УДК 624.131

Н. Е. НАУМЕНКО, О. М. МАРКОВА, Е. Н. КОВТУН, В. В. МАЛЫЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ГРУНТОВОГО ОСНОВАНИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КРАТКОВРЕМЕННОЙ НАГРУЗКИ

Определение деформаций грунтов под действием нагрузок является важной проблемой при решении различных народнохозяйственных задач. При этом, решению задачи определения полной и упругой осадки грунтового полотна под действием кратковременной динамической нагрузки до настоящего времени уделено мало внимания. Цель работы заключается в разработке математической модели деформирования грунтового основания, которая, с одной стороны, является в известной степени упрощенной, а с другой – позволяет определять полные и остаточные деформации грунтового основания под действием кратковременной динамической нагрузки, приложенной к его поверхности. В работе используются методы математического моделирования и численного интегрирования. Показана возможность применения предложенной модели для определения осадок многослойного грунтового основания. Приведены результаты решения ряда тестовых примеров.

Визначення деформацій грунтів під дією навантажень є важливою проблемою при вирішенні різних народногосподарських задач. При цьому, розв’язку задачі визначення повного і пружного осідання грунтового полотна під дією короткочасного динамічного навантаження до теперішнього часу приділяється мало уваги. Мета роботи полягає в розробці математичної моделі деформування грунтової основи, яка, з одного боку, є до певної міри спрощеною, а з іншого – дозволяє визначати повні та залишкові деформації грунтової основи під дією короткочасного динамічного навантаження, прикладеного до його поверхні. У роботі використовуються методи математичного моделювання і числового інтегрування. Показано можливість застосування запропонованої моделі для визначення осідання багатошарової грунтової основи. Наведено результати розв’язку низки тестових прикладів.

Measurements of soil strains under loads are of importance in resolving various problems pertaining to national economy. Until the present time the solution of the problem on measurements of complete and elastic settlements of a soil bed under dynamic short-time loads is little investigated. The work objective is to develop a mathematical strain model of the soil base that on the one hand is simplified, and on the other hand allows measurements of complete and residual strains of the soil base under dynamic short-time loads exposed to its surface. Methods of mathematical modelling and a numerical integration are employed. The possibility of applying of the model proposed to measure settlements of a multi-layer soil base is discussed. The results of the solution of a number of test examples are reported.

Ключевые слова: *деформируемость грунта, кратковременная нагрузка, упруго-вязкопластическая среда, многослойное грунтовое основание.*

При решении многих практических задач возникают вопросы, связанные с устойчивостью и упругостью грунтов при действии кратковременных вертикальных нагрузок.

Деформации грунтов, возникающие от действия внешних сил, рассматриваются в задачах теории упругости. Деформируемость грунтов зависит как от сопротивляемости и податливости их структурных связей, так и от деформируемости отдельных компонентов, образующих грунты. К задачам этой группы относятся задачи по определению осадок грунтового основания под действием различных нагрузок [1 – 4]. При действии на грунт динамических воздействий проявляются динамические свойства грунтов. Термин «динамические свойства грунтов» неоднозначен. С одной стороны, динамические свойства грунтов характеризуют их как среду распространения колебаний (упругие, демпфирующие, фильтрующие свойства), а с другой – это различные формы реакции грунтов на динамические нагрузки или их динамическая неустойчивость, под которой понимается увеличение деформируемости и снижение прочности при динамическом нагружении по сравнению со статическими условиями. Вопросы динамической неустойчивости грунтов важны при решении всех практических задач, связанных со снижением жесткости и прочности грунтов при динамических нагрузках разного происхождения. Известны разные формы поведения грунтов при динамических нагрузках, которые могут быть сведены к следующим вариантам: усталостное разрушение, динамическое уплотнение, снижение прочности (частичное разуплотнение, разжижение (полная потеря прочности)).

При одноразовом действии местной нагрузки имеет место процесс однократной нагрузки и разгрузки грунтового основания. В случае, когда величина нагрузки превышает структурную прочность грунта, в нем будут наблюдаться как упругие, так и остаточные деформации, причем в ряде случаев остаточные деформации могут во много раз превосходить по величине упругие деформации. Для расчетов напряженно-деформированного состояния грунтового основания могут использоваться метод конечных разностей [1] или метод конечных элементов [2], однако их применение является достаточно трудоемким. Кроме того, определение численных значений многочисленных параметров грунтового основания, необходимых для проведения таких расчетов, оказывается сложной задачей, так как реальные характеристики грунтов зависят от целого ряда не всегда хорошо изученных факторов (погодные условия, влажность, степень уплотнения и т. д.). В связи с этим целесообразна разработка такой математической модели деформирования грунтового основания, которая, с одной стороны, являлась бы в известной степени упрощенной, а с другой – позволяла бы с достаточной для практических задач точностью определять полные и остаточные деформации грунтового основания под действием кратковременной нагрузки, приложенной к его поверхности.

Решение задач, связанных с действием на грунт кратковременных нагрузок, основывается на некоторых модельных представлениях о свойствах сплошной среды, на которую действует нагрузка. В наиболее общем виде основные принципы построения моделей работы грунтового основания разработаны Л. И. Седовым и Г. М. Ляховым [5].

Одним из подходов при решении поставленной задачи является замена реальной пространственной системы «нагрузка – деформируемое полупространство» идеализированной механической системой, параметры которой соответствуют физико-механическим характеристикам грунта [5, 6]. В этом случае совокупность реологических свойств реального грунтового основания может быть представлена в виде некоторой комбинации свойств простых тел. Простыми телами в реологии являются: упругое тело Гука, подчиняющееся уравнению состояния $\sigma = E\varepsilon$ (σ – напряжение, E – модуль упругости, ε – деформация); ньютоновская жидкость, подчиняющаяся уравнению состояния $\sigma = \eta\dot{\varepsilon}$ (η – коэффициент вязкости, $\dot{\varepsilon}$ – скорость изменения деформации); жестко-пластическое тело Сен-Венана, которое работает в соответствии с законом сухого трения с амплитудным значением σ_s (σ_s – допускаемое напряжение в земляном полотне). Изменение во времени действующих напряжений определяется отношением значений прикладываемой динамической нагрузки к площади, по которой она распределена. Эти простые тела, отражающие простые свойства реального грунта (упругость, вязкость и пластичность), могут быть представлены с помощью механических моделей в виде пружины и демпферов вязкого и сухого трения соответственно.

Анализ различных расчетных схем и реологических моделей грунтов показал, что для определения полных и остаточных деформаций грунта при действии кратковременной нагрузки целесообразно использовать в качестве расчетной схемы грунта механическую систему с одной степенью свободы, движение которой определяется реологической моделью упруго-вязко-пластической среды, лишенной инерции. В этой расчетной схеме последовательно с пружиной с модулем упругости E_{upr} соединен элемент, в котором параллельно расположены пружина с модулем упругости E_2, демпфер с вязкостью η и элемент сухого трения с коэффициентом f (рис. 1). Работа рассматриваемого элемента осуществляется следующим образом. В момент времени $t=0$ прикладывается давление, создающее напряжение $\sigma(t)$, которое возрастает до определенного значения σ_m, а затем уменьшается до нуля или повторно возрастает на некотором интервале времени. При этом до тех пор, пока $\sigma(t)\le\sigma_s$, происходит деформация только пружины E_{upr}. При $\sigma(t)>\sigma_s$ начинают проявляться вязко-пластические свойства среды и в работу вступают пружина E_2 и демпфер вязкого трения. При уменьшении нагрузки до σ_s происходит частичная разгрузка пружин E_{upr} и E_2 за счет запаздывания во времени деформаций демпфера вязкого трения, а при $\sigma(t)\le\sigma_s$ происходит полная разгрузка пружины E_{upr}, причем модуль упругости пружины E_{upr} при нагрузке и разгрузке может быть различным. Таким образом, после снятия нагрузки образуются остаточные деформации.

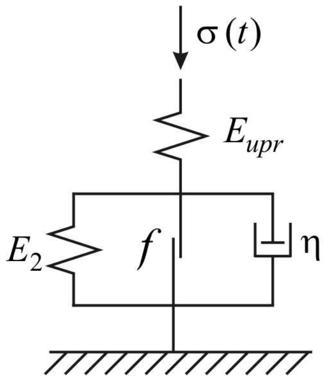

Рис. 1

Математическое описание рассматриваемой модели состоит из совокупности уравнений, каждое из которых описывает определенное состояние элемента среды. Эти уравнения применяются последовательно в зависимости от величины прикладываемой нагрузки и фазы ее действия. Такую модель рекомендуется применять к средам, в которых предельные диаграммы сжатия и разгрузки можно принять линейными, а величины остаточных деформаций существенны по сравнению с величинами упругих деформаций.

Обозначим диаграммы динамического (при изменениях скоростей напряжения $\dot\sigma\to\infty$ и деформации $\dot\varepsilon\to\infty$) и статического (при $\dot\sigma\to 0$ и $\dot\varepsilon\to 0$) сжатия среды следующим образом:

$$\sigma = E_{upr}\varepsilon;\ \sigma = E_{def}\varepsilon, \quad (1)$$

где $1/E_{def} = 1/E_{upr} + 1/E_2$.

Деформация среды равна

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad (2)$$

где ε_1 связано с мгновенным сжатием, а ε_2 – со сжатием, протекающим в конечное время.

При возрастании напряжения уравнение, определяющее поведение среды, совпадает с уравнениями модели линейной вязкоупругой среды:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \sigma / E_{upr} \text{ при } \sigma(t) \le \sigma_s; \quad (3)$$

$$\dot{\varepsilon} + \mu\varepsilon = \dot{\sigma}/E_{upr} + \mu\sigma/E_{def}, \mu = E_{upr}E_{def}/\eta(E_{upr} - E_{def}), \text{ при } \sigma(t) > \sigma_s, \quad (4)$$

где μ – параметр вязкости, η – коэффициент вязкости.

При уменьшении нагрузки пружина E_{upr} разжимается, а пружина E_2 продолжает сжиматься. В этом случае уравнение, определяющее поведение среды, принимает вид:
при $\sigma(t) > \sigma_s$

$$\dot{\varepsilon} + \mu\varepsilon = \dot{\sigma}/E_{raz} + \mu\sigma(1/E_{def} - 1/E_{upr} + 1/E_{raz}) + \mu\sigma_m(1/E_{upr} - 1/E_{raz}), \quad (5)$$

где E_{raz} – модуль упругости первой пружины при разгрузке; σ_m – максимальное напряжение, при котором начинается разгрузка.

Уравнение (5) перестает выполняться, когда деформация второй пружины достигает максимума ($\dot{\varepsilon}_2 = 0$). При дальнейшем уменьшении напряжения деформация второй пружины принимается неизменной. Уравнение, описывающее поведение среды, имеет вид:
при $\sigma(t) \le \sigma_s$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = (\sigma - \sigma_s)/E_{raz} + \varepsilon_s, \quad (6)$$

где ε_s – значение деформации, достигнутое при $\sigma(t) = \sigma_s$ на линии разгрузки.

Поведение среды определяется последовательностью уравнений (3) – (6), меняющихся в процессе деформирования.

При повторном возрастании нагрузки модель работает следующим образом. Если вторичное нагружение происходит в период действия уравнения (5), то это уравнение сохраняется до достижения напряжения σ_m, от которого началась разгрузка. Модуль сжатия при этом равен E_{raz}. При дальнейшем возрастании нагрузки снова выполняется уравнение (4). Модуль сжатия при этом равен E_{upr}.

Если нагрузка начинает увеличиваться в период действия уравнения (6), то это уравнение сохраняется до достижения максимального напряжения σ_s, от которого началась разгрузка. При дальнейшем возрастании напряжения выполняется уравнение (5), а после достижения значения σ_m, от которого началась разгрузка по напряжению, – уравнение (4).

Описанная выше модель упруго-вязкопластической среды может быть использована для расчета полных и остаточных деформаций не только однослойного, но и многослойного грунтового основания при действии на него кратковременной нагрузки. В этом случае осадку определяют как сжатие столба грунта, состоящего из слоев с разными характеристиками. Общая осадка определяется суммированием деформаций слоев, в пределах которых модуль деформации может быть принят постоянным.

При этом каждый слой многослойного основания представляется упруго-вязкопластическим элементом, характеристики которого соответствуют физико-механическим характеристикам данного слоя грунта, а нагрузка на верхнюю и нижнюю границы слоя зависит от глубины его залегания. Деформации для границ слоев определяются из решения системы уравнений (3) – (6), а общая деформация нескольких слоев основания определяется методом послойного суммирования осадок отдельных слоев в пределах сжимаемой толщи основания [7].

Для расчета напряжений в грунтовой толще используется формула распределения по глубине максимальных сжимающих напряжений под центром загруженной области [8]

$$\max\sigma_x(t) = k_0\,\sigma(t), \tag{7}$$

где $\max\sigma_x(t)$ – максимальное сжимающее напряжение в грунте на глубине x; k_0 – табличный коэффициент; $\sigma(t)$ – интенсивность равномерно распределенной нагрузки.

В результате совместного решения уравнений (3) – (6) на каждом шаге интегрирования получаются мгновенные значения относительных деформаций границ многослойного грунтового основания. Деформация слоя грунта толщиной h_i определяется по относительным деформациям верхней ($j=1$) и нижней ($j=2$) границ i-го слоя в каждый момент времени следующим образом:

$$\varepsilon_i^* = \frac{h_i}{2}\sum_{j=1}^{2}\varepsilon_j\ . \tag{8}$$

Полная деформация грунтового основания в каждый момент времени определяется как сумма деформаций отдельных слоев грунта:

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^*\ , \tag{9}$$

где n – число слоев грунтового основания.

Деформация грунтового основания, полученная после снятия действия нагрузки, является остаточной деформацией ε_o грунтовой площадки. По известным полной ε и остаточной ε_o деформациям грунтового основания определяется упругая деформация грунта за полный период действия нагрузки:

$$\varepsilon_{upr} = \varepsilon - \varepsilon_o\,, \tag{10}$$

где ε – полная деформация грунтовой площадки, полученная за все время действия нагрузки.

При необходимости аналогично определяются полная, упругая и остаточная деформации каждого слоя грунтового основания.

При проведении расчетов по указанной методике необходимо принимать во внимание то обстоятельство, что остаточные деформации могут иметь место не по всей глубине сжимаемой толщи основания, а лишь на тех глубинах, где выполняется условие $\sigma(t) > \sigma_s$.

С использованием описанной выше методики разработан алгоритм и составлена программа расчета полных и остаточных деформаций грунтового основания при действии на него кратковременной нагрузки.

В качестве примеров приведены результаты тестовых расчетов деформаций однослойного и двухслойного грунтовых оснований, имеющих различные характеристики. Исходной информацией для их проведения являются следующие величины:

– n – количество слоев грунтового основания;

– E_{upri} – модуль упругости грунта для i-го слоя;

– E_{defi} – модуль деформации грунта для i-го слоя;

– E_{razi} – модуль разгрузки грунта для i-го слоя;

– S – площадь, по которой распределяется нагрузка;

– h_i – толщина i-го слоя;

– μ_i – параметр вязкости i-го слоя;

– σ_{si} – допускаемое напряжение в грунте для i-го слоя;

– k_{oi} – табличный коэффициент для вычисления напряжения в точке грунтового основания, расположенной на заданной глубине.

График изменения во времени силы F, действующей на грунтовое основание в течение 0,5 с, представлен на рис. 2.

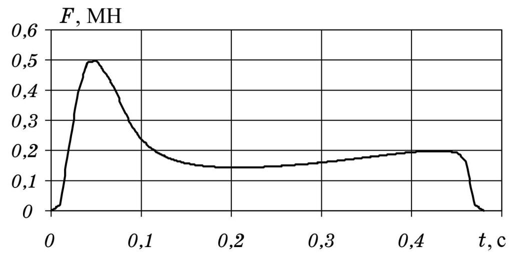

Рис. 2

Модули упругой и вязкопластической деформации, а также коэффициенты вязкости каждого слоя грунта определяются из справочной литературы [9, 10].

В качестве первого примера рассмотрен однослойный песчаный грунт со следующими характеристиками:

E_{upr} =200 МПа; E_{def} =30 МПа; E_{raz} =400 МПа; μ =500 $с^{-1}$; σ_s =0,4 МПа.

На рис. 3 показана полученная в процессе проведения расчетов зависимость полной деформации грунтового основания от действующего напряжения $\sigma(t)$.

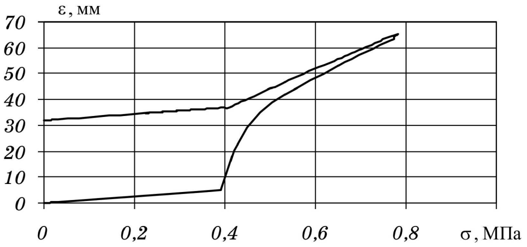

Рис. 3

В результате расчета получены полная, упругая и остаточная деформации грунта после окончания действия заданной силы:
$\varepsilon = 0{,}0652$ м; $\varepsilon_{upr} = 0{,}0333$ м; $\varepsilon_o = 0{,}0319$ м.

Во втором примере рассмотрено двухслойное основание, состоящее из слоя песка и слоя суглинка. Его характеристики имеют вид:

– верхний слой – песок с толщиной слоя $h_1 = 1$ м, $k_{o1} = 0{,}246$;
$E_{upr} = 200$ МПа; $E_{def} = 30$ МПа; $E_{raz} = 400$ МПа; $\mu = 500$ с$^{-1}$; $\sigma_s = 0{,}40$ МПа;

– нижний слой – суглинок с толщиной слоя $h_2 = 3$ м, $k_{o2} = 0{,}0185$;
$E_{upr} = 30$ МПа; $E_{def} = 5$ МПа; $E_{raz} = 60$ МПа; $\mu = 350$ с$^{-1}$; $\sigma_s = 0{,}05$ МПа.

В результате расчета вначале определены полная ε, упругая ε_{upr} и остаточная деформации ε_o каждого слоя грунта.

На рис. 4 и 5 приведены полученные зависимости деформации слоя песка и слоя суглинка от действующего на грунт напряжения. Численные значения полученных деформаций следующие:

– для первого слоя грунта (песок):
$\varepsilon = 0{,}0135$ м; $\varepsilon_{upr} = 0{,}0071$ м; $\varepsilon_o = 0{,}0064$ м;

– для второго слоя грунта (суглинок):
$\varepsilon = 0{,}0583$ м; $\varepsilon_{upr} = 0{,}0390$ м; $\varepsilon_o = 0{,}0193$ м.

Затем с использованием метода послойного суммирования определены полная, упругая и остаточная деформации рассмотренной грунтовой площадки. В целом оцениваемые деформации равны:

$\varepsilon = 0{,}0718$ м; $\varepsilon_{upr} = 0{,}0461$ м; $\varepsilon_o = 0{,}0257$ м.

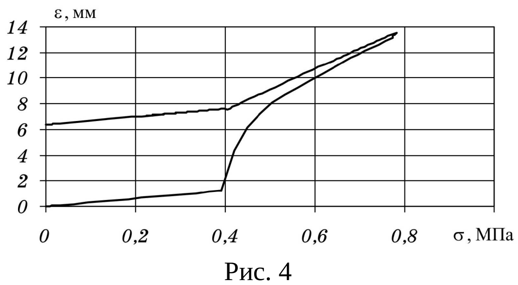

Рис. 4

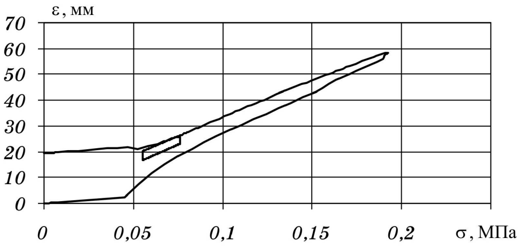

Рис. 5

Зависимость полной деформации двухслойного грунтового основания от действующего на его поверхность напряжения приведена на рис. 6.

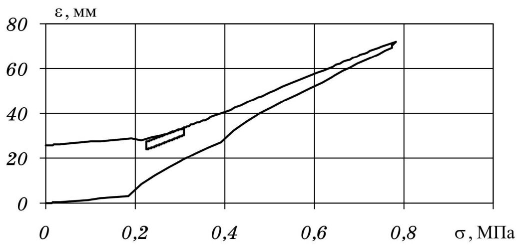

Рис. 6

Полученные расчетные результаты качественно соответствуют естественным осадкам грунтового основания под действием долговременных нагрузок [11].

Таким образом, предложенная математическая модель позволяет оценить полные, упругие и остаточные деформации, возникающие в грунтах сложного состава, под действием кратковременного силового нагружения.

1. *Вериго М. Ф.* Метод расчета деформаций земляного полотна при действии на него динамических нагрузок / *М. Ф. Вериго* // Вестник ВНИИЖТ. – 1988. – № 5. – С. 4 – 45.
2. *Ляхов Г. М.* Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах / *Г. М. Ляхов.* – М. : Недра, 1974. – 192 с.
3. Поведение грунтов под действием импульсных нагрузок */ Вовк А. А. и др.* – Киев : Наук. думка, 1984. – 288 с.
4. Исследования по обоснованию экспресс-метода статического зондирования грунтовых оснований. – Отчет Им МГУ, инв.№3401. – 1987.
5. *Ляхов Г. М.* Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах / *Г. М. Ляхов.* – М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 288 с.
6. *Ковтун Е. Н.* Математическая модель грунта при кратковременной нагрузке *// Е. Н. Ковтун, Ю. П. Кривовязюк, О. М. Маркова //* Динамика и управление движением механических систем. – Киев : Наук. думка, 1992. – С. 52 – 57.
7. *Пьянков С. А.* Механика грунтов / *С. А. Пьянков, З. К. Азизов.* – Ульяновск : Ульяновский государственный технический университет, 2008. – 102 с.
8. *Цытович Н. А.* Механика грунтов / *Н. А. Цытович.* – М. : Высш. шк., 1979. – 272 с.
9. *Хархута Н. Я.* Прочность, устойчивость и уплотнение грунтов земляного полотна автомобильных дорог / *Н. Я. Хархута, Ю. М. Васильев.* – М. : Транспорт, 1975. – 320с.
10. *Трофимов В. Т.* Грунтоведение / *В. Т. Трофимов, В А. Королев, Е. А. Вознесенский и др.* – М. : МГУ, 2005. – 1024 с.
11. *Юрик Я. В.* Таблицы для определения осадок фундаментов (пособие для расчета оснований по деформациям) / *Я. В. Юрик.* – Киев : Будівельник, 1971. – 197 с.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины
и Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 24.03.15,
в окончательном варианте 19.05.15