УДК 532.5

Ю. В. КНЫШЕНКО, В. И. ЩЕРБАКОВ

АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЧАСТИЦЫ В ГАЗОДИСПЕРСНОМ ПОТОКЕ

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: knyshenko@ukr.net

Мета роботи – аналіз відомих розрахункових і емпіричних залежностей для визначення сил, діючих на тверду частинку в газовому потоці, обумовлених її обертанням (сила Магнуса) і градієнтом швидкості газу-носія (сила Сефмена). Ці сили діють в поперечному напрямку до вектору швидкості частинки в газовому потоці з обмежуючими стінками, і їх вплив є визначальним для коректного розрахунку її траєкторних параметрів. Розглянуто співвідношення для визначення сил Магнуса і Сефмена, отримані розрахунковим шляхом і знайдені методами математичної обробки експериментальних даних, обмежені певними значеннями критеріальних параметрів. В якості критеріїв для визначення цих сил використовуються числа Рейнольдса, які базуються на діаметрі частинки і швидкості її обтікання (Re_d), на квадраті діаметра частинки і кутовій швидкості її обертання (Re_ω) і на діаметрі частинки і градієнті локальної швидкості несучего газу (Re_s). Джерелом швидкості обертання частинок і появи сил Магнуса є непружні зіткнення їх з обмежуючими поверхнями (стінками). Порівняльні розрахунки щодо знаходження сил Магнуса за проаналізованими залежностями дають суперечливі результати при співставних значеннях визначальних критеріїв, що вимагає ретельного аналізу правомірності їх застосування для конкретних умов. Сила Сефмена досягає максимальних значень в областях газового потоку з високим градієнтом швидкості – поблизу обмежувальної поверхні. Розрахунки за залежностями для визначення сил Сефмена показали істотно менший розкид в порівнянні зі знаходженням сили Магнуса. На конкретному числовому прикладі з частинками різних діаметрів показано діапазони зміни визначальних критеріїв Рейнольдса в процесі руху частинки в турбулентному потоці газу-носія в плоскому каналі. Отримані результати можуть бути використані при числовому моделюванні руху газодисперсних течій у каналах і поблизу обмежуючих поверхонь.

Цель работы – анализ известных расчетных и эмпирических зависимостей для определения сил, действующих на твердую частицу в газовом потоке, обусловленных ее вращением (сила Магнуса) и градиентом скорости несущего газа (сила Сэфмена). Эти силы действуют в поперечном направлении к вектору скорости частицы в газовом потоке с ограничивающими стенками, и их влияние является определяющим для корректного расчета ее траекторных параметров. Рассмотрены соотношения для определения сил Магнуса и Сэфмена, полученные расчетным путем и найденные методами математической обработки экспериментальных данных, ограниченные определенными значениями критериальных параметров. В качестве критериев для определения этих сил используются числа Рейнольдса, которые базируются на диаметре частицы и скорости ее обтекания (Re_d), на квадрате диаметра частицы и угловой скорости ее вращения (Re_ω) и на диаметре частицы и градиенте локальной скорости несущего газа (Re_s). Источником скорости вращения частиц и появления сил Магнуса являются неупругие столкновения их с ограничивающими поверхностями (стенками). Сравнительные расчеты по нахождению сил Магнуса по проанализированным зависимостям дают противоречивые результаты при сопоставимых значениях определяющих критериев, что требует тщательного анализа правомерности их применения для конкретных условий. Сила Сэфмена достигает максимальных значений в областях газового потока с высоким градиентом скорости – вблизи ограничивающей поверхности. Расчеты по зависимостям для определения сил Сэфмена показали существенно меньший разброс по сравнению с нахождением силы Магнуса. На конкретном численном примере с частицами разных диаметров показаны диапазоны изменения определяющих критериев Рейнольдса в процессе движении частицы в турбулентном потоке несущего газа в плоском канале. Полученные результаты могут быть использованы при численном моделировании движения газодисперсных течений в каналах и вблизи ограничивающих поверхностей.

The aim of this work is to analyze existing analytical and empirical relationships for determining the forces acting on a solid particle in a gas flow which are caused by its rotation (the Magnus force) and the gradient of the carrying gas velocity (the Saffman force). These forces act transversely to the velocity of a particle in a gas flow with restricting walls, and their effect is crucial in terms of the adequacy of calculation of the particle trajectory parameters. The paper analyzes relationships for Magnus and Saffman force determination obtained analytically or by mathematical treatment of experimental data and limited by certain values of criterion parameters. The force determination criteria are the Reynolds numbers based on the particle diameter and flow-past velocity (Re_d), on the square of the particle diameter and the particle rotation angular velocity (Re_ω), and on the particle diameter and the gradient of the carrier gas local velocity (Re_s). Particle rotation and the Magnus force are caused by inelastic collisions of particles with restricting surfaces (walls). Comparative calculations on Magnus force determination by the relationships under analysis give contradictory results at comparable values of the determining criteria, thus calling for a thorough analysis of the validity of their use in specific conditions. The Saffman force reaches its maximum in gas flow regions with a high velocity gradient (in the vicinity of a restricting surface). The calculations by the relationships for Saffman force determination showed a far narrower spread in comparison with the case of the Magnus force. A specific numerical example with particles of different diameters is considered to show the ranges of variation of the determining Reynolds criteria in the process of motion of a particle in a turbulent carrying gas flow in a two-dimensional channel. The results obtained may be used in numerical simulation of gas-dispersed flows in channels and in the vicinity of restricting surfaces.

Ключевые слова: *вращение, градиент скорости, критерии Рейнольдса, несущий газ, расчетные зависимости, сила Магнуса, сила Сэфмена, частица.*

Введение. Численные методы расчета газодисперсных систем в настоящее время находят все более широкое применение благодаря росту возможностей современной компьютерной техники. Ключевым вопросом при компьютерной реализации расчетных алгоритмов является определение силовых факторов, действующих на дисперсные частицы. Силовое взаимодействие дисперсных частиц и несущего газа зависит от соотношения параметров, характеризующих геометрические, массовые, инерционные свойства частиц, и характеристик потоков газа – распределение скоростей, давления, температуры и плотности.

Определяющей силой, обеспечивающей поступательное движение частиц в потоке газа, является сила аэродинамического сопротивления, обусловленная разностью локальных скоростей несущего газа и частицы (скорость скольжения). Величина этой силы зависит от режима обтекания частицы.

Существенное влияние на характер течения газодисперсного потока имеет наличие ограничивающих поверхностей, что проявляется в формировании пограничных слоев, с высокими градиентами скорости газа, и взаимодействии дисперсных частиц с этими поверхностями, зависящем от упругих свойств материалов частиц и стенки, а также от уровней их шероховатости. Результат этих взаимодействий проявляется в получении частицами ударных вращательных импульсов вокруг центра массы каждой из частиц. В итоге каждая из частиц газодисперсного потока помимо поступательной скорости приобретает угловую скорость вращения. К аналогичному эффекту приводят столкновения частиц между собой. Несимметричное обтекание вращающейся частицы в потоке несущего газа формирует поперечную в направлении поступательного движения частицы силу, получившую название силы Магнуса.

Другим источником поперечной силы является градиент скорости несущего газа, также формирующий несимметричное обтекание частицы. Очевидно, что эта сила (сила Сэфмена) имеет наиболее существенное значение в областях пограничных слоев. Следует отметить, что величины поперечных аэродинамических сил сопоставимы с величинами сил тяжести, действующих на частицы, и оказывают определяющее влияние на траекторные параметры частиц. Это приводит к тому, что в горизонтальных или наклонных каналах инерционные дисперсные частицы (частицы с характерным размером более 200 – 500 мкм) движутся по скачкообразным траекториям [1].

В числе других сил, действующих на частицы: сила сопротивления, обусловленная учетом присоединенной массы (для сферической частицы она пропорциональна половине массы газа в объеме частицы), сила Бассе, зависящая от предыстории движения частицы, сила термофореза, обусловленная различием температур газового потока в окрестности частицы, силы электрической и магнитной природы и др. [1].

В настоящее время имеется множество публикаций, посвященных численному исследованию газодисперсных течений в каналах различной конфигурации [2] – [5]. В используемых расчетных моделях, как правило, учитываются силы аэродинамического сопротивления, силы Магнуса и Сэфмена. Для определения сил сопротивления при обтекании частиц используются различные аппроксимации, в той или иной мере правильно отражающие законы обтекания частиц и обобщенные в ряде работ [1, 6]. Что касается определения сил Магнуса и Сэфмена, то здесь имеет место использование множества зависимостей, подчас противоречащих друг другу.

Целью настоящей работы является анализ, систематизация и определение по литературным данным областей применения зависимостей для расчета сил Магнуса и Сэфмена, действующих на частицы в газодисперсном потоке.

Сила Магнуса. Основной причиной вращения частиц, движущихся в газовом потоке, являются столкновения их со стенками канала. При столкновении шероховатой частицы со стенкой без проскальзывания возникает ударный момент вращения относительно точки контакта, в результате чего частица после удара приобретает скорость вращения, которая для частицы сферической формы может быть найдена по зависимости [7].

$$\omega_p{}^* = \frac{5k_t + 2}{7}\omega_p \pm \frac{10(1 - k_t)}{7d_p} u_p,$$

где ω_p^*, ω_p – скорости вращения частицы после и перед ударом о стенку; u_p – тангенциальная скорость частицы перед ударом; d_p – диаметр частицы; k_t – коэффициент восстановления тангенциальной скорости частицы.

Из приведенной зависимости вытекает, что даже после первого столкновения невращающейся частицы диаметром 10^{-3} м со стенкой (без учета первого члена) при $k_t = 0{,}3$ (что характерно для частиц растительного вида) и поступательной скорости 10 м/с скорость вращения ее достигает значения $\omega_p^* \approx 10^3$ 1/с.

Обтекание вращающейся частицы поступательным газовым потоком является несимметричным, что приводит к появлению поперечной силы, действующей на частицу (эффект Магнуса). В общем виде зависимость для определения силы Магнуса, действующей на вращающуюся частицу, имеет вид [7]

$$\vec{F}_{\text{м}} = \frac{c_{\text{м}}}{8}\rho d_p^3 \vec{\omega}_p \times \vec{V}_R, \tag{1}$$

где $\vec{\omega}_p$ – вектор скорости вращения частицы относительно локальной скорости вращения газа; $\vec{V}_R = \vec{U} - \vec{U}_p$ – вектор поступательной скорости частицы относительно локальной поступательной скорости газа, ρ – плотность несущего газа; $c_{\text{м}}$ – коэффициент силы Магнуса, зависящий от чисел Рейнольдса

Re_d и Re_ω; $Re_d = \dfrac{\rho\left|\vec{V}_R\right|d_p}{\mu}$; $Re_\omega = \dfrac{\rho\left|\vec{\omega}_p\right|d_p^2}{\mu}$; μ – коэффициент динамической вязкости газа.

При движении газодисперсного потока в каналах, которое сопровождается вращением частиц после соударений со стенками, сила Магнуса имеет определяющее влияние на траектории движения частиц. Расчету силы Магнуса посвящено большое количество работ, однако актуальность корректного определения ее в настоящее время не исчерпана. Это связано с тем, что практическая эффективность современных численных методов исследования газодисперсных потоков зависит от корректности определения этой силы в условиях широкого изменения динамических параметров частицы при движении в газовом потоке. Ключевым при этом является поиск конкретных зависимостей для $c_\text{м} = F(Re_d, Re_\omega)$.

В таблице 1 для различных видов функционального представления силы Магнуса приведены соотношения различных авторов для определения $c_\text{м} = F(Re_d, Re_\omega)$, полученные расчетным путем и путем аппроксимации экспериментальных данных, с указанием диапазонов изменения чисел Re_d и Re_ω, для которых эти зависимости справедливы. Для крайних значений чисел Re_d и Re_ω получены следующие значения коэффициента Магнуса (см. таблицу 1): при $Re_d < 1$, $Re_\omega < 1$ $c_\text{м} = \pi$ [8], при $Re_d >> 1$, $Re_\omega >> 1$ – $c_\text{м} = 8/3\pi$ [9]. Для промежуточных значений Re_d и Re_ω зависимости для $c_\text{м}$ получены в работах [1], [7], [10], [11], [12].

В работе [2] выражение для силы Магнуса представлено в модифицированном виде, отличающемся от выражения (1)

$$F_\text{м} = \frac{\pi}{8} c_\text{м}^* d_p^2 \rho \left|\vec{V}_R\right| \frac{\vec{\omega}_p \times \vec{V}_R}{\left|\vec{\omega}_p\right|}, \tag{2}$$

которое тождественно может быть представлено в виде [3], [4], [5]

$$F_\text{м} = \frac{\pi}{8} c_\text{м}^* d_p^2 \rho \frac{Re_d}{Re_\omega} \vec{\omega}_p \times \vec{V}_R. \tag{3}$$

При этом выражения для $c_\text{м}^*$ являются функциями Re_d и Re_ω, но различаются видом зависимостей и диапазонами изменения чисел Рейнольдса, что обосновывается авторами работы данными собственных экспериментов.

В работе [11] представлены результаты экспериментального определения коэффициента силы Магнуса в форме соотношения (1), а в работе [12] получены экспериментальные данные для силы Магнуса в виде

$$F_\text{м} = \frac{\pi}{6} c_\text{м}^* d_p^3 \rho \vec{\omega}_p \times \vec{V}_R. \tag{4}$$

Таблица 1

Автор, год, источник	Формула для определения силы Магнуса	Выражения для $c_м$ и $c_м^\bullet$		Диапазон чисел Рейнольдса $Re_d = \frac{\rho\|\vec{V}_R\|d_p}{\mu}$	Диапазон чисел Рейнольдса $Re_\omega = \frac{\rho\|\vec{\omega}_p\|d_p^2}{\mu}$	Метод получения зависимостей: – расчетный (расчет); – по данным экспериментов (эксперимент)
Рубинов, 1961, [8]	$F_м = \frac{c_м}{8}\rho d_p^3 \vec{\omega}_p \times \vec{V}_R$	$c_м = \pi$		$Re_d < 1$	$Re_\omega < 1$	Расчет
Соу, 1971, [17-18]; Нигматулин, 1978 [9]		$c_м = 8\pi/3$		$Re_d \to \infty$	$Re_\omega \to \infty$	Расчет
Шрайбер, 1980, [1]		$c_м = 0,72$		не определен	не определен	Эксперимент
Наумов, 2006, [7]		$c_м = \pi$		не определен	$Re_\omega < 100$	$f(Re_\omega) = 6,05\,\pi Re_\omega^{-0,39}$ (Эксперимент)
		$c_м = f(Re_\omega)$		не определен	$100 < Re_\omega < 36000$	
Вараксин, 2003, [10]		$c_м = f(Re_\omega, Re_d)$		$360 < Re_d < 13500$	$590 < Re_\omega < 45000$	$f(Re_\omega, Re_d) =$ $0,534\,Re_d^{0,715} Re_\omega^{-0,64}$ (Эксперимент)
Яценко, 2001,[11]		$c_м = f(Re_\omega, Re_d)$		$360 < Re_d < 6000$	$590 < Re_\omega < 6000$	$f(Re_\omega, Re_d) =$ $0,667\pi Re_d^{0,447} Re_\omega^{-0,529}$ (Эксперимент)
Sommerfeld, 2003,[2]	$F_м = \frac{\pi}{8} d_p^2 \rho c_м^\bullet \|\vec{V}_R\| \frac{\vec{\omega}_p \times \vec{V}_R}{\|\vec{\omega}_p\|}$	$c_м^\bullet = Re_\omega / Re_d$	$c_м = c_м^\bullet \frac{\pi Re_d}{Re_\omega}$	$Re_d < 1$	не определен	$f(Re_\omega, Re_d) =$ $0,45 + (Re_\omega / Re_d - 0,45)$ * $\exp(-0,05684 Re_\omega^{0,4} Re_d^{0,3}$ (Эксперимент)
Kharlamov A., 2008 [12]	$F_м = \frac{\pi}{6} c_м^\bullet d_p^3 \rho \vec{\omega}_p \times \vec{\Gamma}_R$	$c_м^\bullet = \frac{1 + cRe_d}{a + b\mathrm{Re}_d}$ $a = a_1 + a_2\Gamma + a_3\Gamma^2$ $b = (b_1 + \Gamma)/(b_2 + b$ $c = 1/(c_1 + c_2\Gamma)$;	$c_м = \frac{4\pi}{3} c_м^\bullet$	$0,5 < Re_d < 40000$	$0,2Re_d < Re_\omega < 14Re_d$	$\Gamma = 0,5 d_p \|\vec{\omega}_p\| / \|\vec{V}_R\|$ $a_1 = 1,333$; $a_2 = -0,061$; $a_3 = 0,029$; $b_1 = 5,9$; $b_2 = 38$; $b_3 = 4,6$; $c_1 = 25$; $c_2 = 21$ (Эксперимент)

Таблица 1 (продолжение)

Автор, источник	Формула для определения силы Магнуса	Выражения для $c_м$ и $c_м^*$		Диапазон чисел Рейнольдса $Re_d = \frac{\rho\lvert\vec{V}_R\rvert d_p}{\mu}$	Диапазон чисел Рейнольдса $Re_\omega = \frac{\rho\lvert\vec{\omega}_p\rvert d_p^2}{\mu}$	Метод получения зависимостей: – расчетный (расчет); – по данным экспериментов (эксперимент)
Lain, 2013 [4], Souza, 2013, [5]	$F_м = \frac{\pi}{8} c_м^* d_p^3 \rho \frac{Re_d}{Re_\omega} \vec{\omega}_p \times \vec{V}_R$	$c_м^* = Re_\omega / Re_d$	$c_м = c_м^* \frac{\pi Re_d}{Re_\omega}$	$Re_d < 1$	не определен	$f(Re_d) = (0{,}178 + 0{,}822 Re_d^{-0{,}522})$ (Эксперимент)
		$c_м^* = \frac{Re_\omega}{Re_d} f(Re_d)$		$1 < Re_d < 1000$		
		$c_м^* = \frac{Re_\omega}{Re_d} f(Re_\omega, Re_d)$	$c_м = c_м^* \frac{\pi Re_d}{Re_\omega}$	$Re_d < 2000$	не определен	$f(Re_\omega, Re_d) =$ $0{,}45 + (Re_\omega / Re_d - 0{,}45)^*$ $\exp(-0{,}05684 Re_\omega^{0{,}4} Re_d^{0{,}3}$ (Эксперимент)

Для проведения анализа и систематизации зависимостей для коэффициентов силы Магнуса они приведены к виду, соответствующему соотношению (1) (см. таблицу 1).

На рис. 1 представлены результаты расчетов коэффициента $c_м$ по представленным зависимостям для диапазонов чисел Рейнольдса Re_d и Re_ω, в которых они, по мнению авторов, справедливы. На рис 1, а) [2] кривые 1 – 5 соответствуют числам Re_ω=1000, 500, 200, 100, 50; на рис 1, б) [10] – Re_ω=4800, 3600, 2400, 1200, 590; на рис. 1, в) [7] – Re_ω=20000, 5000, 2000, 1000, 100; на рис. 1, г [5] – Re_ω=1000, 500, 200, 100, 50; на рис. 1, д) [11] – Re_ω=6000, 4000, 2000, 1000, 590; на рис. 1, е) [12] – Re_ω=40000, 30000, 20000, 4000, 2000.

Из анализа результатов определения коэффициентов силы Магнуса следует, что обоснованность применения той или иной формулы определяется диапазоном изменения чисел Рейнольдса Re_d и Re_ω, который вытекает из конкретных условий решаемой технической задачи. Общая тенденция всех приведенных зависимостей состоит в уменьшении коэффициента силы Магнуса с ростом числа Рейнольдса Re_ω, т. е. с увеличением угловой скорости вращения частицы и ее размера.

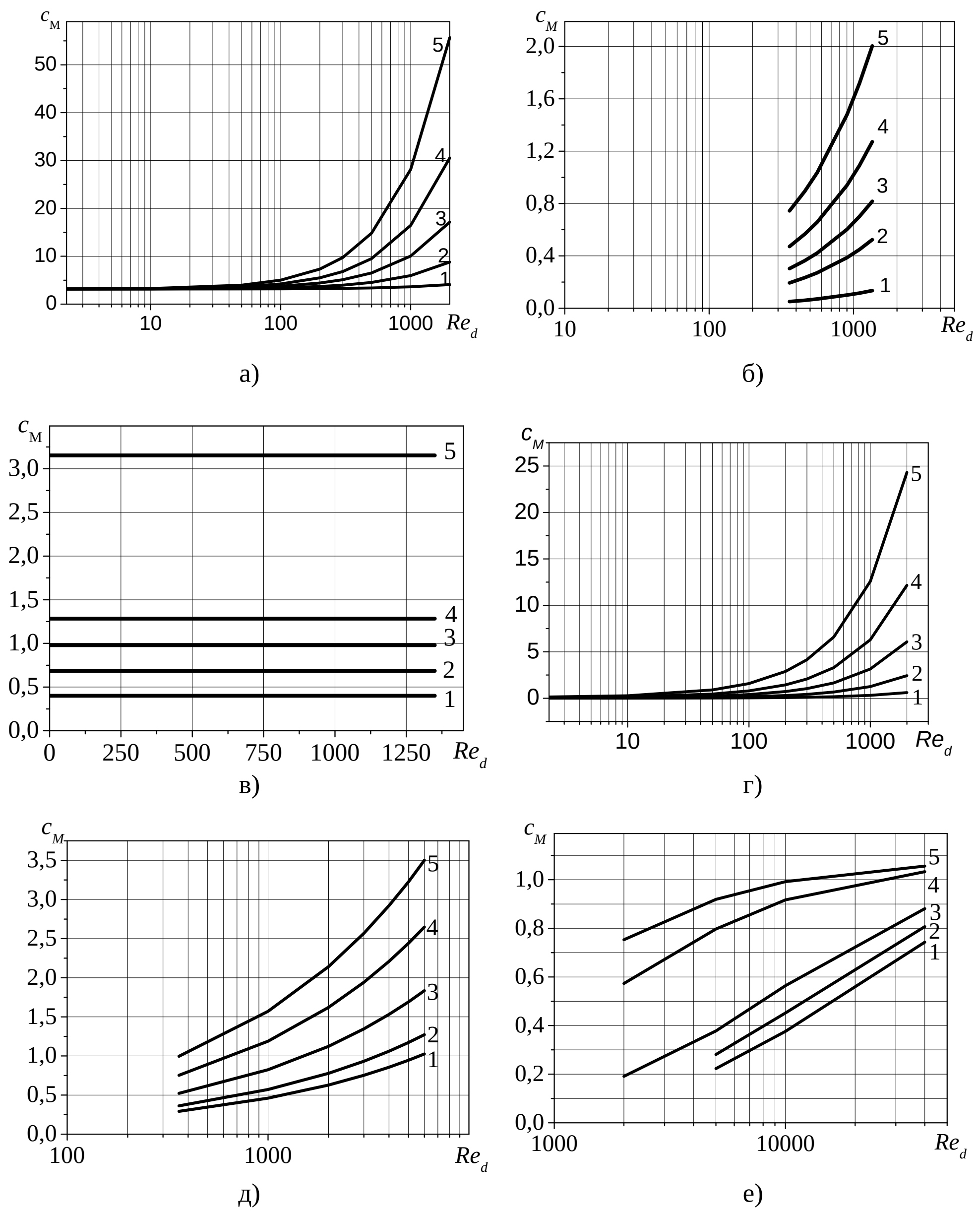
Сопоставление результатов расчета по приведенным зависимостям при одинаковых значениях чисел Re_d и Re_ω показывает значительный разброс значений $c_м$. Так, при $Re_d = Re_\omega$=1000 коэффициент $c_м$, согласно данным из рис.1, изменяется от 3,0 (рис.1, а)) до 0,1 (рис.1, г)).

Наибольшее внимание в настоящее время уделяется движению мелкодисперсных частиц в каналах и проточных трактах различных технологических аппаратов. Результаты таких исследований, широко представленные в литературе, показывают, что для определения сил Магнуса в ряде случаев [2], [4], [5], [12] используются модифицированные зависимости, отличающиеся от общепринятых, например, в работах [1], [10], [7]. Для частиц размером от 500 мкм и выше в результате тестовых расчетов установлено, что необходимо пользоваться различными формулами в зависимости от величин Re_d и Re_ω, поскольку при изменении размеров канала, скорости несущего газа и размеров частиц эти параметры могут существенно изменяться.

Сила Сэфмена. При движении частицы в градиентном газовом потоке на нее действует сила, направленная перпендикулярно к направлению скорости движения частицы. Базовой зависимостью для определения силы Сэфмена является формула, полученная автором работы [13] в виде

$$F_S = c_S d_p^2 \rho \nu^{0,5} \vec{V}_R \left(\frac{dU}{dy}\right)^{0,5}, \qquad (5)$$

где c_S - коэффициент силы Сэфмена, зависящий в общем случае от чисел Рейнольдса Re_d и Re_s; $Re_s = \frac{\rho d_p^2}{\nu}\left|\frac{dU}{dy}\right|$; $\frac{dU}{dy}$ – градиент скорости несущего газа; ν – коэффициент кинематической вязкости газа.



а)

б)

в)

г)

д)

е)

Рис. 1

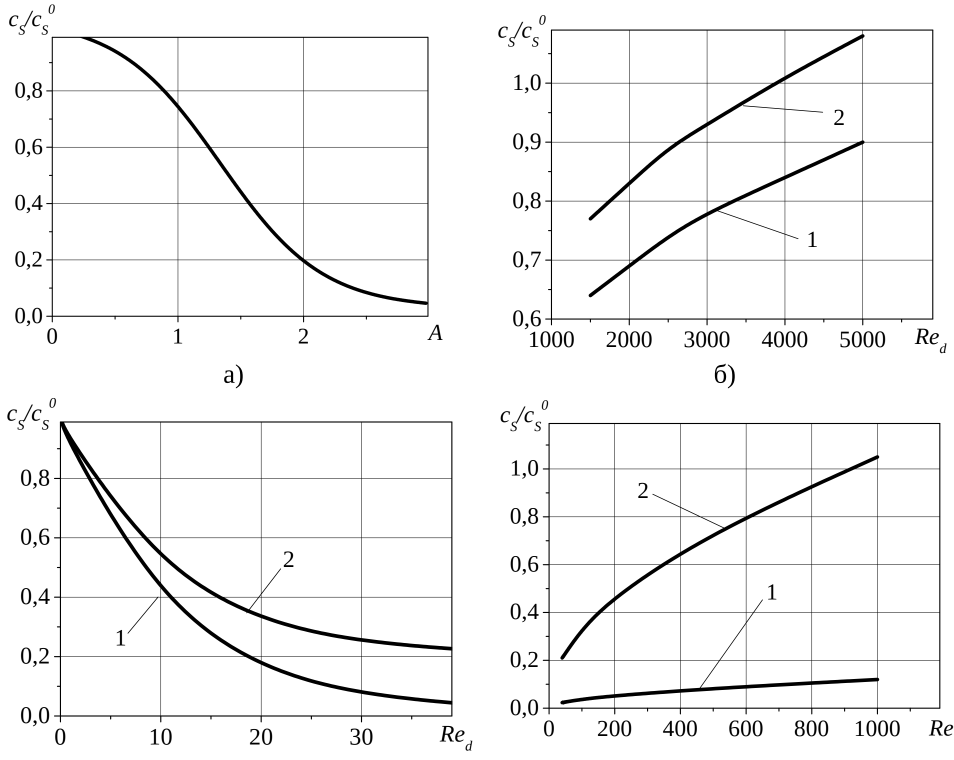
Эта зависимость справедлива при $Re_d \ll 1, Re_s \ll 1$ и $A = Re_d \big/ Re_s^{0,5} \ll 1$, при этом $c_S = c_S^0 = 1{,}615$ в дальнейшем полагается базовым.

Развитие и уточнение зависимости для определения коэффициента c_S идет в направлении учета увеличения чисел Re_d и Re_s. В таблице 2 представлены соотношения различных авторов для определения $c_S = c_S^0 f(Re_d, Re_s)$, полученные расчетным путем или путем аппроксимации экспериментальных данных, с указанием диапазонов изменения чисел Re_d и Re_s для которых эти зависимости справедливы.

Таблица 2

Автор, год, источник	Формула для определения силы Сэфмена	Выражение для c_S	Диапазон чисел Рейнольдса $Re_d = \frac{\rho \lvert \vec{V}_R \rvert d_p}{\mu}$	Диапазон чисел Рейнольдса $Re_S = \frac{\rho d_p^2}{\mu} \left\lvert \frac{dU}{dy} \right\rvert$	Метод получения зависимостей: – расчетный (расчет); – по данным экспериментов различных авторов (эксперимент)
Saffman, 1961, [13]	$F_S = c_S d_p^2 \rho \nu^{0,5} \vec{V}_R (\frac{dU}{dy})^{0,5}$	$c_S^0 = 1{,}615$	$Re_d << 1$	$Re_s << 1$	$A = \frac{Re_d}{Re_s^{0,5}} << 1$ (Расчет)
Асмолов, 2015, [14]		$\frac{c_S}{c_S^0} = f(Re_d, Re_s)$	$Re_d << 1$	$Re_s << 1$	$f(Re_d, Re_s) = (1 + 0{,}581A^2 -$ $- 0{,}439A^3 + 0{,}203A^4)^{-1}$ $0 \le A \le 3$ (Расчет)
Dandy, 1990, [16], McLaughlin, 1991, [17], Наумов, 2006, [7], Sommerfeld, 2012, [2]		$\frac{c_S}{c_S^0} = f(Re_d, Re_s)$	$Re_d < 40$	$0{,}01Re_d < Re_s < 0{,}8Re_d$	$f(Re_d, Re_s) = (1 - 0{,}3314\beta^{0,5}) \times$ $\times \exp(-0{,}1Re_d) + 0{,}3314\beta^{0,5}$ (Эксперимент)
			$Re_d > 40$		$f(Re_d, Re_s) = 0{,}0524(\beta Re_d)^{0,5}$ $\beta = 0{,}5\, Re_s / Re_d$; $0{,}005 < \beta < 0{,}4$ (Эксперимент)
Яценко, 2002, [15]		$\frac{c_S}{c_S^0} = f(Re_d, Re_s)$ $\frac{c_S}{c_S^0} = f(Re_d, Re_s)$	$1500 < Re_d < 5000$	$1000 < Re_s < 2600$	$f(Re_d, Re_s) = 0{,}034 \cdot Re_d^{0,286} \cdot Re_s^{0,191}$ (Эксперимент)

На рис. 2, а) приведены результаты расчетов отношения c_S/c_S^0 по зависимости [14] при изменении параметра A в диапазоне $0 \le A \le 0{,}3$, которые показывают, что с ростом $Re_s^{0,5}$ по отношению к Re_d величина коэффициента c_S уменьшается по сравнению с его базовым значением. На рис. 2, б) показаны результаты экспериментального определения c_S/c_S^0, полученные в работе [15] в зависимости от Re_d для двух крайних значений Re_s (кривая 1 соответствует Re_s=1000, а кривая 2 – 2600). В данном диапазоне изменения чисел Re_s их рост приводит к увеличению c_S/c_S^0. На рис. 2, в) и 2, г) показаны результаты расчетов, полученные с использованием зависимостей, приведенных в работах [7,] [2], [16], [17] для чисел Re_d<40 и Re_d>40. Кривые 1 соответствуют параметру β=0,005, ($\beta = 0{,}5\,Re_s/Re_d$), а кривые 2 – β=0,4. Увеличение параметра β приводит к росту c_S/c_S^0 для обоих диапазонов чисел Re_d, хотя при увеличении Re_d от 0 до 40 c_S/c_S^0 уменьшается, а при Re_d>40 c_S/c_S^0 возрастает с ростом Re_d.



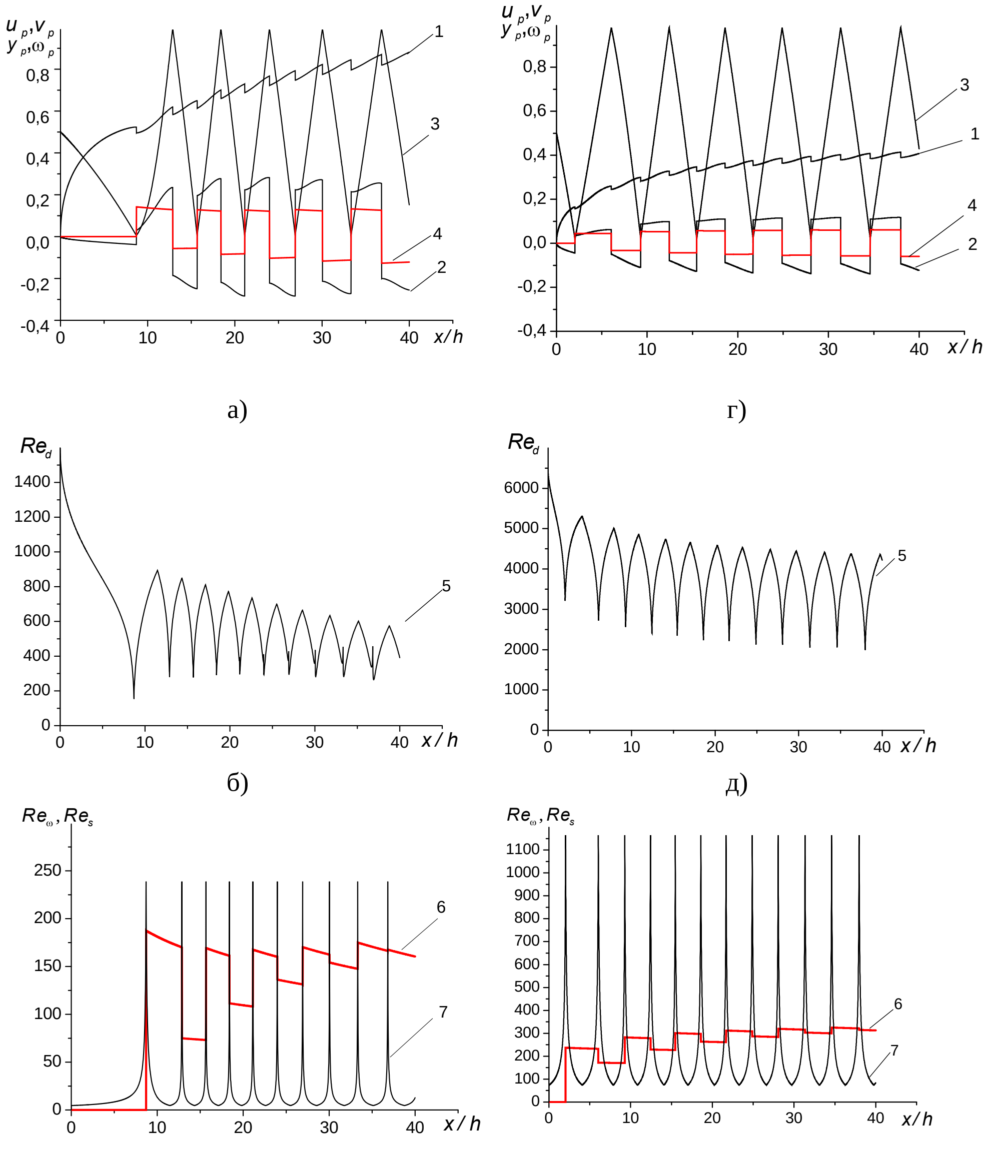
а) б)

в) г)

Рис. 2

Корректное определение сил Магнуса и Сэфмена особенно важно при расчете траекторных параметров частиц вблизи поверхностей (стенок) ограничивающих газодисперсный поток. Особое влияние это имеет для частиц небольшого диаметра, для которых в градиентном потоке несущего газа скорость частицы вблизи стенки может превышать локальную скорость газа. В этих условиях поперечные составляющие сил Магнуса и Сэфмена меняют свое направление на противоположное и могут либо способствовать уходу частицы от стенки, либо наоборот, действовать на нее в направлении стенки. Характер движения частиц разного размера в канале представлен в [19].

На рис. 3 приведены изменения безразмерных траекторных параметров частицы (продольной и поперечной скорости, поперечной координаты и скорости вращения) движущейся в плоском канале с турбулентным профилем скорости несущего газа на этапе выхода частиц на установившийся скачкообразный режим движения с эквивалентным диаметром частиц 1 мм (рис. 3, а, б, в) и 4 мм (рис. 3, г, д, е). Турбулентный профиль скорости несущего газа в канале шириной h описывается зависимостями, приведенными в [19].



а) г)

б) д)

в) е)

Рис. 3

Продольная u_p и поперечная v_p скорости частицы (кривые 1 и 2) отнесены к средней скорости несущего газа $u_{\text{ср}}$, поперечная координата частицы y_p(кривые 3) отнесена к ширине канала h, а скорость вращения частицы ω_p (кривые 4) отнесена к $u_{\text{ср}} / d_p$.

Там же для иллюстрации приведены изменения чисел Re_d, Re_ω и Re_s (кривые 5, 6, 7), которые являются определяющими при вычислении сил Магнуса и Сэфмена. Эти силы в приведенном случае рассчитывались с использованием зависимостей из работ [7] и [2]. Имеющие место пульсации величин чисел Re_d в областях столкновения частицы диаметром 1 мм со стенкой канала, обусловлены указанным выше эффектом смены знака скорости скольжения частицы. Для крупных частиц этот эффект отсутствует. Как следует из приведенных зависимостей, изменение чисел Re_s происходит в широких пределах как при разгоне частицы, так и квазистационарном режиме за счет скачкообразного характера движения ее вдоль канала. Что касается числа Re_ω, определяющего силу Магнуса, то его величина также имеет пульсирующий характер, но амплитуда этих пульсаций невелика и уменьшается по мере достижения частицей установившейся продольной скорости движения.

Выводы. Рассмотрены расчетные и эмпирические зависимости для определения поперечных сил, действующих на частицу в газодисперсном потоке с ограничивающими поверхностями (стенками). Влияние этих сил, обусловленных вращением частицы в результате столкновения со стенкой (сила Магнуса) и градиентом скорости несущего газа вблизи стенки (сила Сэфмена), является определяющим для расчета траекторий движения частиц в каналах. Результаты численного моделирования движения газодисперсных потоков качественно и количественно зависят от корректности нахождения указанных сил. В качестве критериев для выбора зависимостей для определения сил Магнуса и Сэфмена используются критерии Рейнольдса, базирующиеся на приведенном диаметре частицы, скорости ее обтекания (скорости скольжения), скорости ее вращения и градиенте локальной скорости несущего газа. Анализ известных зависимостей для определения силы Магнуса показал, что в настоящее время используются соотношения, полученные либо расчетным путем, либо основанные на результатах математической обработки экспериментальных данных. Сравнительные расчеты по указанным зависимостям дают противоречивые результаты при сопоставимых значениях определяющих критериев, что требует тщательного анализа правомерности использования конкретных зависимостей. Аналогичные расчеты по зависимостям для определения сил Сэфмена показали существенно меньший разброс. На конкретном численном примере показаны диапазоны изменения критериев Рейнольдса при движении частицы в турбулентном потоке несущего газа в плоском канале. Полученные результаты могут быть использованы при численном моделировании движения газодисперсных течений в каналах и вблизи ограничивающих поверхностей.

1. *Шрайбер А. А., Милютин В. Н., Яценко В. П.* – Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным веществом. Киев: Наук.думка, 1980. – 252 с.

2. *Sommerfeld M.* Analysis of collision effects for turbulent gas–particle flow in a horizontal channel: Part I. Particle transport. International Journal of Multiphase Flow. 2003. № 29. P. 675–699.
   *DOI:*10.1016/S0301-9322(03)00031-4.
3. *Sommerfeld M., Lain S.* Analysis of dilete phase pneumatic conveying through pipe systems by the Euler/Lagrange approach. Ninth International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries CSIRO, Melbourne, Australia, 10 – 12 December 2012. P.1–12.
4. *Lain S.* Study of turbulent two-phase gas-solid flow in horizontal channels. Indian Journal of Chemical Technology. 2013. Vol. 20, March. P. 128–136.
5. *Souza F. J., Silva A. L., Utzig J.* Gas-particle flow in a diffuser. 22nd International Congress of Mechanical Engineering. November 3-7, 2013, Ribeirao Preto, SP, Brazil. P. 2970–2982.
6. *Горбис З. Р.* Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М.: Энергия. 1970. 424 с.
7. *Наумов В. А.* Динамика дисперсной частицы в вязкой среде. Математическое моделирование. 2006. Т. 18, № 5. С.27–36.
8. *Rubinov S. L., Keller J. B.* The transverse force on aspnning sphere moving in a viscous fluid. J. Fluid Mech. 1961. 11, № 3. P.447–459.
9. *Нигматуллин Р. И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука. 1978. 336 с.
10. *Вараксин А. Ю.* Турбулентные течения газа с твердыми частицами. М.: Физматлит 2003. 192 с.
11. *Яценко В. П., Александров В. В.* Измерение силы Магнуса при умеренных числах Рейнольдса. Прикладна механіка. 2001. Т. 3 (75). № 3. С. 83–87.
12. *Kharlamov A., Chara Z., Vlasak P.* Investigation of Magnus force acting on smooth sphere at high Reynolds numbers. Colloquium Fluid Dynamics 2008. Institute of Thermomechanics AS CR v.v.i., Prague, Oktober 22 – 24. 2008. P. 1–11.
13. *Saffman P. G.* The lif tan a small sphere in a slow shear flow. J. Fluid Mech. 1965. Vol. 22. N 2. P. 385–400
14. *Асмолов Е. С.* Поперечная миграция сферических частиц в сдвиговых нестационарных потоках: дис. докт. физ.-мат. наук. М. 2015. 189 с.
15. *Яценко В. П.* Определение силы, действующей на сферическую твердую частицу в потоке со сдвигом. Межведомственный научный сборник. Физика аэродисперсных систем. 2002. Вып.39. Одесса. Астропринт. С.240–247.
16. *Dandy D. S.* A sphere in shear flow at finite Reynolds number: effect of shear on particle lift, drag and heat transfer. J. Fluid Mech. 1990. V. 216. P. 381–410.
17. *McLaughlin J. B.* Inertial migration of a small sphere in linear shear flows. J. Fluid Mech. 1991. V. 224. P. 261–274.
18. *Соу С.* Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир. 1971.–536 с.
19. *Тимошенко В. И., Кнышенко Ю. В., Щербаков В. И.* Особенности влияния размера частиц газодисперсного потока на их взаимодействие со стенками канала. Техническая механика. 2016. №3. С. 24–34.

Получено 13.05.2019,
в окончательном варианте 20.06.2019