное время работы маршевого РДТТ, условие для выбора программы управления имеет следующий вид

$$\varphi_{AUT} = \varphi_{AUT}^{mp}, \tag{9}$$

где φ_{AUT} и φ_{AUT}^{mp} – расчётный и требуемый углы тангажа в конце активного участка траектории.

Программа изменения угла тангажа на АУТ при этом подбирается таким образом, чтобы угол атаки в конце АУТ α_{AUT} равнялся нулю.

С учётом (8), (9) коэффициенты кубической параболы A_i могут быть определены в результате решения следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{aligned} &A_0 + A_1 \cdot t_{vert} + A_2 \cdot t_{vert}^2 + A_3 \cdot t_{vert}^3 = \varphi_{vert}; \\ &A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot t_{vert} + 3 \cdot A_3 \cdot t_{vert}^2 = 0{,}0; \\ &A_0 + A_1 \cdot t_{AUT} + A_2 \cdot t_{AUT}^2 + A_3 \cdot t_{AUT}^3 = \varphi_{AUT}^{mp}. \end{aligned} \tag{10}$$

Следует отметить, что по приведенным уравнениям можно определить только три коэффициента из четырёх. Четвёртый коэффициент (пусть это будет A_3) определяется в результате решения краевой задачи на АУТ для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих движение УРО [16], при условии обеспечения нулевого угла атаки в конце этого участка траектории.

В этом случае система уравнений для определения трех коэффициентов программы управления имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} &A_0 + A_1 \cdot t_{vert} + A_2 \cdot t_{vert}^2 = \varphi_{vert} - A_3 \cdot t_{vert}^3; \\ &A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot t_{vert} = -3 \cdot A_3 \cdot t_{vert}^2; \\ &A_0 + A_1 \cdot t_{AUT} + A_2 \cdot t_{AUT}^2 = \varphi_{AUT}^{mp} - A_3 \cdot t_{AUT}^3. \end{aligned} \tag{11}$$

При выборе для управления движением на АУТ кубической зависимости угла тангажа от времени с выходом в конце АУТ на нулевой угол атаки, дальнейшее движение УРО и программа управления определяются из условия обеспечения нулевого угла атаки до окончания полёта УРО.

В случае использования в качестве программы управления квадратичной параболы, программа управления строится с учётом следующих условий и ограничений.

После окончания вертикального участка полёта при $t = t_{vert}$ начальные условия для программы изменения угла тангажа будут такими же, как и для кубической параболы в соответствии с соотношениями (8).

В конце активного участка траектории при $t = t_{AUT}$ должно быть выполнено условие (9).

Для определения трех коэффициентов программы управления движением использована следующая система линейных уравнений:

$$A_0 + A_1 \cdot t_{vert} + A_2 \cdot t_{vert}^2 = \varphi_{vert},$$
$$A_1 + 2 \cdot A_2 \cdot t_{vert} = 0{,}0, \quad (12)$$
$$A_0 + A_1 \cdot t_{AUT} + A_2 \cdot t_{AUT}^2 = \varphi_{AUT}^{mp},$$

в результате решения которой получены следующие соотношения для определения коэффициентов квадратичной параболы:

$$A_2 = \frac{\varphi_{vert} - \varphi_{AUT}^{mp}}{\left(t_{vert}^2 - t_{AUT}^2\right) - 2 \cdot t_{vert} \cdot \left(t_{vert} - t_{AUT}\right)};$$
$$A_1 = -2 \cdot A_2 \cdot t_{vert}; \quad (13)$$
$$A_0 = \varphi_{vert} - (A_1 \cdot t_{vert} + A_2 \cdot t_{vert}^2).$$

В случае использования в качестве программы управления линейной зависимости угла тангажа от времени программа управления строится с учётом следующих условий и ограничений.

После окончания вертикального участка полёта при $t = t_{vert}$ начальные условия для программы изменения угла тангажа будут такими же, как и для кубической параболы в соответствии с соотношениями (8).

В конце активного участка траектории при $t = t_{AUT}$ условием для выбора программы управления является соотношение (9).

Коэффициенты линейной зависимости угла тангажа от времени определяются по следующим формулам:

$$A_1 = \frac{\varphi_{vert} - \varphi_{AUT}^{mp}}{t_{vert} - t_{AUT}};$$
$$A_0 = \varphi_{vert} - A_1 \cdot t_{vert}. \quad (14)$$

В случае использования для управления движением на АУТ квадратичной или линейной зависимости угла тангажа от времени, программа управления на первом ПУТ определяется условием выхода на нулевой угол атаки $\alpha_{PUT\ 1} = 0{,}0$ в течение заданного промежутка времени $t_{PUT\ 1}$. При этом промежуток времени $t_{PUT\ 1}$ является одним из оптимизируемых параметров на этом участке траектории, а программа управления определяется в результате решения следующей системы уравнений:

$$A_1 \cdot t_{AUT} + A_0 = \varphi_{AUT}^{mp},$$
$$A_1 \cdot (t_{AUT} + t_{PUT\ 1}) + A_0 = \varphi_{PUT\ 1}. \quad (15)$$

Коэффициенты A_i, входящие в (15), могут быть вычислены по формулам:

$$A_1 = \frac{\varphi_{PUT\ 1} - \varphi_{AUT}^{mp}}{t_{PUT\ 1}}; \quad (16)$$
$$A_0 = \varphi_{AUT}^{mp} - A_1 \cdot t_{AUT}.$$

Следует отметить, что входящий в (15), (16) угол тангажа в конце первого ПУТ $\varphi_{PUT\ 1}$ определяется в процессе решения краевой задачи для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих движение УРО [16], при условии обеспечения нулевого угла атаки в конце этого участка траектории.

Программа управления углом тангажа на втором пассивном участке траектории подбирается из условия обеспечения полёта с нулевым углом атаки до соприкосновения УРО с поверхностью Земли.

В случае использования наклонного старта УРО в соотношениях (8), (10) – (14) вместо угла тангажа φ_{vert} необходимо подставить величину угла наклонного старта φ_{cm}, а продолжительность вертикального участка движения t_{vert} принять равной нулю.

3 Иллюстративный пример. Для гипотетических вариантов УРО с различными стартовыми массами m_0 и заданной массой полезного груза m_{pg} проведена оптимизация вектора оптимизируемых параметров $\overline{p}$ и программ управления, обеспечивающих полёт по баллистической траектории. В качестве целевого функционала, как указывалось ранее, рассматривалась дальность полета $L = L(\overline{p}, \overline{u}, \overline{x})$, на которую доставляется заданная масса полезного груза m_{pg}.

Для рассмотренных далее альтернативных вариантов УРО, использовались следующие начальные условия при старте: широта точки старта $\varphi_{st} = 40^0$, азимут пуска $\phi = 40^0$, высота точки старта $H_{st} = 10$ м.

Основные данные вариантов УРО, не изменяемые в процессе оптимизации проектных параметров, параметров траектории и программ управления, приведены в табл. 1, где использованы следующие обозначения: D_{URO} – диаметр цилиндрической части УРО; L_{GTH} – длина головной части УРО.

Таблица 1 – Исходные данные

Характеристика	Размерность	№ варианта		
		1	2	3
m_0	кг	800,0	900,0	1000,0
m_{pg}	кг	250,0	250,0	250,0
D_{URO}	м	0,380	0,380	0,380
L_{GTH}	м	2,3	2,3	2,3

В маршевом РДТТ использовалось условное ТРТ со следующими характеристиками [15]: плотностью $\rho = 1760$ кг/м^3, температурой горения $T_g = 3755{,}0$ К с показательной зависимостью скорости u горения от давления $u = u_1 \cdot (p_k)^{\nu}$, где $u_1 = 0{,}003$ м/с; $\nu = 0{,}251$.

Рассматривалась аэродинамическая схема УРО, состоящая из конической носовой части в сочетании с цилиндром, с задним расположением стабилизаторов и с аэродинамическими рулями, расположенными на головной части УРО.

На активном и первом пассивном участках траектории программы изменения угла тангажа осуществлялись по линейным зависимостям, коэффициенты в которых определялись по соотношениям (14) – (16), дальнейшее движение УРО осуществлялось по баллистической траектории с нулевым углом атаки.

Состав оптимизируемых параметров и диапазоны их изменений приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Диапазоны изменения оптимизируемых параметров

Параметр	min	max	Примечание
ν_p	0,05	0,15	Коэффициент начальной тяговооружённости
μ_k	0,4	0,5	Относительная конечная масса
p_k ,кгс/см^2	75,0	90,0	Давление в камере сгорания РДТТ
D_a , м	0,34	0,37	Диаметр среза сопла РДТТ
φ_{cm} , град.	70,0	80,0	Угол наклона УРО при старте
φ_{AUT} , град.	45,0	60,0	Угол тангажа в конце АУТ
$t_{PUT\ 1}$, с	20,0	80,0	Продолжительность полёта на 1-м ПУТ

Результаты, полученные при оптимизации параметров, а также некоторые характеристики УРО, приведены в табл. 3, где дополнительно использованы следующие обозначения: m_m^{Σ} – полный запас топлива УРО, I_{yd}^{p} – пустотный удельный импульс РДТТ, d_{kr} – диаметр критического сечения сопла, ξ – степень расширения сопла.

Таблица 3 – Результаты оптимизации

Параметр, характеристика	Размерность	Номер варианта		
		1	2	3
m_0	кг	800,0	900,0	1000,0
$L(\bar{p},\bar{u},\bar{x})$	км	64,567	97,826	129,500
ν_p	–	0,1025	0,0895	0,0795
μ_k	–	0,5156	0,4729	0,4399
p_k	кгс/см^2	90,0	90,0	90,0
D_a	м	0,37	0,37	0,37
φ_{cm}	град.	76,33	75,55	74,81
φ_{AUT}	град.	54,94	54,70	54,39
$t_{PUT\ 1}$	с	30,72	46,19	60,63
L_{URO}	м	5,488	6,087	6,738
m_m^{Σ}	кг	387,50	474,37	560,07
I_{yd}^{p}	с	272,415	268,312	264,396
t_{Σ}	с	13,60	12,72	11,84
d_{kr}	м	0,082	0,093	0,105
ξ	–	4,5395	3,9679	3,5229

Значения коэффициентов в программах управления углом тангажа на активном и первом пассивном участках траектории приведены в табл. 4

Таблица 4 – Коэффициенты программ управления

Активный участок траектории			
Коэффициент	Номер варианта		
	1	2	3
A_0	1,332260	1,318675	1,305709
A_1	-0,028616	-0,028616	-0,030099
Первый пассивный участок траектории			
Коэффициент	Номер варианта		
	1	2	3
A_0	1,109740	1,080694	1,055419
A_1	-0,011088	-0,009907	-0,008960

Изменения параметров траектории во времени для рассмотренных вариантов УРО приведены на рис. 2 – 5, где верхние кривые соответствуют УРО со стартовой массой $m_0 = 1000{,}0$ кг, средние кривые – УРО со стартовой массой $m_0 = 900{,}0$ кг, а нижние кривые – УРО со стартовой массой $m_0 = 800{,}0$ кг.

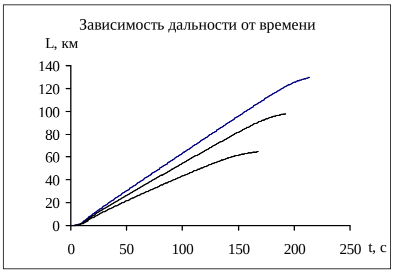

Рис. 2

Рис. 3

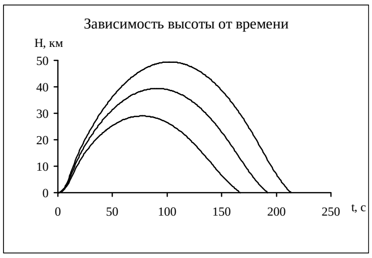

Рис. 4

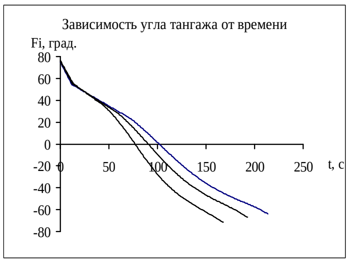

Рис. 5

Как показали результаты исследований (см. табл. 3 и рис. 2 – 5), целевой функционал – дальность полета $L(\overline{p}, \overline{u}, \overline{x})$ – при постоянной массе полезного груза m_{pg} существенно зависит от стартовой массы УРО m_0, оптимальных значений оптимизируемых проектных параметров УРО и параметров траектории. Поскольку изменения указанных оптимизируемых параметров в рассмотренных диапазонах их значений оказывают существенное влияние на целевой функционал, то оптимизация этих (и, возможно, других) параметров для конкретных целевых задач представляется необходимым этапом процесса проектирования УРО.

Предложенная комплексная задача оптимизации проектных параметров УРО, параметров траектории и программ управления может быть без существенных доработок использована при проектировании УРО различных классов.

Выводы. Сформулирована комплексная задача оптимизации проектных параметров, программ управления и основных характеристик УРО; представлена структура математической модели УРО и алгоритм расчёта целевого функционала для определения на начальном этапе проектирования габаритно-массовых, энергетических, аэродинамических и баллистических характеристик управляемого объекта. С использованием компьютерных технологий разработаны программные приложения для представления в удобной для пользователя графической форме результатов исследований; проведена апробация разработанного методического обеспечения на примерах решения проектных задач применительно к УРО различного назначения.

1. *Дегтярёв А. В.* Ракетная техника проблемы и перспективы. Избранные научно-технические публикации Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2014. 420 с.
2. *Мишин В. П., Безвербый В. К., Панкратов Б. М. и др*. Основы проектирования летательных аппаратов (транспортные системы): учебник для технических вузов. М.: Машиностроение, 1985. 360 с.
3. *Щеверов Д. Н.* Проектирование беспилотных летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 264 с.
4. *Синюков А. М., Волков Л. И., Львов А. И., Шишкевич А. М.* Баллистическая ракета на твердом топливе. М.: Воениздат, 1972. 511 с.
5. *Варфоломеев В. И.* Проектирование и испытание баллистических ракет. М.: Воениздат, 1970. 392 с.
6. *Виноградов В. А., Грущанский В. А., Довгодуш С. И. и др*. Эффективность сложных систем. Динамические модели. М.: Наука, 1989. 285 с.
7. *Ильичев А. В., Волков В. Д., Грущанский В. А.* Эффективность проектируемых элементов сложных систем. М. : Высшая школа, 1982. 280 с.
8. *Кротов В. Ф., Гурман В. И.* Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973. 446 с.
9. *Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1969. 385 с.
10. *Тарасов Е. В.* Алгоритм оптимального проектирования летательного аппарата. М.: Машиностроение, 1970. 364 с.
11. *Алпатов А. П., Сенькин В. С.* Комплексная задача оптимизации основных проектных параметров и программ управления движением ракет космического назначения. Техническая механика. 2011. № 4. С. 98–113.
12. *Алпатов А. П., Сенькин В. С.* Методическое обеспечение для выбора облика, оптимизации проектных параметров и программ управления полётом ракеты-носителя. Техническая механика. 2013. № 4. С. 146–161.
13. *Сенькин В. С.* Оптимизация проектных параметров ракеты-носителя сверхлегкого класса. Техническая механика. 2009. № 1. С. 80–88.
14. *Сенькин В. С.* Оптимизация программ управления полетом и оптимизация тяги маршевой двигательной установки управляемого ракетного объекта. Техническая механика. 2000. № 1. С. 46–50.
15. *С. В. Сюткина-Доронина.* К вопросу оптимизации проектных параметров и программ управления ракетного объекта с ракетным двигателем на твёрдом топливе. Авиационно-космическая техника и технология. 2017. № 2 (137). С. 44–59.
16. *Лебедев А. А., Герасюта Н. Ф.* Баллистика ракет. М.: Машиностроение, 1970. 244 с.
17. *Разумев В. Ф., Ковалёв Б. К.* Основы проектирования баллистических ракет на твёрдом топливе. М.: Машиностроение, 1976. 356 с.
18. *Ерохин Б. Т.* Теоретические основы проектирования РДТТ. М.: Машиностроение, 1982. 206 с.
19. *Абугов Д. И., Бобылев В. М.* Теория и расчёт ракетных двигателей твёрдого топлива. М.: Машиностроение, 1987. 272 с.
20. *Шишков А. А.* Газодинамика пороховых ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1974. 156 с.
21. *Сенькин В.С.* Комплексная задача оптимизации проектных параметров и программ управления твердотопливной ракеты-носителя сверхлегкого класса. Техническая механика. 2012. № 2. С.106–121.

Получено 16.01.2018,
в окончательном варианте 20.02.2018