УДК 621.5.042-521 https://doi.org/10.15407/itm2019.04.081

Г. И. СОКОЛ[1], А. Т. ОНИЩЕНКО, Е. В. НИКИФОРОВА[1], Т. С. МОЛНАР[1], В. Н. САВЧУК[2]

МИНИМИЗАЦИЯ ВЛИЯНИЯ ИНЕРЦИИ НА РАБОТУ АГРЕГАТОВ С ПОДВИЖНЫМИ ЗВЕНЬЯМИ

[1]Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара,
пр. Гагарина, 72, 49010, Днепр, Украина; e-mail: gsokol@ukr.net, tmodnar@mail.ru
[2]Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля,
ул. Криворожская, 3, 49008, г. Днепр, Украина; e-mail: voland@mail.ru

Існуючі схеми автоматичних пристроїв пневмогідравлічних систем (ПГС) синтезовані на основі вимог максимальної простоти конструкції, оскільки надійність пристроїв падає зі збільшенням кількості деталей. Цей же фактор є гарантією надійності. Відмова від ускладнення конструкції і прийняття широких меж зміни параметрів системи є основними принципами в ракетній техніці, що збільшують надійність. Такий підхід до проектування агрегатів може бути безпомилковим за умови відсутності динамічних режимів роботи і зовнішніх динамічних впливів. Простота конструкції призводить до появи вторинних динамічних ефектів, таких як чутливість до дії вібрацій, перевантажень, ударів і пульсацій тиску в трактах, замикання зворотних зв'язків ПГС літальних апаратів відрізняються високою складністю і наявністю власних динамічних властивостей у кожній окремій ланці. Висока динамічна напруженість конструкції літального апарата призводить до необхідності проведення тривалих і дорогих робіт по забезпеченню точності та надійності. Поліпшення конструкції автоматичних пристроїв можуть бути виконані шляхом зменшення чутливості рухомої системи агрегату до дії зовнішніх збурень. У них виконавчі органи кожного даного агрегату з'єднані за допомогою кінематичних зв'язків у систему з одним ступенем вільності. Рівняння руху виконавчих органів усіх агрегатів автоматики ПГС мають однаковий вигляд і відрізняються тільки видом функцій, що описують сили, що діють на виконавчі органи з боку потоку робочого тіла. Таким чином, вирішено задачу виведення аналітичних виразів, що описують обмеження, які накладені на структуру агрегатів, кількість їхніх рухомих органів, вид кінематичних зв'язків між ними і взаємну орієнтацію їхніх робочих рухів. Ураховано, що збуджуюча дія інерції, що виникає при складних рухах корпусу кожного агрегата, мінімальна. Розроблені кінематичні схеми із взаємозв'язками рухомих органів, що дозволяють задовільнити отриманим обмеженням. Надані розробки важливі у проектуванні та проведенні розрахункових робіт у ракетній техніці.

Ключові слова: *ракетна техніка, агрегати, рухомі ланки, інерція, мінімізація.*

Существующие схемы автоматических устройств пневмогидравлических систем (ПГС) синтезированы на основе требований максимальной простоты конструкции, поскольку надежность устройств падает с увеличением количества деталей. Этот же фактор является гарантией надежности. Отказ от усложнения конструкции и принятие широких пределов изменения параметров системы являются основными принципами в ракетной технике, увеличивающими надежность. Такой подход к проектированию агрегатов может быть безошибочным при условии отсутствия динамических режимов работы и внешних динамических воздействий. Простота конструкции приводит к появлению вторичных динамических эффектов, таких как чувствительность к действию вибраций, перегрузок, ударов и пульсаций давления в трактах, замыкание обратных связей. ПГС летательных аппаратов отличаются высокой сложностью и наличием собственных динамических свойств у каждого отдельного звена. Высокая динамическая напряженность конструкции летательного аппарата приводит к необходимости проведения длительных и дорогостоящих работ по обеспечению точности и надежности. Улучшенные конструкции автоматических устройств могут быть выполнены путем уменьшения чувствительности подвижной системы агрегата к действию внешних возмущений. В них исполнительные органы каждого данного агрегата соединены посредством кинематических связей в систему с одной степенью свободы. Уравнения движения исполнительных органов всех агрегатов автоматики ПГС имеют одинаковый вид и отличаются только видом функций, описывающих силы, действующие на исполнительные органы со стороны потока рабочего тела. Таким образом, решена задача вывода аналитических выражений, описывающих ограничения, наложенные на структуру агрегатов, количество их подвижных органов, вид кинематических связей между ними и взаимную ориентацию их рабочих движений. Учтено, что возмущающее действие инерции, возникающее при сложных движениях корпуса каждого агрегата, минимально. Разработаны кинематические схемы с взаимосвязями подвижных органов, позволяющие удовлетворить полученным ограничениям. Приведенные разработки имеют важное значение в проектировании и при проведении расчетных работ в ракетной технике.

Ключевые слова: *ракетная техника, агрегаты, подвижные звенья, инерция, минимизация.*

Existing designs of automatic devices of pneumohydraulic systems (PGSs) are synthesized based on the requirement of maximum design simplicity because device reliability decreases with increasing number of components. So this factor assures reliability. The abandonment of design complification and the adoption a wide range of system parameters are the basic principles of reliability growth in rocket engineering. This approach to the design of units may be correct if there are no dynamic operating regimes or dynamic inputs. Design simplicity leads to secondary dynamic effects, such as vibration sensitivity, overloads, pressure shocks and pulsations, and feedback loop closing. Flying vehicle PGSs feature high complexity, and each individual member of theirs has dynamic properties of its own. High dynamic loads on a flying vehicle call for long-term and expensive work on accuracy and reliability assurance. The design of automatic devices can be improved by reducing the sensitivity of the movable system of a unit to external disturbances. In the improved design, the operating members of each unit are connected by kinematic links into a system with one degree of freedom. The motion equations of the operating members of all PGS automatics units have the same form and differ only in the form of the functions that describe the forces acting on the operating members from the working medium flow. Hence, the problem of the derivation of analytical expressions that describe the restrictions imposed on the structure of units, the number of their movable members, the type of kinematic links between them, and the mutual orientation of their work motions is solved. Account is taken of the fact that the disturbing action of inertia produced in compound motions of the case of each unit is minimum. Kinematic diagrams with movable member interconnections that meet the restrictions obtained are developed. The presented developments are of importance in the design and calculation of rocket hardware.

Keywords: *rocket engineering, units, movable members, inertia, minimization*.

Введение. Проблеме обеспечения надежной работы в условиях воздействия вибраций в ракетной технике уделяется серьезное внимание. В [5] приведены обобщенные данные о конструкциях демпферов, систем питания жидкостных двигателей, о разработанном программно-методическом обеспечении проектных работ на этапах эскизного проектирования, которые позволяют устранить проблему низкочастотной продольной неустойчивости. Существующие схемы автоматических устройств пневмогидравлических систем (ПГС) ракет синтезированы на основе требований максимальной простоты конструкции, поскольку надежность устройств падает с увеличением количества деталей. Простота конструкции всегда является гарантией ее надежности. Отказ от усложнения конструкции и принятие широких пределов изменения параметров системы являются основными принципами в ракетной технике, увеличивающими надежность [2]. Такой подход к проектированию агрегатов может быть безошибочным при условии отсутствия динамических режимов работы и внешних динамических воздействий. Тем не менее, даже при осуществлении требования простоты конструкции наличие множества подвижных элементов приводит к появлению вторичных динамических эффектов, таких как чувствительность к действию вибраций, перегрузок, ударов и пульсаций давления в трактах, замыкание обратных связей [1]. ПГС летательных аппаратов отличаются высокой сложностью и наличием собственных динамических признаков у каждого отдельного звена. Высокая динамическая напряженность конструкции летательного аппарата приводит к необходимости проведения длительных и дорогостоящих работ по обеспечению характеристик надежности [4].

Улучшенные конструкции автоматических устройств могут быть сконструированы путем уменьшения чувствительности подвижной системы агрегата к действию внешних возмущений. В них исполнительные органы каждого данного агрегата соединены посредством кинематических связей в систему с одной степенью свободы. Проблеме определения кинематических характеристик различных механизмов посвящены довольно многочисленные работы, например [3, 6 – 8].

Постановка задачи. Уравнения движения исполнительных органов всех агрегатов автоматики ПГС имеют одинаковый вид и отличаются только видом функций, описывающих силы, действующие на исполнительные органы со стороны потока рабочего тела. Поэтому для получения универсальных рекомендаций, пригодных для всех агрегатов автоматики, целесообразно рассматривать динамику обобщенного агрегата автоматики

ПГС. Можно определить некоторое устройство, содержащее корпус и подвижные исполнительные органы, связанные посредством кинематических связей в систему с одной степенью свободы, отвлекаясь от вида функций, описывающих действующие силы.

Основная часть. Рассмотрим обобщенное автоматическое устройство, содержащее n исполнительных органов, соединенных посредством голономных связей в систему с одной степенью свободы по отношению к его корпусу A. Обозначим через m_i, I_i, где $i = 1,2,\ldots,n$ исполнительные органы и звенья с известными массами и моментами инерции (i – номера исполнительных органов и звеньев).

Пусть допустимые положения l исполнительных органов по отношению к корпусу A определены посредством связей

$$x_{is} \in \gamma(x_s), i = 1,2,\ldots,1, s = 1,2,3;$$

где $\gamma(x_s)$ множество значений x_s $n-1$ связей рассматриваемой системы реализуются между исполнительными органами и корпусом A. Идеальные голономные стационарные связи вида

$$x_{is} = f_k(x_{j.}), i, j = 1,2,\ldots,l,$$

$$k = 1,2,\ldots,l-1,$$

$$s = 1,2,3. \quad (1)$$

Относительно тела с индексом 1 уравнения связей (1) принимают вид

$$x_{is} = f_k(x_{j.}), i, j = 1,2,\ldots,n,$$

$$p = 1,2,\ldots,l-1,$$

$$s = 1,2,3.$$

Пусть к каждому из исполнительных органов приложена сила сжатой пружины с жесткостью c_i.

Используя классические методы, [1, 3] составим уравнения движения рассматриваемой механической системы. Силы сопротивления учитывать не будем.

Потенциальная энергия рассматриваемой системы состоит из накопленной энергий связей x_{is}

$$\Pi_s = \frac{1}{2}\sum_{i-1}^{n} c_i x_{is}^2 \ . \quad (2)$$

Кинетическая энергия

$$T_s = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i\left(\frac{d\ \ _{is}}{d}\right)^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} I_i\left(\frac{d\phi_{is}}{d}\right)^2,$$

где I_i – момент инерции i -го тела относительно оси его вращения;

ϕ_i– угол поворота i -го тела;

t – время.

Учитывая, что

$$\frac{d\ \ _{is}}{d} = \frac{d\ \ _{is}}{d\ \ _{1s}}\frac{d\ \ _{1s}}{d},$$

$$\frac{d\phi_{i}}{d} = \frac{d\phi_{i}}{d\ _{1s}}\frac{d\ _{1s}}{d},$$

и, переходя от понятий скоростей к их аналогам, запишем выражение для кинетической энергии рассматриваемой механической системы в виде

$$T_s = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left[m_i(\frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}})^2 + I_i(\frac{d\phi_{i}}{d\ _{1s}})^2\right](\frac{d\ _{1s}}{d})^2.$$

Составим функцию Лагранжа

$$Z_s = T_s - \Pi_s.$$

Отсюда, поскольку

$$\frac{\partial x_{i}}{\partial\ _{1s}} = \frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}},$$

можем записать

$$\frac{d}{d}\left(\frac{\partial Z_s}{\partial\ _{1s}}\right) - \frac{\partial Z_s}{\partial\ _{1s}} = x_{1s}\sum_{i=1}^{n}\left[m_i(\frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}})^2 + I_{i}(\frac{d\phi_{i}}{d\ _{1s}})^2\right] + \sum_{i=1}^{n} c_i x_{1s}\frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}}.$$

Приравнивая полученное выражение к нулю, получаем уравнение свободных колебаний рассматриваемой системы тел

$$\ddot{x}_{1s}\sum_{i=1}^{n}\left[m_i(\frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}})^2 + I_{i}(\frac{d\phi_{i}}{d\ _{1s}})^2\right] + \sum_{i=1}^{n} c_i x_{1s}\frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}} = 0. \qquad (3)$$

Здесь $x_{1s} = x_{1snp} + \Delta x_{1s}$ определено относительно некоторого программного положения равновесия x_{1s}. В этом случае Δx_{1s} – динамическая ошибка рассматриваемого обобщенного автоматического устройства.

Пусть корпус A совершает сложное движение в пространстве. При этом рассматриваемая система исполнительных органов совершает сложное движение вместе с корпусом.

Примем обозначения:

$\bar{ч}_c$– радиус-вектор центра масс рассматриваемой системы по отношению к неподвижной системе координат $z_1z_2z_3$;

$\bar{w}_A$– линейное ускорение корпуса;

$\bar{\omega}_A$– угловая скорость вращения;

$\bar{E}_A$– угловое ускорение корпуса;

$\bar{V}_i$ – скорость перемещения i -го тела в процессе его программного движения.

Положение и ориентацию оси вращения корпуса будет считать произвольными (нефиксированными).

Условно приложим к каждому телу системы и рассмотрим в качестве возмущающих силы инерции и моменты сил инерции:

– для поступательного движения: $\bar{G}_i$– переносная сила инерции

$$\bar{G}_i = -m_i;$$

– для вращательного движения: $\bar{R}_i$– тангенциальная сила инерции

$$\bar{R}_i = -m_i\bar{E}_A(\bar{r}_i - \bar{r}_c);$$

$\bar{P}_i$ – центробежная сила инерции

$$\bar{P_i} = -m_i \bar{\omega}_A (\bar{\omega}_A * (\bar{r}_i - \bar{r}_c));$$

M_i – моменты сил инерции

$$M_i = -I_{il}\, \bar{E}_A \bar{n}_{il}\,; \tag{4}$$

$\bar{F_i}$– кориолисова сила инерции

$$\bar{F}_i = 2m_i (\bar{\omega}_A * \bar{V}_i),$$

где $\bar{n}_{il}$ – напраляющий вектор оси вращения; I_{il} – момент инерции i-го тела относительно оси вращения.

Общее выражение для силы инерции имеет вид

$$\bar{Q}_i = \bar{G}_i + \bar{R}_i + \bar{P}_i + \bar{F}_i.$$

Запишем выражение для силы Q_{1s}^i:

$$Q_{1s} = \sum_{k=1}^{3} \bar{Q}_i \bar{n}_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{il}}{d\ \ _{1s}} + I_{il}\, \bar{E}_A \bar{n}_{il}\, \frac{d\Phi_{il}}{d\ \ _{1s}}\,;$$

$$s = 1{,}2{,}3,$$

где ϕ_{il} – угол поворота i-го тела относительно оси его вращения, $\bar{n}_k$– направляющий вектор k-й оси координат, k =1,2,3; $\bar{n}_i$ – направляющий вектор прямой, вдоль которой движется i-е тело рассматриваемой системы.

Учитывая полученные выражения, приведем все силы инерции к телу с номером $i = 1$: G_{1s} – приведенная переносная сила инерции

$$C_{is} = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{n} \bar{G}_i \bar{n}_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{il}}{d\ \ _{1s}}; \tag{5}$$

R_{1s} – приведенная тангенциальная сила инерции

$$R_{is} = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{n} \bar{R}_i \bar{n}_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{il}}{d\ \ _{1s}}; \tag{6}$$

P_{1s} – приведенная центробежная сила инерции

$$P_{is} = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{n} \bar{P}_i \bar{n}_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{il}}{d\ \ _{1s}}; \tag{7}$$

F_{1s} – приведенная кориолисова сила инерции

$$F_{1s} = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i \bar{n}_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{il}}{d\ \ _{1s}}. \tag{8}$$

Выражение для приведенной обобщенной возмущающей силы может быть записано в виде

$$Q_{1s} = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{n} \bar{Q}_i \bar{n}_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{il}}{d\ \ _{1s}} + \sum_{i=1}^{n} I_{il}\, \bar{E}_A \bar{n}_{il}\, \frac{d\Phi_{il}}{d\ \ _{1s}}. \tag{9}$$

Внося (9) в правую часть уравнения (3), получаем уравнение вынужденных колебании рассматриваемой системы тел с одной степенью свободы под действием сил инерции, при сложном движении корпуса A.

$$\ddot{x}_{1s} \sum_{i=1}^{n} \left[m_i \left(\frac{d\ \ _{is}}{d\ \ _{1s}}\right)^2 + I_{is} \left(\frac{d\Phi_{is}}{d\ \ _{1s}}\right)^2 \right] + \sum_{i=1}^{n} c_1 x_{1s} \frac{d\ \ _{is}}{d\ \ _{1s}} = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{n} \bar{Q}_i \bar{n}_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{il}}{d\ \ _{1s}} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{n} I_{il}\, \bar{E}_A \bar{n}_{il}\, \frac{d\Phi_{il}}{d\ \ _{1s}}.$$

Возмущение программного состояния рассматриваемой системы будут минимальны, т. е. динамическая ошибка рассматриваемой системы будет минимальна, при условии, если будут реализованы в ней ограничения на вид функций связей $\gamma_i(x_s)$, $f_k(x_{i;})$ и выбор $m_i, I_{ij}, i = 1, \dots, n$, позволяющие обеспечить минимум функционала

$$Z_{1s} = \int_{t1}^{t2} Q_{1s} dt.$$

Поскольку min Z_{1s} достигается при минимальной по модулю величине возмущающей силы Q_{1s}, s =1,2,3, для отыскания ограничения на γ_i, f_i, m_i, I_{ij}, $i = 1,2, \dots, n$ исследуем возможные пути минимизации приведенной силы Q_{1s}, s =1,2,3.

1. Рассмотрим выражение (5) для проекций на оси связанной с корпусом системы координат $x_1x_2x_3$ переносной силы инерции $\bar{G}_1$. Приравнивая (5) к нулю, получаем равенство

$$\sum_{k=1}^{3}\sum_{i=1}^{n} m_i \bar{w}_A \bar{n}_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{ij}}{d\ \ _{1s}} = 0,$$

где s =1,2,3;

$$m_i \neq 0, |\bar{w}_A| \neq 0, \frac{dx_{ij}}{dx_{1s}} \neq 0.$$

Возможны два случая:

а) $\bar{\omega}_A \bar{n}_i \neq \mathrm{const}$. Вынося $\bar{\omega}_A$ за знак суммирования, получаем ограничение

$$\sum_{k=1}^{3}\sum_{i=1}^{h} m_i \bar{n}_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{ij}}{d\ \ _{1s}} = 0.$$

б) $\bar{\omega}_A \bar{n}_i = c$. Вынося $\bar{\omega}_A \bar{n}_i$ за знак суммирования, имеем

$$\sum_{k=1}^{3}\sum_{i=0}^{h} m_i (\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{ij}}{d\ \ _{1s}}. \tag{10}$$

В этом случае все векторы $\bar{n}_i$ коллинеарны и ограничение (10) выбором связанных осей приводится к виду

$$\sum_{k=1}^{3}\sum_{i=1}^{h} m_i \frac{d\ \ _{ij}}{d\ \ _{1s}} = 0, \bar{n}_i = \bar{n}_j,\ i,j = 1,2,\dots,h,\ i \neq j,\ s = 1,2,3. \tag{11}$$

В случае, когда рассматриваемая система содержит в себе группы звеньев, для которых справедливы соотношения $\bar{\omega}_A \bar{n}_i = \mathrm{const}$, то ограничения (11) записывают в том же виде для каждой отдельной группы.

$$\sum_{i=1}^{k} m_i \frac{d\ \ _{ij}}{d\ \ _{1s}} = 0,\ \bar{n}_i \bar{n}_j = 1,\quad i,j = 1,2,\dots,k;$$

$$\sum_{j=k+1}^{k+p} m_j \frac{d\ \ _{j.}}{d\ \ _{1s}} = 0,\quad n_{k+1}\bar{n}_\delta = 1,\ j,\delta = k+1,\dots,k+p; \tag{12}$$

$$e\sum_{q=h-c}^{h} m_q \frac{d\ \ _q}{d\ \ _{1s}} = 0,\quad \bar{n}_q \bar{n}_p = 1,\quad p,q = h-c,\dots,h,$$

где e – число групп звеньев.

Выражения $\bar{n}_i\bar{n}_j = 1, \;\; i \neq j$ являются ограничением на вид связей, определяющих возможные траектории движения исполнительных органов по отношению к корпусу агрегата.

Выражения вида

$$\sum_{i=1}^{k} m_i \frac{d\ {}_{is}}{d\ {}_{1s}} = 0, \quad s = 1,2,3$$

являются ограничениями на возможные взаимосвязи движений исполнительных органов и на величины их масс.

2. Рассмотрим выражение (6) для силы инерции, обусловленной тангенциальным ускорением исполнительных органов при вращательном движении корпуса A. Приравнивая (6) к нулю, получаем

$$\sum_{k=1}^{3}\sum_{i=1}^{h} m_i([\bar{E}_A * (\bar{r}_i - \bar{r}_c)] * \bar{n}_i)(\bar{n}_i\bar{n}_k)\frac{d\ {}_{i}}{d\ {}_{1s}} = 0, \;\; s = 1,2,3.$$

Эти равенства справедливы в двух случаях:

а) при

$$\bar{E}_A * (\bar{r}_i - \bar{r}_c) = \text{const},$$

$$(\bar{r}_i - \bar{r}_c) = \text{const};$$

это условие соответствует расстановке тел системы на одной прямой коллинеарной оси вращения, т. е.

$$\bar{n}_i = \bar{n}_b, \;\; i = 1,2,\dots,h,$$

откуда следует

$$[\bar{E}_A * (\bar{r}_i - \bar{r}_c)] * \bar{n}_i = 0,$$

где $\bar{n}_b$ – направляющий вектор оси вращения корпуса A;

б) при

$$[\bar{E}_A * (\bar{r}_i - \bar{r}_c)] * \bar{n}_i = \text{const}. \qquad (13)$$

В этом случае приходим к ограничениям (11), т. е.

$$\bar{n}_i = \bar{n}_j, \quad i \neq j, \quad \sum_{i=1}^{k} m_i \frac{d\ {}_{is}}{d\ {}_{1s}}.$$

В случае, когда рассматриваемая система включает в себя несколько групп исполнительных органов, из которых каждая подчиняется условиям (11), ограничения для всей системы имеют вид (12).

Рассмотрим ограничение (13) и определим условия, при выполнении которых оно имеет смысл.

Пусть (рис. 1) исполнительный орган с номером i, принадлежащий системе тел m_i, связанной с корпусом A, совершает программное движение по прямой $Б$.

Примем обозначения: $\bar{r}_q$ – радиус-вектор мгновенного центра вращения корпуса; $\bar{r}_o$– вектор, направленный по нормали к прямой $Б$, модуль которого равен расстоянию от центра вращения до прямой $Б$; $\Delta\bar{r}_i$ – вектор, коллинеарный с направляющим вектором прямой $Б$, определяемый соотношением $\Delta\bar{r}_i = \bar{r}_i - \bar{r}_q - \bar{r}_o$.

Запишем (13) в виде

$$(\bar{E}_A * \bar{r}_0) * \bar{n}_i + (\bar{E}_A * \Delta\bar{r}_0) * \bar{n}_i = \text{const}. \tag{14}$$

Поскольку векторы $\bar{n}_i$ и $\Delta\bar{r}_i$ коллинеарные

$$(\bar{E}_A * \Delta\bar{r}_i) * \bar{n}_i = 0$$

$$(\bar{E}_A * \bar{r}_0) * \bar{n}_i = \left[\bar{E}_A * \left(\bar{r}_i - \bar{r}_q\right)\right] * \bar{n}_i = \text{const}.$$

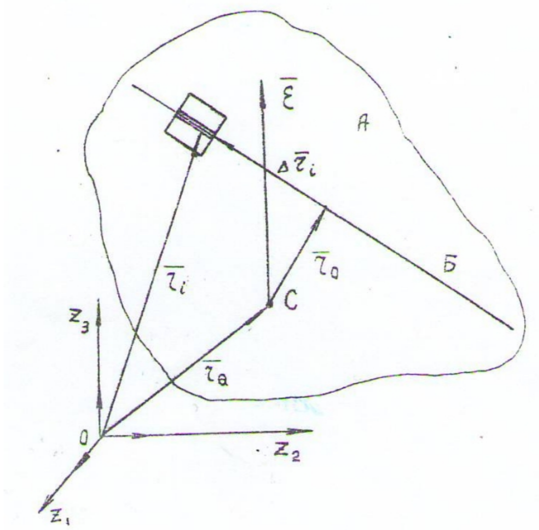


Рис. 1 – Исполнительный орган с номером i, принадлежащий системе тел m_i, связанной с корпусом A

Это значит, что проекция тангенциального ускорения i-го тела на прямую $Б$ есть величина постоянная при равноускоренном вращении корпуса A. Отсюда следует вывод, что возмущающее влияние тангенциальных сил инерции может быть минимизировано при произвольном положении мгновенной оси вращения корпуса A агрегата, если рабочие движения его подвижных органов ориентированы вдоль одной прямой. В том случае, когда агрегат содержит несколько взаимосвязанных групп подвижных органов, их рабочие движения необходимо ориентировать вдоль различных прямых.

3. Рассмотрим выражение (7) для приведенной центробежной силы, действующей на исполнительные органы при вращении корпуса агрегата относительно некоторой оси. Определим ограничения на структуру и свойства связей системы, при которых обеспечивается ее минимум. Для этого приравняем (7) к нулю и получим равенство

$$\sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{h} m_i([\bar{\omega}_A * (\bar{\omega}_A * \bar{\rho}_i)] * \bar{n}_i)(\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ \ _{ii}}{dx_{1s}} = 0, \tag{15}$$

где $\bar{\rho}_i = \bar{r}_i - \bar{r}_c$, $\bar{r}_{ic}$ – радиус-вектор центра вращения сечения корпуса плоскостью, нормальной к оси вращения, т. е. $\bar{\rho}_i \bar{n}_b = 0$.

Равенство (14) может быть справедливо в трех случаях.

а) При

$$\bar{\omega}_A * (\bar{\omega}_A * \bar{\rho}_i) = \bar{\omega}_A * \left(\bar{\omega}_A * \bar{\rho}_j\right), \ \ i \neq j, \tag{16}$$

откуда имеем $\bar{\rho}_i = \bar{\rho}_j, i \neq j$, так как $\bar{\rho}_i \perp \bar{n}_b$, где $\bar{n}_b$ – орт оси вращения корпуса. При выполнении (15) все тела системы располагаются вдоль одной прямой, параллельной оси вращения корпуса A. В этом случае $\bar{\rho}_i \perp \bar{n}_b$

$$\left[\bar{\omega}_A * \left(\bar{\omega}_A * \bar{\rho}_j\right)\right] * \bar{n}_i = 0.$$

Частным случаем (15) является условие

$$\rho_i = 0, \;\; i = 1,2, \dots, n.$$

б) Если $\bar{n}_i = \bar{n}_j = \bar{n} \neq \bar{n}_A$ равенство (14) справедливо в двух случаях:

– при $\bar{\rho}_i \neq \bar{\rho}_j$ (14) принимает вид

$$\sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{h} m_i([\bar{\omega}_A * (\bar{\omega}_A * \bar{\rho}_i)] * \bar{n}_i)(\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}} = 0, \qquad (17)$$

– при $\bar{\rho}_i // \bar{\rho}_j$, $\;\bar{\rho}_i \perp \bar{n}_A$, $\;\bar{n} \perp \bar{n}_A$, (14) принимает вид

$$\sum_{i=1}^{n} m_j \frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}} = 0. \qquad (18)$$

В этом случае все тела системы могут перемещаться вдоль одной прямой, пересекающейся с осью вращения корпуса агрегата. В условиях (15), (16), (17) учитываются угловая скорость вращения корпуса и ориентация рабочих движений тел рассматриваемой системы исполнительных органов по отношению к оси вращения.

4. Рассмотрим с учетом (4) выражение для приведенной к телу с номером i =1 кориолисовой силы, условно прилагаемой к исполнительным органам агрегата при наличии возвратно-вращательных вибраций его корпуса. Определим ограничения на структуру агрегата, позволяющие еще на этапе проектирования минимизировать влияние вибраций этого вида.

Приравнивая к нулю (8) и учитывая (4), получаем

$$\sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{h} m_i([\bar{\omega}_A * \bar{V}_i] * \bar{n}_i)(\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}} = 0. \qquad (19)$$

Это равенство справедливо в трех случаях.

а) При

$$\bar{\omega}_A * \bar{V}_i = 0. \qquad (20)$$

$\bar{V}_i // \bar{n}_i$ и $\bar{V}_i // \bar{\omega}_A$ согласно (19), а $\bar{n}_i // \bar{\omega}_A$, т. е. $\bar{n}_i = \bar{n}_A$. Это значит, что условие (19) выполняется, если рабочие движения исполнительных органов ориентированы вдоль оси вращения корпуса агрегата.

б) При

$$(\bar{\omega}_A * \bar{V}_i) * \bar{n}_i = 0, \qquad (21)$$

что соответствует движению тел системы по прямым, пересекающим ось вращения корпуса.

в) При

$$(\bar{\omega}_A * \bar{V}_i) * \bar{n}_i = \mathrm{const}.$$

Необходимым условием выполнения равенства (18) в этом случае является условие

$$\sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{h} m_i(\bar{n}_i \bar{n}_k) \frac{d\ _{i}}{d\ _{1s}} = 0. \qquad (22)$$

При $\bar{n}_i = \bar{n}_j$, т. е. при движении всех тел системы вдоль одной прямой, (22) имеет вид

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\ {}_{is}}{d\ {}_{1s}} = 0.$$

Анализируя ограничения (19), (20), (21) и (22) можно видеть, что для создания конкретного агрегата автоматики с учетом этих условий, необходимо обладать информацией о положении оси вращения его корпуса. Если положение оси вращения корпуса агрегата не определено или изменяется произвольно, то соотношения (19), (20), (21) не могут быть использованы.

5. Определим ограничения на структуру агрегатов, при выполнении которых обеспечивается минимизация приведенной силы, обусловленной влиянием инерции исполнительных органов и звеньев связи при действии возвратно-вращательных вибраций корпуса агрегата. Для этого приравняем к нулю составляющую обобщенной силы в выражении (9), обусловленную действием моментов сил инерции тел в рассматриваемой механической системе. В результате имеем равенство

$$\sum_{i=1}^{n} I_{il}\ \bar{\bar{E}}_A \bar{n}_{il}\ \frac{d\phi_{il}}{d\ {}_{1s}} = 0. \qquad (23)$$

Оно представляет собой ограничения на величины моментов инерции тел рассматриваемой системы, ориентацию осей их вращения и передаточные функции связей.

При

$$\bar{\bar{E}}_A \bar{n}_{il} = \mathrm{const}, \qquad (24)$$

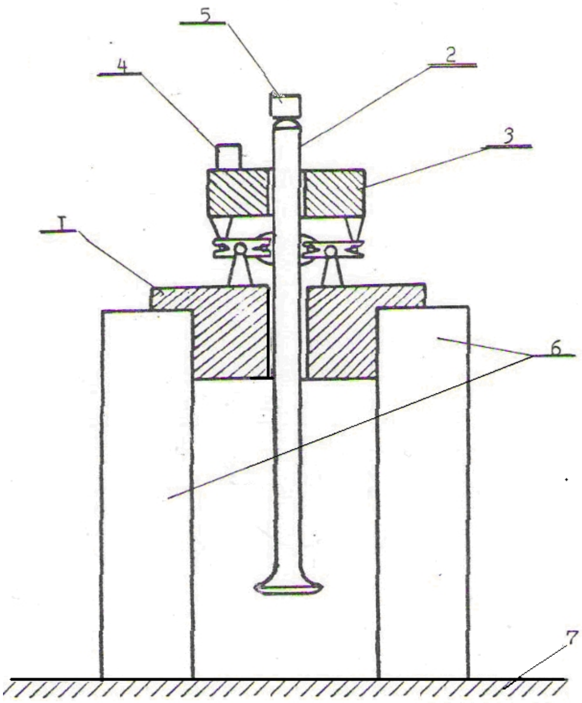
что соответствует $\bar{n}_{il} = \bar{n}_{j}$, $i \neq j$, равенство (23) принимает вид

$$\sum_{i=1}^{n} I_{il}\ \frac{d\phi_{il}}{d\ {}_{1s}} = 0, \quad s = 1,2,3.$$

Ограничения (23), (24) определяют виды механизмов, нечувствительных к действию вибраций.

Экспериментальный образец пневматического привода тарели сопла регулятора расхода, схема которого приведена на рис. 2, был использован для проверки эффективности разработанного способа уменьшения влияния инерции на работу агрегата при сложном движении его корпуса.

Режимом, наиболее неблагоприятным для работы этого привода, является работа при наличии ударных воздействий в направлении рабочего хода. Поэтому в основу эксперимента было положено выявление реакции устройства на ударные воздействия в направлении рабочего хода поршня привода, как это показано на схеме, приведенной на рис. 2.



1 – корпус пневмопривода, 2 – шток тарели, 3 – поршень привода тарели, 4 и 5 – датчики виброперегрузок, 6 – неподвижные жесткие упоры, 7 – жесткое основание. Датчики 4 и 5 установлены на подвижных относительно корпуса исполнительных органах устройства. Датчик 4 установлен на поршне 3 пневмопривода, а датчик 5 – на штоке тарели. Упоры 6 установлены на бетонном основании 7. Удары осуществлялись путем ударного торможения свободно падающего устройства на упорах 6. При этом регистрировались перегрузки на штоке тарели и поршне привода.

Рис. 2 – Схема экспериментального образца пневматического привода тарели сопла регулятора расхода

Выводы. Поставлена и решена задача вывода аналитических выражений, описывающих ограничения, наложенные на структуру агрегатов, количество их подвижных органов, вид кинематических связей между ними и взаимную ориентацию их рабочих движений. Учтено, что возмущающее действие инерции, возникающее при сложных движениях корпуса каждого агрегата, минимально. Разработаны кинематические схемы с взаимосвязями подвижных органов, позволяющие удовлетворить полученным ограничениям.

1. *Гладкий В. Ф.* Прочность, вибрация и надежность конструкции летательного аппарата. М.: Наука, 1975. 455 с.
2. Двигательные установки ракет на жидком топливе. М.: 1966. 404 с.
3. *Кiницький Я. Т.* Теорія механізмів і машин. Київ.: Наукова думка, 2002. 660 с.
4. *Микишев Г. Н.* Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1978. 248 с.
5. Наука для космічної промисловості. Інформаційний бюлетегь координаційної ради з організації спільних робіт ДП КБ «Південне» і наукових установ НАН України. № 1. Д., 2018. 120 с.
6. *Сокол Г. І.* Теорія механізмів робототехнічних систем. Кінематика. Дніпропетровськ: РВВ ДНУ, 2002. 92 с.
7. *Bickel B., Whiting E,. Sorkine-Hornung O.* Optimizing moment of inertia for spinnable objects. Communications of the ACM. 2017. V. 60. No. 8. Pp. 92-99. https://doi.org/10.1145/3068766
8. *Yang W., Shen Y., Bajenov A.* Improving low-cost inertial-measurement-unit (IMU)-based motion tracking accuracy for a biomorphic hyper-redundant snake robot. Robotics and Biometrics. University of Nevada, Reno, December 2017. 9 pp. https://doi.org/10.1186/s40638-017-0069-z

Получено 17.07.2019,
в окончательном варианте 15.11.2019