УДК 519.6 https://doi.org/10.15407/itm2023.03.079

Д. В. ЗАХАРОВ, Л. І. КНИШ

НЕСТАЦІОНАРНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУР В ШАРАХ СОНЯЧНОЇ ПАНЕЛІ

Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара,
пр. Гагаріна, 72, м. Дніпро, 49010, Україна; e-mail: decinpix@gmail.com

В роботі представлені результати математичного моделювання нестаціонарних температурних полів у типовій сонячній панелі при реальних умовах навколишнього середовища. Основу математичної моделі складає система нелінійних звичайних диференційних рівнянь з відповідними початковими та граничними умовами. В моделі враховано радіаційні втрати з поверхні панелі, які визначались за законом Стефана–Больцмана та конвективні втрати за рахунок вільної та вимушеної конвекції. Щільність теплового потоку від Сонця вважалась сталою, але на її значення впливав кут установки сонячної панелі. Врахування залежності ККД сонячних елементів від температури в створеній моделі проводилось стандартним методом. Комп'ютерний алгоритм було розроблено на мові програмування С++ з використанням стандартних математичних бібліотек, що передбачує процедуру лінеаризації в системі звичайних диференційних рівнянь. Для візуалізації результатів було використано графічний інструмент gnuplot. В результаті моделювання отримано розподіл температур в кожному з шарів сонячної панелі в залежності від температури навколишнього середовища. Знайдено, що при збільшенні температури навколишнього середовища спостерігається суттєве зменшення ККД сонячної панелі, яке може досягати 40 %. Спостерігається збільшення часу для виходу сонячної панелі на стаціонарний режим при збільшенні температури навколишнього середовища. Встановлено залежність між температурою сонячної панелі та ступенем чорноти захисного скла сонячної панелі. Результати дослідження показали, що в рамках наближення Кіргофа необхідним є забезпечення максимального значення ступеня чорноти селективного покриття для захисного скла. Це дозволяє зменшити температуру системи та збільшити її ККД. Отримано залежність температури сонячної панелі від швидкості вітру. Встановлено, що підвищення швидкості вітру приводить до збільшення конвективних втрат, що позитивно впливає на температурний режим сонячної панелі. Результати дослідження показали, як різні фактори зовнішнього середовища впливають на температурний режим сонячної панелі, та як можна оптимізувати її параметри для забезпечення максимальної ефективності. Отримані результати можуть бути використані при розробці та виробництві сонячних панелей з вдосконаленими властивостями, що дозволить мінімізувати температурні впливи на їх ефективність.

Ключові слова: *нестаціонарна математична модель, система нелінійних диференціальних рівнянь, числові експерименти, кремнієва сонячна панель, ККД сонячної панелі.*

This paper presents the results of mathematical modeling of non-stationary temperature fields in a typical solar panel under real environmental conditions. The mathematical model is based on a system of nonlinear ordinary differential equations with corresponding initial and boundary conditions. The model takes into account radiation losses from the surface of the panel, which are determined by the Stefan–Boltzmann law, and convective losses due to free and forced convection. The solar flux density was considered constant, but its value depended on the solar panel setting angle. The temperature dependence of the solar cell efficiency was calculated using a standard method. A computational algorithm was developed in C++ using standard mathematical libraries with a linearization of the system of ordinary differential equations. The results were visualized using the gnuplot graphing utility. The temperature distribution in each of the solar panel layers was obtained as a function of the ambient temperature. It was found that an increase in the ambient temperature leads to a significant decrease, up to 40%, in the solar panel efficiency. With increasing ambient temperature, the time of transition to steady operation increases. The solar panel temperature was related to the blackness degree of the protective glass. It was shown that in the Kirchhoff approximation it is necessary that the blackness degree of the selective coating of the protective glass be a maximum, which reduces the temperature of the system and increases its efficiency. The solar panel temperature was related to the wind speed. It was shown that the convective losses increase with the wind speed, which has a favorable effect on the solar panel temperature regime. The results of the study showed the effect of various external environmental factors on the temperature regime of a solar panel and a way to maximize its efficiency by optimizing its parameters. The results may be used in the development and production of improved solar panels with minimum temperature effects on their efficiency.

Keywords: *non-stationary mathematical model, system of nonlinear differential equations, numerical experiments, silicon solar panel, solar panel efficiency*.

Вступ. Фотоелектричне перетворення сонячного випромінювання вважається на сьогодні повністю апробованою та широко розповсюдженою технологією локальної генерації електричного струму. Бурхливий розвиток космічних фотоелектричних систем сприяє перенесенню та розповсюдженню їх у наземну сонячну енергетику, в якій рік від року спостерігається ди-

намічне зростання генерації. Незважаючи на значні успіхи в дослідженні фотоелектричних систем, існує багато питань, що потребують детального вивчення та нового переосмислення, базуючись на сучасних уявленнях про вирішення складних мультифізичних проблем [1].

Надійне та збалансоване енергопостачання забезпечує безперебійне функціонування різноманітних механізмів та систем як в космосі, так і на Землі [2]. Тому, пошук оптимальних умов функціонування сучасних фотоелектричних систем є важливою задачею, яку необхідно вирішувати під час їх проєктування. На сьогоднішній день найбільшу популярність серед наземних фотоелектричних пристроїв набули кремнієві сонячні панелі [3]. Технологія виробництва таких панелей добре освоєна, а значні обсяги виготовлення суттєво знизили їх ціну. Але деякі проблеми при експлуатації кремнієвих сонячних панелей залишаються відкритими та потребують додаткових досліджень. Однією з таких проблем є зменшення продуктивності сонячних панелей при збільшенні їх температури, що підтверджується експерементальними даними [4 – 9]. Так, в роботі [4] експериментально досліджувався вплив температури на ККД монокристалічної кремнієвої сонячної панелі за умови дії штучного освітлення зі щільністю потоку 1000 Вт/м^2. Заміри проводились в діапазоні температур від 15°С до 50°С. За результатами дослідження визначено, що ККД сонячної панелі, при збільшенні температури, зменшується на ~2 %. Аналогічні результати були отримані в роботі [5], де в лабораторних умовах при штучному освітленні в 1000 Вт/м^2, проводились експерименти над моно- та полікристалічними пластинами кремнію. За результатами вимірювання ці сонячні елементи втратили ~2 % ККД при підвищенні температури від 25°С до 60°С [6]. В роботі [7] досліджувався вплив водяної системи охолодження сонячної панелі на показники її продуктивності. Експеримент проводився в реальних умовах з перепадом температури сонячної панелі від 33°С до 56°С та з наявністю забруднення її поверхні пилом. Автори визначили, що використання системи охолодження призводить до 5 % приросту ККД сонячної панелі.

Комплексне врахування умов навколишнього середовища (швидкості вітру, температури повітря), місця локації (кута нахилу відносно Сонця та інше), конструктивних особливостей сонячної панелі, яка функціонує в реальних умовах, також мають суттєвий вплив на її температурні показники та вихідну потужність. В дослідженні [9] було проведено комп’ютерне моделювання параметрів сонячної панелі, яка функціонувала при змінній швидкості вітру від 1 м/с до 5 м/с. Результати показали, що підвищення швидкості вітру позитивно впливає на загальну ефективність сонячної панелі. Числове та експериментальне дослідження ефективності монокристалічних кремнієвих сонячних панелей описано в [10]. Комп’ютерний алгоритм будувався на основі системи звичайних диференційних рівнянь за умови нестаціонарності. В моделі враховано вплив конструкції сонячної панелі та умов навколишнього середовища на її температурні показники впродовж року. В результаті проведеного дослідження автори рекомендували штучне охолодження сонячних панелей задля отримання оптимальних значень ККД.

Моделювання впливу швидкості вітру та інших параметрів на ефективність сонячної панелі було проведено в роботах [11 – 13]. Результати показали суттєву різницю в температурних показниках при вільній та вимушеній конвекціях. Було зазначено, що підвищення швидкості вітру позитивно

впливає на ККД сонячної панелі, оскільки суттєво зменшує температурний рівень системи. Таким чином, проведений огляд показує, що для підвищення ефективності сонячної панелі критичним є зменшення її температури, яке реалізується різними методами. Для успішної реалізації цих методів в даній роботі пропонується:

– створення математичної моделі, яка є зручною для швидкого обчислення розподілу температур в кожному шарі сонячної панелі з врахуванням функціональної залежності конкретного типу сонячних елементів від температури;

– визначення впливу умов навколишнього середовища, теплофізичних властивостей кожного шару сонячної панелі, кута нахилу сонячної панелі та інших факторів на її температурні показники;

– формулювання рекомендацій, які необхідні при проведенні робіт з проєктування та експлуатації реальних сонячних панелей.

В даній роботі розроблено нестаціонарну нелінійну математичну модель, яка складається з 3-х звичайних диференційних рівнянь з відповідними початковими умовами. Створено числовий алгоритм та проведено комп'ютерне моделювання на основі власного C++ коду, який дозволив визначити основні параметри системи та узагальнити результати.

Математична модель розподілу температур в сонячній панелі. На рис. 1 зображено позамасштабну фізичну модель кремнієвої сонячної панелі. Сонячна панель розглядається як багатошарове тіло, що складається зі скла, яке покрито тонким шаром антиблікової плівки, шару кремнію, задньої панелі з алюмінію. Передбачається, що між шарами панелі існує ідеальний тепловий контакт. На верхню поверхню скла падає потік сонячного випромінювання, що призводить до генерації електричного струму в шарі кремнію та нагрівання шарів сонячної панелі.

На основі наведеної фізичної моделі було розроблено нестаціонарну математичну модель енергетичного обміну в кремнієвій сонячній панелі, що складається з 3-х звичайних диференційних рівнянь, для кожного з шарів відповідно.

На рис. 1 зображено позамасштабну фізичну модель сонячної панелі, для якої h,L,B – геометричні властивості, товщина, довжина та ширина відповідно, м; q_s – щільність теплового потоку від Сонця, Вт/м^2.

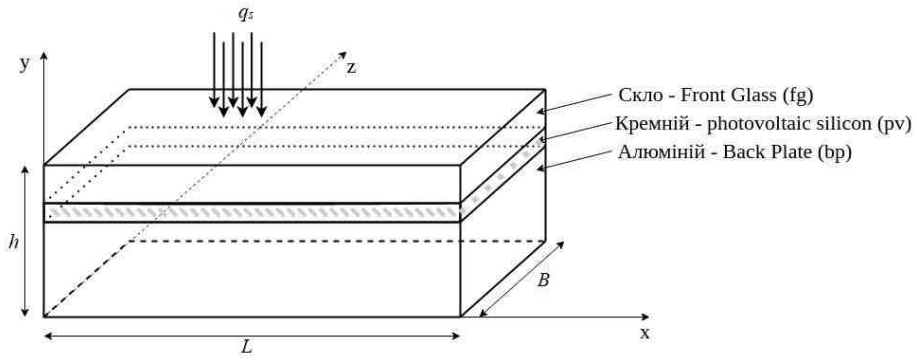

Рис. 1 – Позамасштабна фізична модель сонячної панелі

Для верхнього скла рівняння має вигляд:

$$\rho_{fg} h_{fg} C_{fg} \frac{dT_{fg}}{dt} = \alpha_{fg}\left(T_a - T_{fg}\right) + \varepsilon_{fg}\sigma F_{fgsky}\left(T_{sky}^4 - T_{fg}^4\right) + \\ + \varepsilon_{fg}\sigma F_{fggro}\left(T_{gro}^4 - T_{fg}^4\right) + \frac{\lambda_{fg}}{h_{fg}}\left(T_{pv} - T_{fg}\right) + q_1 \quad , \tag{1}$$

для шару кремнію:

$$\rho_{pv} h_{pv} C_{pv} \frac{dT_{pv}}{dt} = \frac{\lambda_{pv}}{h_{pv}}\left(T_{fg} - T_{pv}\right) + \frac{\lambda_{pv}}{h_{pv}}\left(T_{bg} - T_{pv}\right) + q_2 , \tag{2}$$

для нижньої алюмінієвої пластини:

$$\rho_{bg} h_{bg} C_{bg} \frac{dT_{bg}}{dt} = \alpha_{bg}\left(T_a - T_{bg}\right) + \varepsilon_{bg}\sigma F_{bgsky}\left(T_{sky}^4 - T_{bg}^4\right) + \\ + \varepsilon_{bg}\sigma F_{bggro}\left(T_{gro}^4 - T_{bg}^4\right) + \frac{\lambda_{bg}}{h_{bg}}\left(T_{pv} - T_{bg}\right) \quad , \tag{3}$$

де h_{fg}, h_{pv}, h_{bp} – товщина відповідного шару сонячної панелі, м; ρ_{fg}, ρ_{pv}, ρ_{bp}, – густина відповідного шару, кг/м^3; C_{fg}, C_{pv}, C_{bp} – питома теплоємність; T_a – температура навколишнього середовища; T_{fg}, T_{pv}, T_{bp} – температура відповідного шару сонячної панелі, К; a_{fg}, a_{bg}, – відповідний коефіцієнт тепловіддачі, Вт/м^{2}К; ε_{fg}, ε_{bg}, – коефіцієнт чорноти відповідного шару; σ – стала Стефана–Больцмана, Вт/м^{2}К^4; λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/мК.

Вплив нахилу сонячної панелі відносно Сонця та поверхні землі враховувався в коефіцієнтах F_{fgsky}, F_{fggro} – для шару скла і F_{bgsky}, F_{bggro} нижньої панелі та розраховувався наступним чином:

$$F_{fgsky} = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\beta\right), \tag{4}$$

$$F_{fggro} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\beta\right), \tag{5}$$

$$F_{bgsky} = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\pi - \beta\right)\right), \tag{6}$$

$$F_{bgsky} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(\pi - \beta\right)\right), \tag{7}$$

де β – кут нахилу, який обирався сталим і відповідав широті місцевості. В розрахунках вважалось, що $\beta = 45°$.

Розрахунок щільності вхідного потоку q_1 в (1) для верхнього шару скла відбувався за наступною формулою:

$$q_1 = a_{fg} q_s , \tag{8}$$

де a_{fg} – коефіцієнт поглинання верхнього шару скла.

Для шару кремнію q_2 в (2) щільність теплового потоку розраховувалася за формулою:

$$q_2 = a_{pv}\tau_{fg} q_s - \frac{P_{pv}}{A}, \quad (9)$$

де τ_{fg} – пропускна здатність верхнього шару скла, A – площа поверхні, м^2, a_{pv} – коефіцієнт поглинання фотоелектричних елементів.

Розрахунок вихідної потужності сонячної панелі проводився за формулою $P_{pv} = \eta q_s A$, в якій враховується ККД сонячної панелі [9]:

$$\eta = \eta_{ref}\left[1 - \beta_0\left(T_{pv} - T_{ref}\right) + \gamma \log\left(q_s\right)\right], \quad (10)$$

де η_{ref} – ККД, що зазначається виробником сонячної панелі; T_{ref}, – температура, що рекомендована як оптимальна виробником сонячної панелі, К; β_0 – коефіцієнт теплового розширення сонячних елементів, 1/К; γ – коефіцієнт сприйняття сонячної радіації склом, який дорівнював нулю.

Отримана математична модель (1) – (10) враховує основні параметри сонячної панелі, які характеризують її енергетичну ефективність.

Створення комп'ютерного алгоритму. Комп'ютерний алгоритм було побудовано на мові програмування С++ з використанням математичної бібліотеки odeint, яка застосовується для розв'язання систем звичайних лінійних диференційних рівнянь. Для цього було проведено лінеаризацію нелінійних членів рівнянь (1) та (3), які описують радіаційний теплообмін у верхньому та нижньому шарі [14]. Для верхнього та нижнього шару скла маємо, відповідно:

$$\left(T_{sky}^4 - T_{fg}^4\right) = \left(T_{sky}^2 + T_{fg}^2\right)\left(T_{sky} + T_{fg}\right)\left(T_{sky} - T_{fg}\right), \quad (11)$$

$$\left(T_{gro}^4 - T_{fg}^4\right) = \left(T_{gro}^2 + T_{fg}^2\right)\left(T_{gro} + T_{fg}\right)\left(T_{gro} - T_{fg}\right), \quad (12)$$

$$\left(T_{sky}^4 - T_{bg}^4\right) = \left(T_{sky}^2 + T_{bg}^2\right)\left(T_{sky} + T_{bg}\right)\left(T_{sky} - T_{bg}\right), \quad (13)$$

$$\left(T_{gro}^4 - T_{bg}^4\right) = \left(T_{gro}^2 + T_{bg}^2\right)\left(T_{gro} + T_{bg}\right)\left(T_{gro} - T_{bg}\right), \quad (14)$$

де $\tilde{T}$ – температура на попередньому кроці ітераційного процесу.

Для розв'язання рівнянь (1) – (3) в якості початкової умови обрано стале значення температури шарів сонячної панелі T_0 = 303, 15 К [15]. Візуалізація результатів проводилась за допомогою графічної бібліотеки gnuplot [16].

Параметричне дослідження енергетичних показників сонячної панелі. Комп'ютерне моделювання було проведено для моделі сонячної панелі, яка розташована в українських широтах. В таблиці 1 наведено геометричні, теплофізичні, енергетичні та оптичні властивості даної сонячної панелі [9].

Таблиця 1 – Вхідні данні математичної моделі

T_{sky}	303,15	Температура навколишнього середовища	К
T_{gro}	283,15	Температура поверхні, на якій розташована сонячна панель	К
¦ $_{ref}$	13	ККД сонячної панелі, яке зазначене виробником	
° $_{fg}$, ° $_{pv}$, ° $_{bp}$	3000, 2330, 3000	Густина	кг/м^3
C_{fg} , $C\rho_{pv}$, $C\rho_{bp}$	500, 677, 500	Теплоємкість	Дж/кгК
	0,9	Коефіцієнт чорноти скла	
a_{fg}, a_{bg},	0,96; 0,9	Коефіцієнт поглинання	
τ $_{fg}$	0,95	Пропускна здібність скла	
λ $_{fg}$, λ $_{pv}$, λ $_{bg}$,	1,8; 130, 1,8	Коефіцієнт теплопровідності	Вт/мК
q_{fg}	1000	Щільність сонячного потоку	Вт/мК
w	3,2	Швидкість вітру	м/с
h	0,04	Товщина сонячної панелі	м
L	1,04	Довжина сонячної панелі	м
B	0,46	Ширина сонячної панелі	м

На рис. 2 наведено результати моделювання нагріву сонячної панелі за умови змінної температури навколишнього середовища T_{sky}.

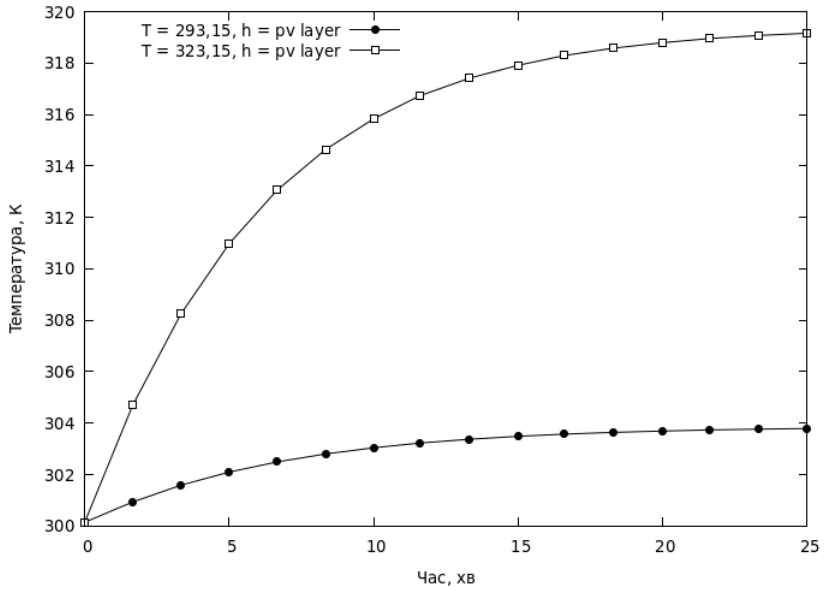

Рис. 2 – Розподіл температури шару фотоперетворювачів в часі при змінній температурі навколишнього середовища

На рис. 2 зображено формування температурного профілю сонячної панелі до її виходу на стаціонарний режим. Як видно з графіка, температурна стабілізація спостерігається для низьких температур навколишнього середовища після 15 хв. функціонування, а для високих – після 25 хв. Температура фотоелектричних перетворювачів збільшується при підвищенні температури навколишнього середовища і досягає 320 К. При різних значеннях T_{sky} спо-

стерігається суттєва різниця в температурі панелі, яка може досягати майже 15 К. Розраховане значення середнього ККД при $T_{sky} = 293{,}5$ Ê дорівнює 12, 4 %, значення ККД при $T_{sky} = 323{,}5$ Ê – 8,5 %. Навіть абсолютна різниця між цими значеннями ККД складає 4 %, в той час, як відносна різниця може досягати 40 %, що має суттєвий вплив при функціонуванні великих промислових фотоелектричних систем та свідчить про необхідність враховувати температурні умови при проєктуванні.

На рис. 3 зображено залежність температури фотоперетворювачів від коефіцієнта чорноти скла.

Аналіз рис. 3 показує, що при малих ε радіаційні втрати зменшуються, що призводить до зростання температури фотоперетворювачів та падіння їх ККД. Тому рекомендується при проєктуванні сонячних панелей застосовувати захисне покриття з максимальним ступенем чорноти. Слід відзначити, що

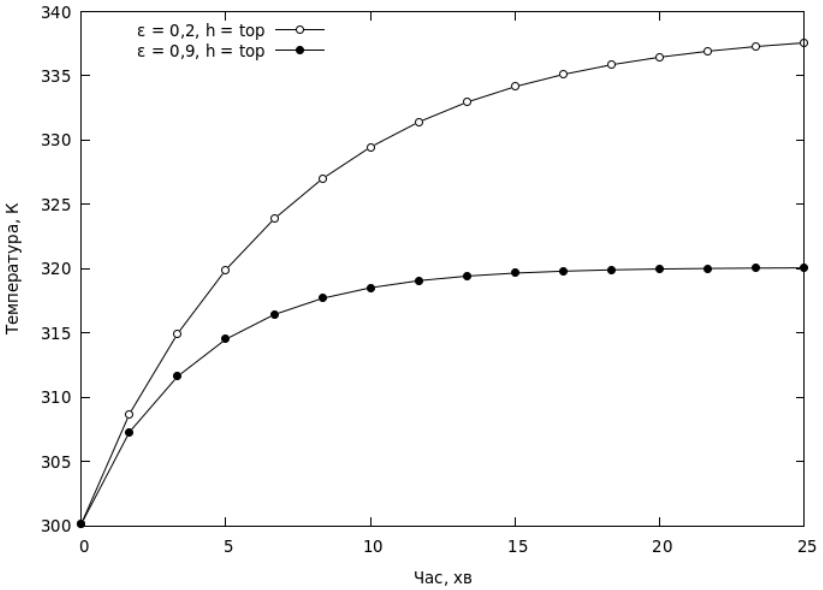

Рис. 3 – Моделювання енергопереносу в сонячній панелі при змінному коефіцієнті чорноти верхнього скла

в розробленій моделі вважалось, що радіаційний перенос відповідає закону Кірхгофа – коефіцієнт чорноти дорівнює поглинаючій спроможності. Таке припущення спрощує загальний аналіз, але при проєктуванні реальних систем треба враховувати різні значення коефіцієнта чорноти та поглинаючої спроможності.

На рис. 4 зображено залежність температури сонячної панелі від зміни швидкості вітру.

Як і очікувалось, при збільшенні швидкості вітру, температура сонячної панелі зменшується. Для вітрового потенціалу України (3 м/с – 6 м/с) температурна різниця мало відчутна і тому додаткові пристрої для охолодження сонячних панелей не використовуються. Але в кліматичних умовах з високою температурою навколишнього середовища та низьким вітровим підвищення температури сонячної панелі може бути суттєвим. Це потребує використання додаткової системи охолодження, що ускладнює проєктування фотоелектричних систем.

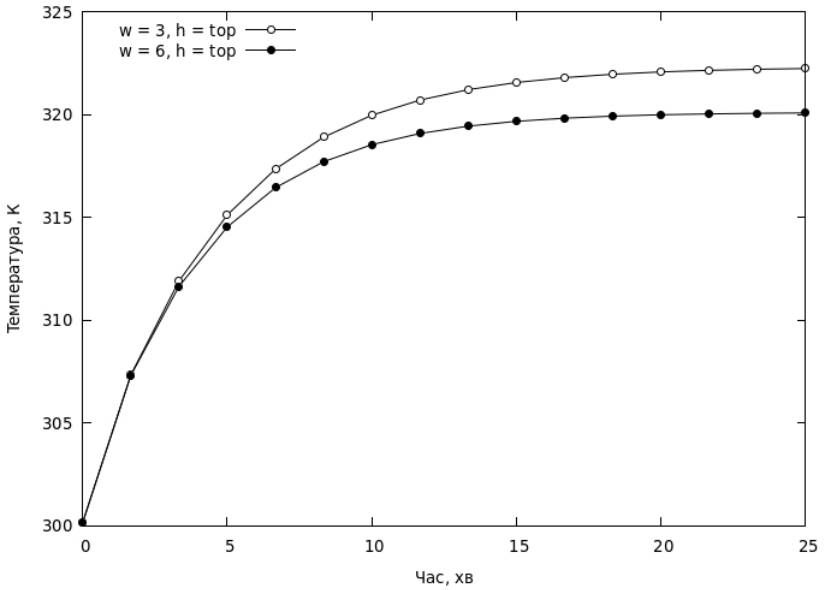

Рис. 4 – Моделювання енергопереносу в сонячній панелі при змінній швидкості вітру

На рис. 5 зображено температурний розподіл сонячної панелі за умов відсутності вітру та при температурі навколишнього середовища $T_{sky} = 303{,}15$ К. В такому випадку головним механізмом теплообміну між сонячною панеллю та навколишнім середовищем стає вільна конвекція [11].

На рис. 5 можливо побачити, що за умов вільної конвекції температура системи підвищується на 7 К, що ще раз показує необхідність врахування кліматичних умов зони функціонування сонячних панелей.

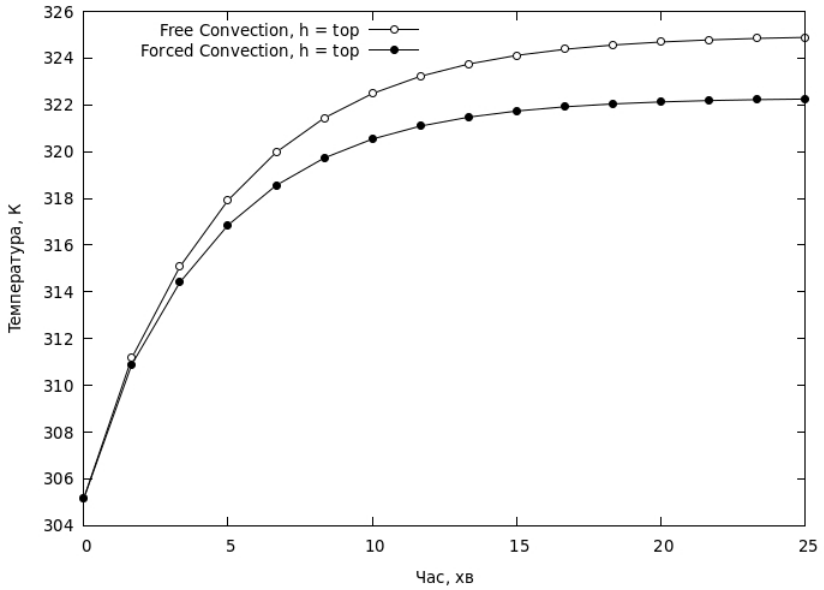

Рис. 5 – Моделювання енергопереносу в сонячній панелі за умов вільної та вимушеної конвекцій

Висновки. В роботі розроблено нестаціонарну математичну модель енергообміну в сонячній панелі, яка складається з системи нелінійних зви-

чайних диференційних рівнянь. В моделі враховувалися конвективні та радіаційні втрати тепла з поверхні сонячної панелі, кут її нахилу відносно Сонця та інші геометричні, теплофізичні та енергетичні показники. Для вирішення системи на основі стандартних бібліотек проведено лінеаризацію диференційних рівнянь. Розроблено комп'ютерний алгоритм на мові програмування C++ з використанням бібліотеки gnuplot для графічної візуалізації результатів. На основі моделювання температурних полів сонячної панелі в реальних умовах навколишнього середовища знайдено кількісні показники зниження загальної ефективності сонячної панелі при збільшенні її температури. Зокрема, для обраного типу сонячної панелі це зменшення може досягати 40 %. Встановлено залежність температури фотоперетворювачів від коефіцієнта чорноти антиблікового селективного покриття та надані рекомендації, що до вибору цього покриття в рамках Кірхгоф-моделі. У створеній моделі передбачалось врахування як вимушеної, так вільної конвекції на поверхні сонячної панелі. Встановлено, що високий вітровий потенціал місцевості, який обумовлює конвективні втрати з поверхні сонячної панелі, позитивно впливає на її ККД.

Перспективним бачиться дослідження впливу нерівномірного теплового потоку від Сонця на ефективність сонячних панелей протягом дня та року. Таке дослідження заплановано провести в майбутньому.

1. *Пилипенко О. В.* Вирішення сучасних проблем динаміки технічних систем. Технічна механіка. 2021. №2. С. 3–19. https://doi.org/10.15407/itm2021.02.003
2. *Гудрамович В. С.* Міцність, надійність і ресурс конструкцій аерокосмічної техніки і енергетики. Технічна механіка. 2021. №2. С. 100–106. https://doi.org/10.15407/itm2021.02.100
3. *Singh G. K.* Solar power generation by PV (photovoltaic) technology. A review: Energy. 2013. V. 53. P. 1–13. https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.02.057
4. *Tobnaghi D. M., Madatov R., Naderi D.* The Effect of Temperature on Electrical Parameters of Solar Cells. International Journal of Advanced Research in Electrical, Electronics and Instrumentation Engineering. 2013. V. 2. P. 6404–6407
5. *Khalis M., Masrour R., Khrypunov G., Kirichenko M., Kudiy D., Zazoui M.* Effects of Temperature and Concentration Mono and Polycrystalline Silicon Solar Cells: Extraction Parameters. Journal of Physics: Conference Series. 2015. V. 758. P. 758. https://doi.org/10.1088/1742-6596/758/1/012001
6. *Безручко К. В., Книш Л. І., Сінченко С. В.* Забезпечення точності опису характеристик груп фотоперетворювачів і фотоелектричних батарей на основі цільових експериментів на комплексному обладнанні. Відновлювальна енергетика. 2020. №3(62). С. 35–41.
7. *Famaz A., Aziz A. S., Shukor M., Farudun M.* Fundamental study on the impacts of water-cooling and accumulated dust on photovoltaic module performance. International Journal of Power Electronics and Drive Systems. 2022. V. 13. P. 2421–2431. https://doi.org/10.11591/ijpeds.v13.i4.pp2421-2431
8. *Skoplaki E., Palyvos J. A.* On the temperature dependence of photovoltaic module electrical performance. A review of efficiency/power correlations. Solar Energy. 2009. V. 83. P. 614–624. https://doi.org/10.1016/j.solener.2008.10.008
9. *Soliman A. S., Dong L. Xu, J., Cheng P.* Numerical investigation of a photovoltaic module under different weather conditions. Energy Reports. 2022. V. 8. P. 1045–1058. https://doi.org/10.1016/j.egyr.2022.10.348
10. *Notton G., Cristofari C., Mattei M., Poggi P*. Modelling of a double-glass photovoltaic module using finite differences. Applied Thermal Engineering. 2005. V. 25. P. 2854–2877. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2005.02.008
11. *Захаров Д. В., Книш Л. І.* Математичне моделювання впливу температурного режиму на ефективність сонячної панелі. Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2022. №34. С. 48–58.
12. *Захаров Д. В., Книш Л. І.* Моделювання температурних полів в сонячній панелі при змінному ККД. Збірка тез XXIV Міжнародної молодіжної науково-практичної конференції "Людина і Космос", травень 2022 р., Дніпро. С. 99.
13. *Захаров Д. В., Книш Л. І.* Комп'ютерне моделювання впливу полів температур на ефективність сонячної панелі. Тези доповідей XX Міжнародної науково-практичної конференції "Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем". 23-25 листопада 2022 р., Дніпро. С. 90.
14. *Serrano E. S.* Differential Equations: Applied Mathematical Modeling, Nonlinear Analysis, and Computer Simulation in Engineering and Science. HydroScience Inc. 2016. P. 60.
15. *Sauer T.* Numerical Analysis. Pearson. 2011. V.2. P. 427.
16. Графічна бібліотека GNUplot. URL: http://www.gnuplot.info (дата звернення 02.05.2023).

Отримано 13.06.2023,
в остаточному варіанті 13.09.2023