УДК 621.396.4

О. І. ЛИСЕНКО, О. Ф. НІКУЛІН, С. М. ЧУМАЧЕНКО, О. М. ТАЧИНІНА

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ РОЗГАЛУЖЕНИХ ТРАЄКТОРІЙ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ ПОШУКУ ТА РЯТУВАННЯ В ЗОНІ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ

Метою публікації є постановка наукової задачі оптимізації розгалужених траєкторій для вирішення завдань складеними безпілотними літальними апаратами оперативно-рятувальних підрозділів в зоні надзвичайної ситуації.

У статті запропонована складена динамічна система безперервного моніторингу територій у зоні надзвичайних ситуацій на базі безпілотного варіанта квадрокоптера. Задачу оптимізації траєкторії складеної динамічної системи, що полягає в пошуку оптимальних управлінь і траєкторій руху підсистем, розв'язано методами теорії розгалужених траєкторій, що мінімізують заданий критерій.

Наукова новизна полягає у пошуку оптимальних моментів часу та фазових координат, у яких відбуваються структурні перетворення складеної динамічної системи, із використанням методики перетворення складеної динамічної системи в розривну динамічну систему зі змінним у моменти структурних перетворень розміром векторів стану та управління. Практична значимість полягає у створенні передумов для розробки багатокомпонентних безпілотних літальних апаратів для оперативного моніторингу надзвичайних ситуацій.

Целью публикации является постановка научной задачи оптимизации ветвящихся траекторий для решения задач управления составными беспилотными летательными аппаратами для оперативно-спасательных подразделений в зоне чрезвычайной ситуации.

В статье предложена составная динамическая система непрерывного мониторинга территорий в зоне чрезвычайных ситуаций на базе беспилотного варианта квадрокоптера. Задача оптимизации траектории составной динамической системы состоит в поиске оптимальных управлений и траекторий движения подсистем и решается методами теории ветвящихся траекторий, минимизирующих заданный критерий.

Научная новизна заключается в поиске оптимальных моментов времени и фазовых координат, в которых происходят структурные преобразования составной динамической системы, с использованием методики преобразования составной динамической системы в разрывную динамическую систему с переменным, в моменты структурных преобразований, размером векторов состояния и управления. Практическая значимость заключается в создании предпосылок для разработки многокомпонентных беспилотных летательних апаратов для оперативного мониторинга чрезвычайных ситуаций.

The paper purpose is to formulate a scientific problem of the optimization of branching paths to solve the control problems for component drone vehicles designed to operational and rescue units in the emergency area.

The paper proposes a dynamic component system for continuous monitoring the territories in the emergency area on the basis of an unmanned quadrocopter. The problem of optimizing the path of the dynamic component system is to find the optimal controls and paths of motion of subsystems and it is being solved by methods of the theory of branching paths minimizing a given criterion.

Scientific novelty consists in finding the best times and phase coordinates in which structural transformations of the dynamic component system take place, using the method of transformation of a dynamic component system in a dynamic discrete system with variable vectors of state and control at the moments of structural transformations. The practical significance is to create prerequisites for the development of multifunctional drone vehicles for real-time emergency monitoring.

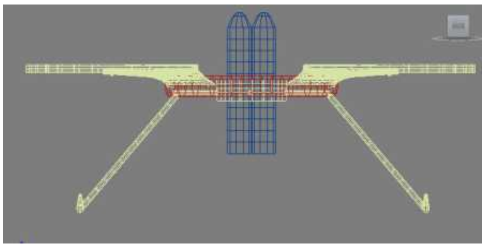
Ключові слова*: безпілотні літальні апарати (БПЛА), розгалужені траєкторії, фазові координати, надзвичайні ситуації, задача оптимізації.*

Виконання основних завдань Державної служби України з надзвичайних ситуацій пов'язане з великим ризиком і вимагає найвищої підготовки особового складу та застосування високоефективних технічних засобів. Запобігання надзвичайних ситуацій (НС) та їх локалізація в самій початковій фазі розвитку є найбільш важливим завданням при розробці нової техніки, а також форм і методів її застосування.

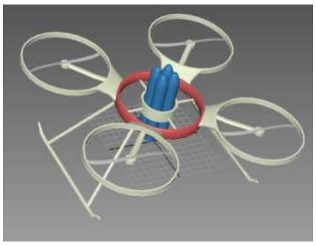
Для моніторингу потенційно небезпечних територій і зон НС доцільно використовувати роботизовані системи, здатні в реальному масштабі часу передавати відповідним органам управління інформацію про їхній стан для прийняття оперативних і адекватних заходів у випадку загрози виникнення НС.

Перспективним напрямком розвитку систем і технічних засобів, призначених для попередження, виявлення та ліквідації наслідків надзвичайних ситуацій як на регіональному, так і на локальному рівнях може стати система безперервного цілодобового локального та регіонального моніторингу територій на базі безпілотного варіанта квадрокоптера.

Запропонована система моніторингу складається з безпілотного варіанта квадрокоптера, малогабаритних камер (сенсорів) та контейнерів для доставки цих камер в зону моніторингу. Безпілотний варіант квадрокоптера використовується як літаюча платформа, на якій розташовані контейнери, що запускаються (відстрілюються), усередині яких у свою чергу розташовано кілька малогабаритних камер для моніторингу місцевості в зоні НС (рис. 1).



а)



б)

Рис. 1 – Система моніторингу територій в зоні НС на базі безпілотного варіанта квадрокоптера: а) вигляд зліва, б) вигляд зверху

Для забезпечення безперервного моніторингу територій у зоні НС необхідно розташувати малогабаритні камери оптимальним чином з точки зору покриття зони контролю, а також безперебійної передачі інформації про її стан.

Це буде залежати від оптимального вибору координат і моменту часу запуску контейнерів, а також від оптимального способу руху літаючої платформи до точки запуску та оптимального переміщення контейнерів до цілі після запуску. Для цього система моніторингу території на базі безпілотного варіанта квадрокоптера повинна діяти як єдине ціле і дії кожного окремого її елемента повинні бути спрямовані на одержання найбільшого групового ефекту. З цією метою пропонується систему моніторингу територій розглядати як складену динамічну систему.

Під складеною динамічною системою будемо розуміти сукупність об’єктів (квадрокоптер; контейнери, що запускаються; малогабаритні камери), об’єднаних у систему за фізичним змістом. Траєкторії таких складених динамічних систем називаються розгалуженими, тому що складаються з ділянок спільного руху складових частин і ділянок їхнього індивідуального руху до цілі, тобто руху по окремих гілках траєкторії.

Ефективність використання цього класу систем залежить від найкращого, оптимального вибору координат і моменту часу поділу складеної динамічної системи (СДС), а також від оптимального способу руху СДС до точки поділу та оптимального переміщення підсистем до цілі по гілках траєкторії після поділу (рис. 2).

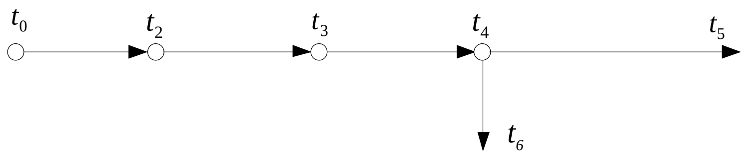


Рис. 2 – Приклад схеми розгалуженої траєкторії: t_i – моменти часу структурних перетворень СДС; стрілки умовно показують напрямок руху підсистем СДС.

Рух підсистем по гілках траєкторії СДС описується диференціальною системою виду

$$\dot{x} = f(x, u; y, v; t),\ t \in [t_0, t_f], \tag{1}$$

де $x \in E^n$, $u \in \cap \subset E^m$; $x, u, y, v; t$ – фазові координати, v – керування інших підсистем зі складу СДС, що впливають на рух розглянутої підсистеми; t_0, t_{f} – моменти часу початку та кінця руху підсистеми по розглянутій гілці траєкторії.

На траєкторію підсистеми (1) накладаються скалярні обмеження виду [3 – 8]

$$\mathrm{g_i}(x(t_0), y(t_0), t_0; x(t_f), y(t_f), t_f) \begin{cases} = 0, & i = \overline{1, k_g} \\ \le 0, & i = \overline{k_g + 1, n_g} \end{cases}; \tag{2}$$

$$q_i(x(t), u(t), t_0; y(t), v(t); t) \begin{cases} = 0, & i = \overline{1, k_q} \\ \le 0, & i = \overline{k_q + 1, n_q} \end{cases}, \tag{3}$$

де $t \quad [t_0, t_f]$.

Критерій, що оцінює ефективність функціонування СДС, описується виразом [2]

$$P = \Pi(\cdot) + {}^{\circ}{}_{\sum} \ \to \min, \tag{4}$$

де $\Pi(\cdot)$ – термінальна складова критерію, що залежить від фазових координат підсистем у моменти часу структурних перетворень СДС і самих моментів часу; $\rho_{\sum}$ – інтегральна складова критерію, що складається із суми частинних інтегральних складових типу

$$\rho_{\Sigma} = \int_{\mathrm{t_0}}^{\mathrm{t_f}} h(x(t), u(t); y(t), v(t); t)\, dt \tag{5}$$

відповідних окремим гілкам траєкторії СДС.

Таким чином, задача (1) – (5) оптимізації траєкторії СДС полягає в пошуку оптимальних управлінь і траєкторій руху підсистем по ділянках розгалуженої траєкторії, що мінімізують критерій (4), а також у пошуку оптимальних моментів часу та фазових координат, у яких відбуваються структурні перетворення СДС.

Розв’язок цієї задачі зазначеного завдання передбачається виконати в три етапи: спочатку здійснити перехід від станів динамічної системи до розривної динамічної системи зі змінним розміром векторів стану управління; потім оптимізувати розривну систему і, нарешті, повернутися до вихідної задачі, виразивши результат оптимізації розривної системи через позначення, прийняті в початковому формулюванні завдання.

Методика перетворення складеної динамічної системи в розривну динамічну систему зі змінним у моменти структурних перетворень розміром векторів стану та управління полягає в такому [1 – 3]:

- виходячи з фізичних міркувань функціонування СДС, вибудовується схема розгалуженої траєкторії, складаються рівняння руху підсистем уздовж гілок траєкторії, записуються обмеження, що діють безупинно на підсистеми та у граничних точках, формулюється критерій;
- встановлюється хронологічна послідовність моментів часу структурних перетворень СДС;
- в інтервалах часу між структурними перетвореннями СДС вводяться розширені вектори стану X_i та управління U_i ($i=\overline{1,N}$), де $N+1$ – кількість структурних перетворень СДС із урахуванням структурного перетворення, пов’язаного з початком руху СДС ($i=0$), що складаються відповідно з векторів стану та управління динамічних підсистем (блоків), що переміщаються по гілках траєкторії в заданому інтервалі часу.

У результаті застосування зазначеної методики приходимо до такої постановки задачі оптимізації розривної системи зі змінним розміром векторів стану та управління [1 – 3]

$$
\begin{aligned}
I = S(&X_{1(}(t_0^+),t_0;X_{1(}(t_1\ ),X_{2(}(t_1^+),t_1;X_{2(}(t_2\ ),X_{3(}(t_2^+),t_2;\ldots\\
&\ldots;X_{i(}(t_i\ ),X_{i+1(}(t_i^+),t_i;\ldots;\ldots;X_{N(}(t_N),t_N)+\sum_{i=1}^{N}\int_{t_i^+\ 1}^{t_i}\Phi(X,U,t)dt\to\min
\end{aligned}
\tag{6}
$$

$$
G_i(X_{1(}(t_0^+),t_0;X_{1(}(t_1^-),X_{2(}(t_1^+),t_1;\ldots;X_{N(}(t_N^-),t_N)\begin{cases}=0, & \overline{i=1,K_G};\\ \le 0, & \overline{i=K_G+1,N_G}\end{cases}; \tag{7}
$$

$$
Q_{ij}(X_{i(}(t),U_i(t),t)\begin{cases}=0, & \overline{j=1,K_{Q_i}};\\ \le 0, & \overline{j=K_{Q_i}+1,N_{Q_i}}\end{cases}; \tag{8}
$$

$$
\dot{X}_i=F_i(X_i,U_i,t),t\quad\left[t_i^+\ 1,\quad t_i\ \right],i=\overline{1,N}; \tag{9}
$$

$$
X_i\quad E^{n\Sigma ii},\ U\in\Omega_i\quad E^{m\Sigma ii}\quad U_i(\cdot). \tag{10}
$$

Тут X_i, U_i – розширені вектори фазового стану та керуючих впливів, що відповідають *i-му* інтервалу часу між структурними перетвореннями СДС, розмірності $n_{\sum i}$ та $m_{\sum i}$; $\cap_i$ – обмежена множина простору $E^{m_{\sum i}}$; $S(\cdot)$, $G_j(\ )\quad (j=\overline{1,N_G;})$ – гладкі на $E^{2\pm}\times E^{\mathrm{N}+1}(\pm = \sum_{i=1}^{N} n_{\sum i})$ скалярні функції змінних $\mathrm{X}_1,\ldots \mathrm{X}_{\mathrm{N},}\ t_0,\ldots t_N; Q_j(\ )\ (j=\overline{1,N_G})$ – n безперервні на $E^{n_i}\times E^{m_i}\times E^1$ разом з першими похідними по всіх своїх аргументах скалярні функції, для яких співвідношення (8) задовольняють умові спільності положення [6], тобто вектори $\mathrm{grad}_{\mathrm{U_i}}\mathrm{Q_j}(X_i(t),U_i(t),t)$ $(j=\overline{1,K_{G,i}})$ та $\mathrm{grad}_{\mathrm{U_i}}\mathrm{Q}_{¥}(X_{¥}(t),U_{¥}(t),t)$ $(\gamma\quad I_\gamma; I_\gamma$ – множина усіх індексів $j=\overline{K_{G,i}+1,N_{Q,i}}$, для яких $Q_j(\ )=0$) лінійно незалежні; $F_i(\cdot)$ – безперервне разом з матрицею похідних ${}_iF_{x_i}$ відображення: $E^{n_{\sum i}}\times\Omega\times E^1\to E^{n_{\sum i}}$; $K_{G,}$ N_G, K_Q, N_Q, N – задані цілі числа, $0\le K_G\le N_G$, $K_G\langle \sum_{i=1}^{N}(2n_{\sum i}+1)+1$; $0\le K_{Q,i}\le N_{Q,i}$; $K_{Q,i}+K_{¥}\langle m_{\sum i}$, де K_γ – кількість індексів γ.

Слід зазначити, що тільки приведення задачі оптимізації розгалуженої траєкторії СДС до оптимізації траєкторії розривної системи зі змінним розміром вектора стану та керування (6) – (10) дозволяє сформулювати теореми, на підставі яких можна виконувати оптимізацію траєкторії СДС із довільною схемою розгалужень. В іншому випадку, кожна нова схема розгалужень траєкторії СДС вимагає виконання всієї процедури доведення, що враховує особливості траєкторії.

Як було сказано вище, третій етап розв’язання задачі оптимізації розгалуженої траєкторії СДС полягає в поверненні до термінів вихідного формулювання задачі. Приведення умов оптимальності управління та траєкторії розривної динамічної системи до умов оптимальності СДС, формальним еквівалентом якої є розривна система, здійснюється декомпозицією розширених векторів стану та управління, обмежень і граничних умов, допоміжних функцій і змінних, що використовувалися в ході застосування методу оптимізації, у послідовності, зворотній вихідним перетворенням, що привели до переходу від СДС до розривної динамічної системи, за правилом переходу до вихідних термінів. Для найбільш типових випадків такий перехід буде розглядатися в наступних публікаціях у формі наслідків з основної теореми, у якій сформульований результат вирішення задачі (6) – (10).

Висновки. Запропоновано складену динамічну систему безперервного моніторингу територій у зоні надзвичайних ситуацій на базі безпілотного варіанта квадрокоптера, для якої розв’язано задачу оптимізації траєкторії, що полягає в пошуку оптимальних управлінь і траєкторій руху підсистем по ділянках розгалуженої траєкторії, що мінімізують заданий критерій, а також у пошуку оптимальних моментів часу та фазових координат, у яких відбуваються структурні перетворення СДС.

Також запропоновано методику перетворення складеної динамічної системи в розривну динамічну систему зі змінним у моменти структурних перетворень розміром векторів стану та управління з урахуванням заданих критеріїв, а саме методик покриття зони контролю та безперебійної передачі інформації про її стан.

1. *Ащепков Л. Т.* Оптимальное управление разрывными система / *Л. Т. Ащепков.* – Новосибирск : Наука, 1987. – 226 с.
2. *Бертсекас Д.* Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа */ Д. Бертсекас.* – М. : Радио и связь, 1987. – 400 с.
3. *Брайсон А.* Прикладная теория оптимального управления */ А. Брайсон, Хо Ю-Ши.* – М. : Мир, 1972. – 554 с.
4. *Гурман В. И.* Принцип расширения в задачах управления */ В. И. Гурман.* – М. : Наука, 1985. – 288 с.
5. *Кротов В. Ф.* Метолы и задачи оптимального управления */ В. Ф. Кротов, В. И Гурман.* – М. : Наука, 1973. – 448 с.
6. *Лысенко А. И.* Синтез оптимальных траекторий, представляющих динамическим системам дополнительные возможности. Авиационные приборы, навигационные системы,системы обеспечения жизнедеятельности и спасения экипажей летательных аппаратов */ А. И. Лысенко.* – М. *:* ВВИА им проф. Н.Е. Жуковского, 1989. – С. 65 – 70.
7. *Сихарулидзе Ю. Г.* Баллистика и наведение летательных аппаратов */ Ю. Г. Сихарулидзе.* – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. – 407 с.
8. *Ulybyshev Y.* Spacecraft Trajectory Optimization Based on Discrete Sets of Pseudo-Impulses / *Y. Ulybyshev* // Journal of Guidance Control and Dynamics. – 2009. – V. 32, №4. – P. 1209 – 1217.

Український науково-дослідний
інститут цивільного захисту,
Київ

Національний авіаційний
університет,
Київ

Отримано 09.12.14,
в остаточному варіанті 10.03.15