УДК 519.816 https://doi.org/10.15407/itm2020.01.091

В. М. МАМЧУК

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИОРИТЕТНОСТИ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОЕКТОВ С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА ШКАЛИРОВАНИЯ КРИТЕРИЕВ

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: 53mamval@gmail.com

Визначення пріоритетності науково-технічних проєктів є однією з основних проблем організації наукової діяльності на конкурсній основі. Метою даної роботи є розробка методу багатокритеріального оцінювання і ранжування науково-технічних проектів. В роботі використовувалися методи теорії прийняття рішень, багатокритеріальної теорії цінності і вербального аналізу рішень. Проведено аналіз відомого алгоритму незалежного шкалювання, в основу якого покладено ідеї методу половинного поділу за цінністю. В результаті було удосконалено процедури спільного шкалювання критеріїв і визначення на заданих інтервалах їхньої зміни середніх за переваги точок. Запропоновано процедуру екстраполяції стійких відносин переваги, яка полегшує пошук середніх за переваги точок в ситуаціях, коли у особи, що приймає рішення, виникають труднощі з фіксацією відносин еквівалентності. Розроблено алгоритми побудови локальних функцій цінності для кількісних та якісних критеріїв. Запропоновано метод побудови інтегрального критерію цінності альтернатив у нормованому адитивному вигляді, який дозволяє знаходити значення локальних функцій цінності для якісних критеріїв за графіками функцій, що були побудовані для кількісних критеріїв. Значення дискретних функцій цінності і нормуючі коефіцієнти визначаються з системи спільних алгебраїчних рівнянь, яка є відображенням системи рівних переваг особи, що приймає рішення. Проведено розрахунки з визначення пріоритетності науково-технічних проектів, які ілюструють розроблений метод. На відміну від алгоритму незалежного шкалювання, область застосування якого обмежена вимогою кількісної вимірності критеріїв, запропонований метод дозволяє ранжувати альтернативи у просторі не тільки кількісних, але і якісних критеріїв з роздільною силою, яка дорівнює одиниці. Результати представленої роботи можуть бути використані при проведенні конкурсів проектів і формуванні програм наукових досліджень і розробок в ракетно-космічній галузі.

Ключові слова: *проєкти, оцінювання, ранжування, кількісні та якісні критерії, локальна функція цінності, інтегральний критерій.*

Определение приоритетности научно-технических проектов является одной из основных проблем организации научной деятельности на конкурсной основе. Целью данной работы является разработка метода многокритериального оценивания и ранжирования научно-технических проектов. В работе использовались методы теории принятия решений, многокритериальной теории ценности и вербального анализа решений. Проведен анализ известного алгоритма независимого шкалирования, в основу которого положены идеи метода половинного деления по ценности. В результате были усовершенствованы процедуры совместного шкалирования критериев и определения на заданных интервалах их изменения средних по предпочтительности точек. Предложена процедура экстраполяции устойчивых отношений превосходства, облегчающая поиск средних по предпочтительности точек в ситуациях, когда у лица, принимающего решение, возникают трудности с фиксацией отношений эквивалентности. Разработаны алгоритмы построения локальных функций ценности для количественных и качественных критериев. Предложен метод построения интегрального критерия ценности альтернатив в нормированном аддитивном виде, который позволяет находить значения локальных функций ценности для качественных критериев по графикам функций, построенным для количественных критериев. Значения дискретных функций ценности и нормирующие коэффициенты определяются из системы совместных алгебраических уравнений, которая является отображением системы равных предпочтений лица, принимающего решение. Проведены расчеты по определению приоритетности научно-технических проектов, иллюстрирующие разработанный метод. В отличие от алгоритма независимого шкалирования, область применения которого ограничена требованием количественной измеримости критериев, предложенный метод позволяет ранжировать альтернативы в пространстве не только количественных, но и качественных критериев с разрешающей силой, равной единице. Результаты представленной работы могут быть использованы при проведении конкурсов проектов и формировании программ научных исследований и разработок в ракетно-космической отрасли.

Ключевые слова: *проекты, оценивание, ранжирование, количественные и качественные критерии, локальная функция ценности, интегральный критерий.*

Determining the priority of R&D projects is one of the main problems in scientific activity organization on a competitive basis. The aim of this paper is to develop a method for multicriteria evaluation and ranking of R&D projects. The paper uses methods of decision-making theory, multi-attribute value theory, and verbal analysis. The familiar independent-scaling algorithm, which is based on the value dichotomy method, is analyzed. As a result, procedures for criteria co-scaling and determining preference midpoints on their given variation intervals are refined. A procedure is proposed for extrapolating stable superiority relations to facilitate a search for preference midpoints in situations where the decision maker has difficulties in fixing equivalence relations. Algorithms for constructing local value functions for quantitative and qualitative criteria are presented. A method is proposed for constructing an integral criterion for the value of alternatives in normalized additive form. The method allows one to find the values of local value functions for qualitative criteria from function graphs built for quantitative criteria. The values of discrete value functions and the normalizing factors are determined from a system of algebraic equations, which is a mapping of the system of equal preferences of the decision maker. The proposed method is illustrated by calculating the priority of R&D projects. Unlike the independent-scaling algorithm, which can be used only for quantitative criteria, the proposed method allows one to rank alternatives in the space of quantitative and qualitative criteria with a resolution equal to one. The results reported in this paper may be used in calls for projects and in the formation of R&D programs in the space industry.

Keywords: *projects, evaluation, ranking, quantitative and qualitative criteria, local value function, integral criterion.*

Для оценивания альтернатив по многим критериям и упорядочения их по предпочтительности в работе [1] предложен алгоритм независимого шкалирования (АНШ), с помощью которого строится аддитивный интегральный критерий $\varphi(u)$ в нормированном виде

$$\varphi(u)=\sum_{i=1}^{n} k_i\,\omega_i(u_i)\,, \tag{1}$$

где n – количество локальных критериев u_i, $i=\overline{1,n}$; $\omega_i(u_i)$ – локальная функция ценности (ЛФЦ) по критерию $u_i \in u$, $\omega_i(u_i)\in[0,1]$; k_i – коэффициент согласования по ценности приращения критерия u_i с приращениями других критериев (шкалирующий или нормирующий коэффициент, соизмеряющий ценность приращений разных критериев),

$$\sum_{i=1}^{n} k_i = 1, \quad k_i > 0\,. \tag{2}$$

АНШ является, как известно, разновидностью алгоритма совместного шкалирования [1 – 3], в основу которого положены идеи метода половинного деления по ценности [2].

Определение. Средней по предпочтительности точкой (СПТ) на интервале $[u_i^{'},u_i^{''}]$ значений критерия u_i является такая точка u_i^{cp} этого интервала, в которой локальная функция ценности $\omega_i(u_i)$ принимает среднее значение (рис. 1)

$$\omega_i(u_i^{cp})=\frac{\omega_i(u_i^{'})+\omega_i(u_i^{''})}{2}\,. \tag{3}$$

При определении СПТ в [1] авторами АНШ применялось правило, которое можно сформулировать в виде следующего утверждения.

Утверждение 1. Для интервалов $[u_i^{'},u_i^{''}]$ и $[u_j^{'},u_j^{''}]$ критериев u_i и u_j с произвольными границами $u_i^{'},\,u_i^{''}\in[u_i^{0},u_i^{1}]$, $u_i^{'}\prec u_i^{''}$ и $u_j^{'},\,u_j^{''}\in[u_j^{0},u_j^{1}]$, $u_j^{'}\prec u_j^{''}$, можно подобрать точку u_i^{cp} так, что будут справедливы отношения

$$\begin{cases}(u_i^{cp},u_j^{'},u(\bar{i},\bar{j}))\sim(u_i^{'},u_j^{''},u(\bar{i},\bar{j})),\\(u_i^{''},u_j^{'},u(\bar{i},\bar{j}))\sim(u_i^{cp},u_j^{''},u(\bar{i},\bar{j})),\end{cases}\quad \text{или}\quad \begin{cases}a\sim b,\\c\sim d,\end{cases} \tag{4}$$

где $u(\bar{i},\bar{j})=(u_1,...,u_{i-1},u_{i+1},...,u_{j-1},u_{j+1},...,u_n)$ – вектор локальных критериев, в котором отсутствует $\bar{i}$ -я и $\bar{j}$ -я компоненты; $a=(u_i^{cp},u_j^{'},u(\bar{i},\bar{j}))$, $b=(u_i^{'},u_j^{''},u(\bar{i},\bar{j}))$, $c=(u_i^{''},u_j^{'},u(\bar{i},\bar{j}))$ и $d=(u_i^{cp},u_j^{''},u(\bar{i},\bar{j}))$ – точки в плоскости $u_i\times u_j$, соответствующие векторам критериев, которые отличаются только значениями u_i и u_j (рис. 1); символ $\sim$ означает «одинаковы по предпочтительности»; символ $\prec$ означает «менее предпочтительно, чем».

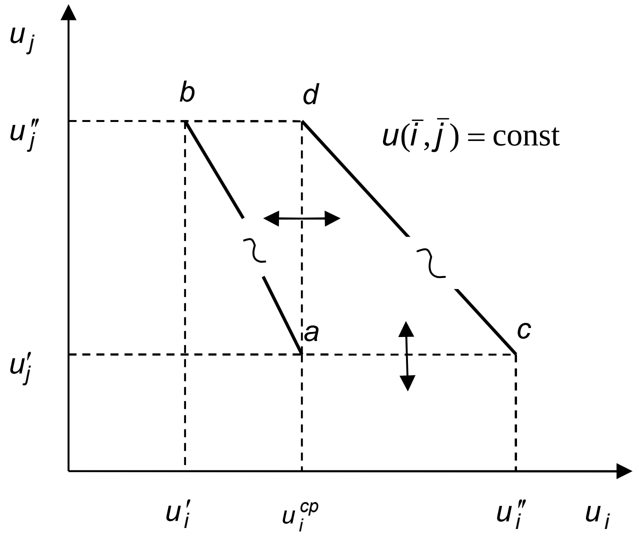

Рис. 1

Не умаляя ценности подхода в целом, в приведенном утверждении и в процедуре построения СПТ [1] присутствуют неточности, ставящие под сомнение работоспособность АНШ.

Доказательство несостоятельности утверждения 1. Зададим в качестве правой границы интервала $[u_j^{'},u_j^{''}]$ разные значения $\hat{u}_j^{''}$ и $\breve{u}_j^{''}$ такие, что

$$u_j^{'}\prec\hat{u}_j^{''}\prec\breve{u}_j^{''}. \tag{5}$$

Согласно утверждению 1 для $\hat{u}_j^{''}$ и $\breve{u}_j^{''}$ можно подобрать значения $\hat{u}_i^{cp}$ и $\breve{u}_i^{cp}$ такие, что

$$\begin{cases}(\hat{u}_i^{cp},u_j^{'},u(\bar{i},\bar{j}))\sim(u_i^{'},\hat{u}_j^{''},u(\bar{i},\bar{j})),\\(u_i^{''},u_j^{'},u(\bar{i},\bar{j}))\sim(\hat{u}_i^{cp},\hat{u}_j^{''},u(\bar{i},\bar{j})),\end{cases}\quad\text{или}\quad\begin{cases}\hat{a}\sim\hat{b},\\c\sim\hat{d},\end{cases}$$

$$\begin{cases}(\breve{u}_i^{cp},u_j^{'},u(\bar{i},\bar{j}))\sim(u_i^{'},\breve{u}_j^{''},u(\bar{i},\bar{j})),\\(u_i^{''},u_j^{'},u(\bar{i},\bar{j}))\sim(\breve{u}_i^{cp},\breve{u}_j^{''},u(\bar{i},\bar{j})),\end{cases}\quad\text{или}\quad\begin{cases}\breve{a}\sim\breve{b},\\c\sim\breve{d}.\end{cases}$$

В силу транзитивности отношений $c\sim\hat{d}$ и $c\sim\breve{d}$ имеем

$$\hat{d}\sim\breve{d}\quad\text{или}\quad(\hat{u}_i^{cp},\hat{u}_j^{''},u(\bar{i},\bar{j}))\sim(\breve{u}_i^{cp},\breve{u}_j^{''},u(\bar{i},\bar{j})). \tag{6}$$

Т. к. u_i^{cp} не зависит от выбора $u_j^{'}$ и $u_j^{''}$, то $\widehat{u}_i^{cp} \sim \breve{u}_i^{cp}$. Следовательно, из (6) получим $\widehat{u}_j^{''} \sim \breve{u}_j^{''}$. Это противоречит (5) и опровергает утверждение о произвольности границ $u_j^{'}$ и $u_j^{''}$. Чтобы устранить полученное противоречие, сформулируем требование к $u_j^{'}$ и $u_j^{''}$, обеспечивающее выполнение (4).

Принимая во внимание (1), отношениям (4) поставим в соответствие следующую систему уравнений

$$\begin{cases} \varphi(a) = \varphi(b), \\ \varphi(c) = \varphi(d). \end{cases} \tag{7}$$

Из (7) получим

$$\begin{cases} \varphi(a) - \varphi(c) = \varphi(b) - \varphi(d), \\ \varphi(a) + \varphi(c) = \varphi(b) + \varphi(d). \end{cases} \tag{8}$$

Используя форму аддитивного интегрального критерия (1), первое уравнение системы (8) представим в виде

$$k_i \omega_i (u_i^{cp}) + k_j \omega_j (u_j^{'}) - k_i \omega_i (u_i^{''}) - k_j \omega_j (u_j^{'}) =$$
$$= k_i \omega_i (u_i^{'}) + k_j \omega_j (u_j^{''}) - k_i \omega_i (u_i^{cp}) - k_j \omega_j (u_j^{''}).$$

Откуда

$$\omega_i (u_i^{cp}) = \frac{\omega_i (u_i^{'}) + \omega_i (u_i^{''})}{2}. \tag{9}$$

Выражения (9) и (3) совпадают, что и следовало ожидать.

В случае, когда

$$\begin{cases} u_i^{'} = u_i^0, \\ u_i^{''} = u_i^1, \end{cases} \tag{10}$$

имеем

$$\begin{cases} \omega_i (u_i^{'}) = 0, \\ \omega_i (u_i^{''}) = 1. \end{cases} \tag{11}$$

С учетом этого, из (9) получим $\omega_i (u_i^{cp}) = 0{,}5$.

Аналогично второе уравнение системы (8) представим в виде

$$k_i \omega_i (u_i^{cp}) + k_j \omega_j (u_j^{'}) + k_i \omega_i (u_i^{''}) + k_j \omega_j (u_j^{'}) =$$
$$= k_i \omega_i (u_i^{'}) + k_j \omega_j (u_j^{''}) + k_i \omega_i (u_i^{cp}) + k_j \omega_j (u_j^{''}).$$

Откуда

$$k_i [\omega_i (u_i^{''}) - \omega_i (u_i^{'})] = 2k_j [\omega_j (u_j^{''}) - \omega_j (u_j^{'})]. \tag{12}$$

Из полученных результатов вытекает следующее требование к $u_j^{'}$ и $u_j^{''}$.

Для обеспечения эквивалентности $a \sim b$ и $c \sim d$ векторов критериев a, b, c и d значения $u_j^{'}$ и $u_j^{''}$ должны быть такими, чтобы в паре векторов b и c приращение ценности по критерию u_j удовлетворяло (12). Т. е. при определении u_i^{cp} на интервале $[u_i^{'}, u_i^{''}]$ произвольно можно задать только одну из границ интервала $[u_j^{'}, u_j^{''}]$. Вторая должна удовлетворять (12).

Таким образом, задание на шкале критерия u_j значения $u_j^{'}$ однозначно определяет значение $u_j^{''}$. При этом на выбор границы $u_j^{'}$ жестких ограничений не накладывают. Нужно следить только за тем, чтобы вторая граница $u_j^{''}$ была в пределах интервала $[u_j^0, u_j^1]$. Во избежание нарушения этого требования, в качестве границы $u_j^{'}$ рекомендуется брать точку $u_j^{'} = u_j^0$ такую, что $\omega_j(u_j^{'}) = 0$.

Аналогично, задание $u_j^{''}$ однозначно определяет значение $u_j^{'}$. При этом, из тех же соображений, в качестве границы $u_j^{''}$ рекомендуется брать точку $u_j^{''} = u_j^1$, такую, что $\omega_j(u_j^{''}) = 1$.

Из (12) вытекает еще одна рекомендация: если заранее известно, что $k_j > k_i$, то значения u_j нужно откладывать на оси ординат (рис. 1).

Зададим $u_j^{'} = u_j^0$. При условиях (10) и (11) из (12) получим

$$\omega_j(u_j^{''}) = \frac{k_i}{2k_j}. \tag{13}$$

Зададим $u_j^{''} = u_j^1$. При тех же условиях из (12) получим

$$\omega_j(u_j^{'}) = 1 - \frac{k_i}{2k_j}. \tag{14}$$

При равенстве нормирующих коэффициентов k_i и k_j из (13) следует $u_j^{cp} = u_j^{''}$ на интервале $[u_j^0, u_j^1]$, а из (14) следует $u_j^{cp} = u_j^{'}$ на этом же интервале. Учитывая полученные результаты, внесем изменения в утверждение 1.

Утверждение 2. Для произвольного интервала $[u_i^{'}, u_i^{''}]$ критерия u_i можно подобрать границы интервала $[u_j^{'}, u_j^{''}]$ критерия u_j и точку u_i^{cp} так, что будут справедливы отношения (4).

Используя это утверждение, определим значение u_i^{cp} и соответствующее значение функции $\omega_i(u_i^{cp})$ следующим образом.

Процедура определения СПТ и ЛФЦ. Для определенности возьмем интервал $[u_i^0, u_i^1]$. Точку u_i^{cp} на этом интервале обозначим через $u_i^{0,5}$. Положим $u_i^{'}=u_i^0$, $u_i^{''}=u_i^1$, $u_j^{''}=u_j^1$. Это позволяет в обозначениях рис. 1 зафиксировать точку b.

При заданных $u_i^{'}$ и $u_i^{''}$ имеем $\omega_i(u_i^{'})=0$ и $\omega_i(u_i^{''})=1$. Значения u_i^{cp} и $u_j^{'}$, обеспечивающие (4), подберем путем перемещения вертикальной линии ad вдоль оси u_i и горизонтальной линии ac вдоль оси u_j (рис. 1).

Шаг 1. Присвоим $k_i:=0$, $u_i^l:=u_i^{'}$, $u_i^r:=u_i^{''}$.

Здесь k_i – счетчик итераций по критерию u_i; u_i^l, u_i^r – текущие значения левой и правой границ интервала определения СПТ (т. е. точки $u_i^{0,5}\in[u_i^l,u_i^r]\in[u_i^{'},u_i^{''}]$).

Шаг 2. Присвоим

$$k_i:=k_i+1,\ u_i^{cp}:=\frac{u_i^l+u_i^r}{2}.$$

Тем самым на текущей итерации k_i зафиксируем положение линии ad и, следовательно, точки d в обозначениях рис. 1.

Шаг 3. Присвоим $k_j:=0$, $u_j^l:=u_j^{''}-(u_j^{''}-u_j^0)\cdot[\omega_i(u_i^{''})-\omega_i(u_i^{'})]$, $u_j^r:=u_j^{''}$. Здесь k_j – счетчик итераций по критерию u_j; u_j^l, u_j^r – текущие значения левой и правой границ интервала определения точки $u_j^{'}\in[u_j^l,u_j^r]\in[u_j^0,u_j^1]$.

Шаг 4. Присвоим

$$k_j:=k_j+1,\ u_j^{'}:=\frac{u_j^l+u_j^r}{2}.$$

Тем самым на текущей итерации $k_i\,\&\,k_j$ зафиксируем положение линии ac и, следовательно, точек a и c в обозначениях рис. 1.

Шаг 5. Предложим ЛПР сравнить векторы c и d:

– если, по мнению ЛПР, $c\prec d$, то $u_j^l:=u_j^{'}$ и перейдем на шаг 4;

– если, по мнению ЛПР, $d\prec c$, то $u_j^r:=u_j^{'}$ и перейдем на шаг 4;

– если, по мнению ЛПР, $c\sim d$, то перейдем на шаг 6.

Шаг 6. Предложим ЛПР сравнить векторы a и b:

– если, по мнению ЛПР, $a\prec b$, то $u_i^l:=u_i^{cp}$ и перейдем на шаг 2;

– если, по мнению ЛПР, $b\prec a$, то $u_i^r:=u_i^{cp}$ и перейдем на шаг 2;

– если, по мнению ЛПР, $a\sim b$, то присвоим $u_i^{0,5}:=u_i^{cp}$, $\omega_i(u_i^{0,5}):=0{,}5$ и завершим работу процедуры.

Аналогично найдем СПТ и ЛФЦ на $[u_i^0,u_i^{0,5}]$, $[u_i^{0,5},u_i^1]$ и любых других интервалах по известным значениям ω_i на концах этих интервалов.

Достоинством данной процедуры является быстрая сходимость к искомому значению u_i^{cp}. Недостатком является погрешность вычислений, обусловленная несовершенством ЛПР как «прибора измерения ценности» [4 – 7].

Действительно, поиск точки u_i^{cp} между $u_i^{'}$ и $u_i^{''}$ сводится к нахождению двух пар эквивалентных векторов $a \sim b$ и $c \sim d$ таких, что уменьшение значения $\bar{i}$ -го критерия при переходе из точки u_i^{cp} в точку $u_i^{'}$ и из точки $u_i^{''}$ в точку u_i^{cp} компенсируется увеличением значения $\bar{j}$ -го критерия на одну и ту же величину $\Delta u_j = u_j^{''} - u_j^{'}$. Таким образом ЛПР соизмеряет различные физические величины, оценивает качество и приоритетность альтернатив. используя субъективные представления о ценностях.

Анализ возможностей ЛПР устойчиво оценивать и сравнивать альтернативы показывает, что отношение эквивалентности установить ему сложнее, чем отношение превосходства [8]. Поэтому в ситуациях неустойчивых измерений целесообразно фиксировать не сам момент наступления эквивалентности, а интервал, содержащий точку эквивалентности (безразличия), с последующим уточнением ее положения по известным границам этого интервала.

В частности, при отыскании точки $u_j^{'}$ такой, что $c \sim d$, вначале слева и справа от этой точки можно найти границы устойчивости отношений превосходства u_j^{-} и u_j^{+}, и только потом, используя методы прогноза, определить положение $u_j^{'}$ в интервале неустойчивости $[u_j^{-}, u_j^{+}]$. Выполним это с помощью следующей процедуры.

Процедура экстраполяции устойчивых отношений. Для определенности найдем точку $u_j^{'}$ в интервале $[u_j^0, u_j^1]$.

Шаг 1. Двигаясь слева направо от u_j^0 к u_j^1 , в начале интервала $[u_j^0, u_j^1]$ ЛПР уверенно считает, что $c \prec d$. Далее наступает момент, когда ЛПР начинает сомневаться в справедливости этого отношения. Значение u_j , соответствующее указанному моменту, обозначим через u_j^{-} .

Шаг 2. Двигаясь справа налево от u_j^1 к u_j^0 и проходя участок, на котором имеет место отношение $d \prec c$, определим момент, когда ЛПР начнет сомневаться в справедливости этого отношения. Зафиксируем соответствующую этому моменту величину u_j^{+} такую, что $u_j^{+} > u_j^{-}$.

Шаг 3. Определим значение $u_j^{'}$, считая, что точка $u_j^{'}$ делит $[u_j^{-}, u_j^{+}]$ пропорционально $[u_j^0, u_j^{-}]$ и $[u_j^{+}, u_j^1]$ (для монотонных ЛФЦ такое допущение корректно). Согласно этому запишем

$$\frac{u_j^{'} - u_j^{-}}{u_j^{+} - u_j^{'}} = \frac{u_j^{-} - u_j^0}{u_j^1 - u_j^{+}} . \qquad (15)$$

Из уравнения (15) получим

$$u_j^{'} = \frac{u_j^1 u_j^{-} - u_j^0 u_j^{+}}{(u_j^1 - u_j^0) - (u_j^{+} - u_j^{-})} . \qquad (16)$$

По аналогии с (16) для u_i^{cp} получим

$$u_i^{cp} = \frac{u_i^1 u_i^- - u_i^0 u_i^+}{(u_i^1 - u_i^0) - (u_i^+ - u_i^-)}, \qquad (17)$$

где u_i^- – значение u_i в момент нарушения отношения $a \prec b$; u_i^+ – значение u_i в момент нарушения отношения $b \prec a$.

Формулы (16) и (17) позволяют уточнить и значительно упростить поиск точек $u_j^{'}$ и u_i^{cp} при появлении у ЛПР трудностей с фиксацией отношений эквивалентности.

Замечание. Как и в случае с точкой $u_j^{'}$, повторные замеры границ u_j^- и u_j^+ дают, обычно, разные результаты. Однако разбросы значений u_j^- и u_j^+ значительно меньше разбросов $u_j^{'}$. Поэтому для практики вполне приемлемым будет среднее значение трех измерений границы превосходства.

Серьезным недостатком АНШ [1] является требование количественной измеримости критериев, существенно ограничивающее область его применения. Для оценивания альтернатив, характеризующихся как количественными, так и качественными показателями, рассмотрим алгоритм шкалирования критериев, суть которого состоит в построении системы уравнений на основе отношений эквивалентности с использованием графиков ЛФЦ количественных критериев. Из этой системы одновременно с коэффициентами k_i определяются значения дискретных ЛФЦ качественных критериев.

Алгоритм шкалирования критериев.

Шаг 1. Способом, указанным в [1], проверим выполнение условий независимости по предпочтению [2, 9] для $n-1$ пар локальных критериев, среди которых l количественных и m качественных критериев, $l+m=n$, $l \geq 2$.

Шаг 2. Для критерия u_i, $i=\overline{1,n}$, выделим его граничные значения:

u_i^0 – наименее предпочтительное значение критерия u_i, $\omega_i(u_i^0)=0$;

u_i^1 – наиболее предпочтительное значение критерия u_i, $\omega_i(u_i^1)=1$.

Шаг 3. Для каждого количественного критерия u_i построим $\omega_i(u_i)$ с помощью описанной выше процедуры определения СПТ и ЛФЦ.

Шаг 4. Построим у нижней опорной ситуации [4, 9] вектор критериев $u^1=(u_1^*, u(\overline{1}))$, в котором значение u_1^* первого количественного критерия u_1 такое, что $u_1^* \neq u_1^0$, а его дополнение $u(\overline{1})$ состоит из наихудших значений критериев $u_p=u_p^0$, $p=\overline{2,n}$. Другие $l-1$ векторов конструируем так, чтобы они были эквивалентны вектору u^1. Для этого в каждом векторе $\tilde{u}^i=(\tilde{u}_i^*, u(\bar{i}))$, $i=\overline{2,l}$, дополнение которого $u(\bar{i})$ состоит из наихудших значений $u_p=u_p^0$, $p \neq i$, ЛПР выбирает такое значение $\tilde{u}_i^*$ количественного критерия u_i, при котором, по его мнению, будет справедливо отношение эквивалентности $\tilde{u}^i \sim u^1$.

Шаг 5. Введем обозначения: q – суммарное число значений на шкалах качественных критериев u_j, $l < j \le n$; h – множество, состоящее из $q-m$ не наихудших значений h_j^s, $s=\overline{1,q-m}$, качественных критериев u_j.

Для каждого $h_j^s \in h$ построим вектор критериев $u^{l+s} = (h_j^s, u(\bar{j}))$, дополнение которого $u(\bar{j})$ состоит из наихудших значений критериев $u_p = u_p^0$, $p \ne j$, а также построим эквивалентный ему вектор $\tilde{u}^{l+s} = (\tilde{u}_1^s, u(\bar{1}))$. Для этого в $(u_1, u(\bar{1}))$, где дополнение $u(\bar{1})$ состоит из наихудших значений критериев $u_p = u_p^0$, $p=\overline{2,n}$, ЛПР выбирает такое значение $\tilde{u}_1^s$ количественного критерия u_1, при котором, по его мнению, будет справедливо отношение эквивалентности $\tilde{u}^{l+s} \sim u^{l+s}$.

Шаг 6. Используя ЛФЦ, построенные на шаге 3, составим систему из $l+q-m$ уравнений, в которую включим уравнение нормировки (2) и отношения эквивалентности, построенные на шагах 4-5, заменив векторные уравнения их аналитическими аналогами вида (1)

$$\begin{cases} k_i \cdot \omega_i(\tilde{u}_i^*) = k_1 \cdot \omega_1(u_1^*), \quad i=\overline{2,l}, \\ k_1 \cdot \omega_1(\tilde{u}_1^s) = k_j \cdot \omega_j(h_j^s), \quad s=\overline{1,q-m}, \quad l<j\le n, \\ \sum_{i=1}^{n} k_i = 1. \end{cases} \tag{18}$$

Найдем из (18) n значений коэффициентов k_i и $q-2m$ значений ЛФЦ $\omega_j(h_j^s)$ качественных критериев u_j в промежуточных (кроме лучших и худших) точках их определения.

Шаг 7. Построим интегральный критерий

$$\varphi(u) = \sum_{i=1}^{l} k_i \cdot \omega_i(u_i) + \sum_{j=l+1}^{n} k_j \cdot \omega_j(u_j), \tag{19}$$

где $\omega_i(u_i)$ – ЛФЦ количественного критерия u_i, определенная на шаге 3; $\omega_j(u_j)$ – ЛФЦ качественного критерия u_j, определенная на шаге 6,

$$\omega_j(u_j) = \begin{cases} 0 \ \text{при}\ u_j = u_j^0, \\ 1 \ \text{при}\ u_j = u_j^1, \\ \omega_j(h_j^s) \ \text{при других}\ u_j. \end{cases}$$

Завершим работу алгоритма.

Для проверки соответствия модели (19) системе предпочтений ЛПР можно сформировать равнозначные по $\varphi(u)$ пары векторов критериев и предложить ЛПР их сравнить. Если ЛПР подтвердит эквивалентность этих векторов, то модель (19) можно считать адекватной [1, 2, 4, 9].

Рассмотренный метод оценивания альтернатив пригоден для широкого круга приложений. Особую перспективу он может иметь в задачах многокритериального оценивания научно-технических проектов [10 – 17].

Задача определения приоритетности проектов. Проиллюстрируем работу алгоритма шкалирования критериев на гипотетическом примере определения приоритетности научно-технических проектов $P1, P2, P3, P4, P5$.

1. Зададим критерии оценивания проектов:

$u_1 \in [3, 7]$ – бюджетная эффективность (безразмерная величина),

$$БЭ = ОБД / ОБР,$$

где $ОБД$ – объем бюджетных доходов от реализации проекта,
$ОБР$ – объем бюджетных расходов на проект;

$u_2 \in [15, 30]$ – себестоимость (млн. грн.);

$u_3 \in \{мал, пр, зн, выс\}$ – степень реализуемости ($мал$ – малая, $пр$ – приемлемая, $зн$ – значительная, $выс$ – высокая).

Проверим выполнение условий независимости по предпочтению для выбранных критериев. С этой целью попросим ЛПР сформировать пару эквивалентных векторов $u' = (u_1', u_2^*, u_3')$ и $u'' = (u_1'', u_2^*, u_3'')$, отличающихся значениями только первого и третьего критериев.

Предположим, ЛПР считает, что

$$u' = (6{,}3; 15; выс) \sim u'' = (7{,}0; 15; зн).$$

Заменим в u' и u'' значение $u_2^* = 15$ на $u_2^* = 30$. Если после замены отношение предпочтительности между векторами u' и u'' не меняется и ЛПР по-прежнему считает, что $u' \sim u''$, то можно утверждать, что пара критериев (u_1, u_3) не зависит по предпочтению от своего дополнения $u_2 = u(\overline{1}, \overline{3})$.

Аналогично, если пара (u_2, u_3) не зависит по предпочтению от $u_1 = u(\overline{2}, \overline{3})$, то условие независимости по предпочтению выполняется. Следовательно, представление интегрального критерия в виде (19) правомерно.

2. Выделим наихудшие и наилучшие значения критериев u_i, $i = \overline{1, 3}$.

В интересах ЛПР минимизировать себестоимость проекта, максимизировать бюджетную эффективность и степень реализуемости. Поэтому:

$$\begin{aligned} &\omega_1(u_1^0) = \omega_1(3{,}0) = 0, \quad \omega_1(u_1^1) = \omega_1(7{,}0) = 1; \\ &\omega_2(u_2^0) = \omega_2(30) = 0, \quad \omega_2(u_2^1) = \omega_2(15) = 1; \\ &\omega_3(u_3^0) = \omega_3(мал) = 0, \quad \omega_3(u_3^1) = \omega_3(выс) = 1. \end{aligned} \tag{20}$$

3. Построим ЛФЦ для критерия «себестоимость» с помощью процедуры определения СПТ и ЛФЦ. Для этого попросим ЛПР указать такие значения u_1' и $u_2^{0,5}$, при которых эквивалентными будут векторы

$$\begin{aligned} &(u_1'; u_2^{0,5}; мал) \sim (7{,}0; 30; мал), \\ &(u_1'; 15; мал) \sim (7{,}0; u_2^{0,5}; мал), \end{aligned} \tag{21}$$

где $7{,}0$ – значение $u_1'' = u_1^1$; 30 – значение $u_2' = u_2^0$; 15 – значение $u_2'' = u_2^1$; u_1' – значение критерия u_1, обеспечивающее выполнение условия (12); $u_2^{0,5}$ – среднее по предпочтительности на интервале $[15,30]$.

Отношения (21) ЛПР счел справедливыми при $u_1' = 6{,}4$ и $u_2^{0,5} = 22$. Поэтому имеем

$$\omega_2(u_2^{0,5}) = \omega_2(22) = 0{,}5.$$

Построим векторы

$$\begin{aligned}(u_1'; u_2^{0,25}; мал) &\sim (7{,}0; 30; мал),\\ (u_1'; 22; мал) &\sim (7{,}0; u_2^{0,25}; мал).\end{aligned} \qquad (22)$$

Отношения (22) на интервале $[22,30]$ ЛПР счел справедливыми при $u_1' = 6{,}8$ и $u_2^{0,25} = 27$. Поэтому

$$\omega_2(u_2^{0,25}) = \omega_2(27) = 0{,}25.$$

Далее построим

$$\begin{aligned}(u_1'; u_2^{0,75}; мал) &\sim (7{,}0; 22; мал),\\ (u_1'; 15; мал) &\sim (7{,}0; u_2^{0,75}; мал).\end{aligned}$$

При $u_1' = 6{,}8$ и $u_2^{0,75} = 18$ на интервале $[15,22]$ имеем

$$\omega_2(u_2^{0,75}) = \omega_2(18) = 0{,}75.$$

По найденным точкам построим график ЛФЦ для критерия «себестоимость» (рис. 2):

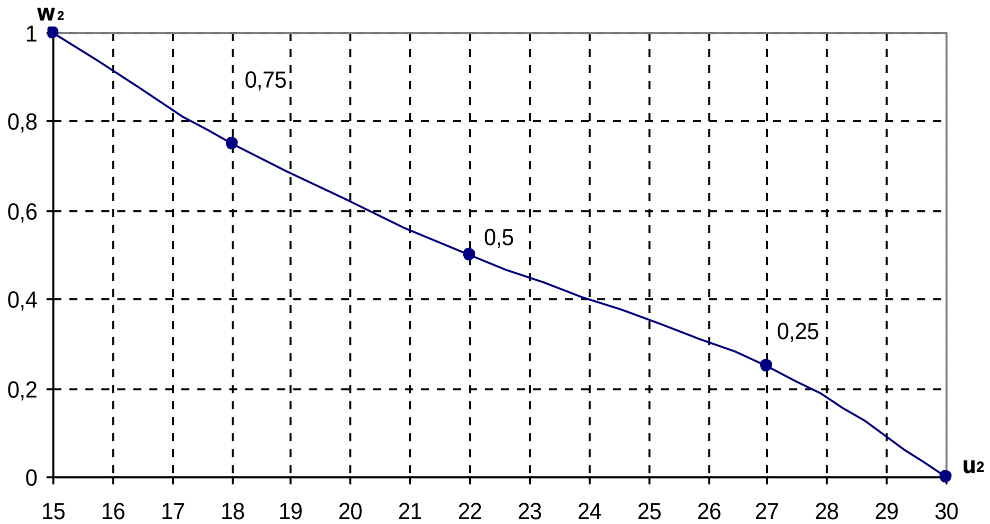

Рис. 2

Аналогично построим график ЛФЦ для критерия «бюджетная эффективность» (рис. 3):

$$(u_1^{0,5}; 27; \textit{мал}) \sim (3{,}0; 15; \textit{мал});$$
$$(7{,}0; 27; \textit{мал}) \sim (u_1^{0,5}; 15; \textit{мал});$$
$$u_1^{0,5} = 5{,}8; \quad \omega_1(u_1^{0,5}) = \omega_1(5{,}8) = 0{,}5;$$
$$(u_1^{0,25}; 20; \textit{мал}) \sim (3{,}0; 15; \textit{мал});$$
$$(5{,}8; 20; \textit{мал}) \sim (u_1^{0,25}; 15; \textit{мал});$$
$$u_1^{0,25} = 4{,}6; \quad \omega_1(u_1^{0,25}) = \omega_1(4{,}6) = 0{,}25;$$
$$(u_1^{0,75}; 20; \textit{мал}) \sim (5{,}8; 15; \textit{мал});$$
$$(7{,}0; 20; \textit{мал}) \sim (u_1^{0,75}; 15; \textit{мал});$$
$$u_1^{0,75} = 6{,}6; \quad \omega_1(u_1^{0,75}) = \omega_1(6{,}6) = 0{,}75.$$

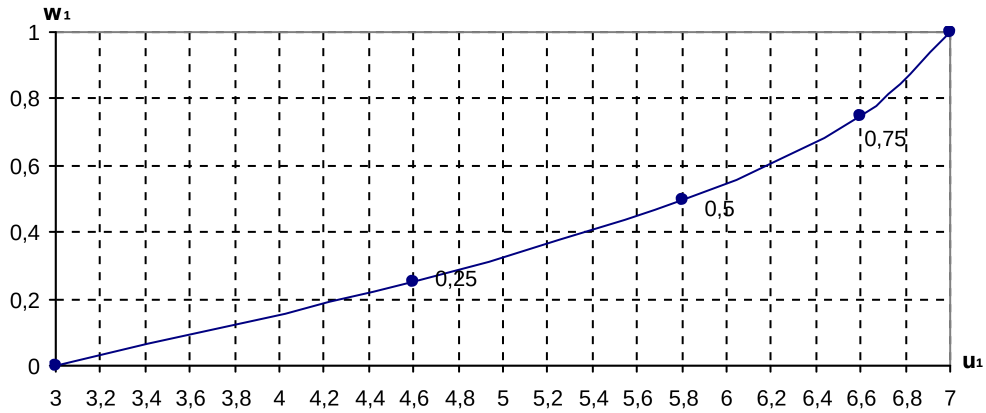

Рис. 3

4. Построим векторное уравнение относительно произвольного, но не наихудшего значения $u_1^* = 5{,}4$ количественного критерия u_1. Для этого рассмотрим вектор $u^1(5{,}4; 30; \textit{мал})$ и попросим ЛПР указать значение $\tilde{u}_2^*$ критерия u_2 такое, при котором векторы $\tilde{u}^2(3{,}0; \tilde{u}_2^*; \textit{мал})$ и u^1 будут эквивалентны. Отношение эквивалентности для этих векторов имеет место, по мнению ЛПР, при $\tilde{u}_2^* = 20$. Следовательно

$$\tilde{u}^2(3{,}0; 20; \textit{мал}) \sim u^1(5{,}4; 30; \textit{мал}).$$

5. Построим векторные уравнения относительно не наихудших значений $\textit{пр}$, $\textit{зн}$, $\textit{выс}$ качественного критерия u_3. Для этого рассмотрим векторы $u^3(3{,}0; 30; \textit{пр})$, $u^4(3{,}0; 30; \textit{зн})$, $u^5(3{,}0; 30; \textit{выс})$ и попросим ЛПР указать значения $\tilde{u}_1^s$, $s = \overline{1,3}$, критерия u_1 такие, при которых векторы $\tilde{u}^{2+s}(\tilde{u}_1^s; 30; \textit{мал})$, $s = \overline{1,3}$, и, соответственно, векторы u^3, u^4, u^5 попарно эквивалентны. Отношения эквивалентности для этих векторов имеют место, по мнению ЛПР, при $\tilde{u}_1^1 = 4{,}4$, $\tilde{u}_1^2 = 5{,}6$, $\tilde{u}_1^3 = 6{,}7$. Следовательно

$$\tilde{u}^3(4{,}4; 30; \textit{мал}) \sim u^3(3{,}0; 30; \textit{пр}),$$
$$\tilde{u}^4(5{,}6; 30; \textit{мал}) \sim u^4(3{,}0; 30; \textit{зн}),$$
$$\tilde{u}^5(6{,}7; 30; \textit{мал}) \sim u^5(3{,}0; 30; \textit{выс}).$$

6. Рассмотрим систему, включающую уравнение (2) и аналитические аналоги векторных уравнений, построенных на шагах 4 – 5:

$$\begin{cases} k_1\omega_1(3{,}0)+k_2\omega_2(20)+k_3\omega_3(\text{мал})=k_1\omega_1(5{,}4)+k_2\omega_2(30)+k_3\omega_3(\text{мал}),\\ k_1\omega_1(4{,}4)+k_2\omega_2(30)+k_3\omega_3(\text{мал})=k_1\omega_1(3{,}0)+k_2\omega_2(30)+k_3\omega_3(\text{пр}),\\ k_1\omega_1(5{,}6)+k_2\omega_2(30)+k_3\omega_3(\text{мал})=k_1\omega_1(3{,}0)+k_2\omega_2(30)+k_3\omega_3(\text{зн}),\\ k_1\omega_1(6{,}7)+k_2\omega_2(30)+k_3\omega_3(\text{мал})=k_1\omega_1(3{,}0)+k_2\omega_2(30)+k_3\omega_3(\text{выс}),\\ k_1+k_2+k_3=1. \end{cases} \quad (23)$$

Используя (20) и графики ЛФЦ для u_1 и u_2, запишем (23) в виде

$$\begin{cases} 0{,}61k_2=0{,}41k_1,\\ 0{,}22k_1=k_3\omega_3(\text{пр}),\\ 0{,}45k_1=k_3\omega_3(\text{зн}),\\ 0{,}80k_1=k_3,\\ k_1+k_2+k_3=1. \end{cases} \quad (24)$$

Из (24) найдем $k_1=0{,}41$, $k_2=0{,}27$, $k_3=0{,}32$, $\omega_3(\text{пр})=0{,}28$, $\omega_3(\text{зн})=0{,}56$. Следовательно

$$\omega_3(u_3)=\begin{cases} 0 \text{ при } u_3=\text{мал},\\ 0{,}28 \text{ при } u_3=\text{пр},\\ 0{,}56 \text{ при } u_3=\text{зн},\\ 1 \text{ при } u_3=\text{выс}. \end{cases}$$

Построим график ЛФЦ для критерия «степень реализуемости» (рис. 4).

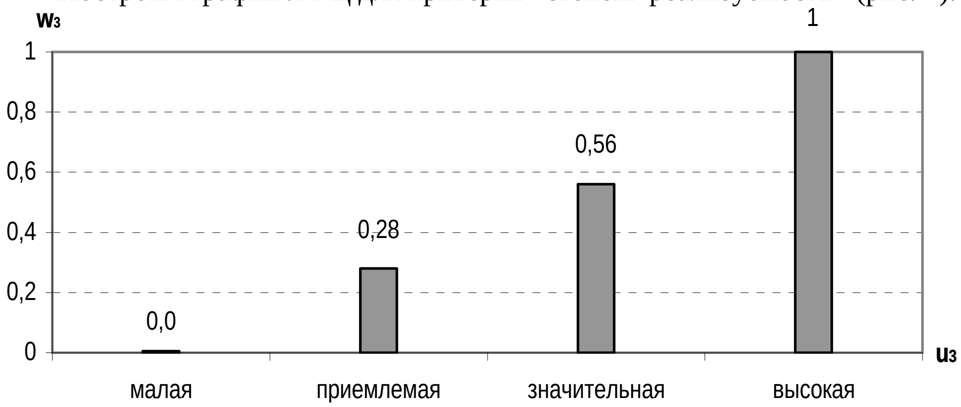

Рис. 4

7. Построим интегральный критерий:

$$\varphi(u)=0{,}41\cdot\omega_1(u_1)+0{,}27\cdot\omega_2(u_2)+0{,}32\cdot\omega_3(u_3), \quad (25)$$

где ω_1, ω_2, ω_3 определяются из графиков ЛФЦ для u_1, u_2, u_3.

8. Опишем проекты с помощь критериев, ставя им в соответствие векторные оценки (табл. 1).

Таблица 1

Шифр проекта	Векторная оценка		
	Бюджетная эффективность	Себестоимость (млн. грн.)	Степень реализуемости
$P1$	3,8	20	значительная
$P2$	4,8	15	приемлемая
$P3$	6,7	25	значительная
$P4$	5,2	30	высокая
$P5$	5,8	22	приемлемая

Используя таблицу 1 и графики ЛФЦ, определим значения приоритетности проектов (табл. 2) с помощью интегрального критерия (25).

Таблица 2

Шифр проекта	Локальные оценки			Интегральная оценка φ	Приоритетность
	$k_1\omega_1$	$k_2\omega_2$	$k_3\omega_3$		
$P1$	0,0451	0,1647	0,1792	0,3890	5
$P2$	0,1189	0,2700	0,0896	0,4785	2
$P3$	0,3280	0,0945	0,1792	0,6017	1
$P4$	0,1476	0,0000	0,3200	0,4676	3
$P5$	0,2050	0,1350	0,0896	0,4296	4

На основании данных последнего столбца таблицы ранжируем проекты в порядке их приоритетности: $P3 \succ P2 \succ P4 \succ P5 \succ P1$.

Таким образом, в рамках построенной критериально-целевой модели наилучшим является проект $P3$.

Основные результаты и выводы.

1. Усовершенствованы алгоритмы шкалирования и процедуры определения средних по предпочтительности точек на заданных интервалах изменения критериев.

2. Разработана процедура экстраполяции устойчивых предпочтений, облегчающая поиск точек безразличия при построении отношений эквивалентности.

3. Разработаны процедуры построения локальных функций ценности для количественных и качественных критериев.

4. Предложен метод построения интегрального критерия, позволяющий ранжировать альтернативы в пространстве количественных и качественных критериев с разрешающей силой, равной единице. Метод может быть использован при проведении конкурсов проектов и формировании программ научных исследований и разработок в ракетно-космической отрасли.

1. *Николаев В. И., Брук В. М.* Системотехника: методы и приложения. Л.: Машиностроение, 1985. 199 с.
2. *Кини Р. Л., Райфа Х.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. 560 с.
3. *Петровский А. Б.* Теория принятия решений. М.: Издательский центр «Академия», 2009. 400 с.
4. *Ларичев О. И.* Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. М. : Логос, 2006. 392 с.
5. *Лотов А. В., Поспелова И. И.* Многокритериальные задачи принятия решений: учебное пособие. М.: МАКС Пресс, 2008. 197 с.

6. *Тоценко В. Г.* Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. К.: Наукова думка, 2002. 381 с.
7. *Трошин Д. В.* Скаляризация векторных предпочтений : преодоление примитивизации. Эффективное антикризисное управление. 2013. № 3 (78). С. 88–94. https://doi.org/10.17747/2078-8886-2013-3-88-94
8. *Von Winterfeldt D.* An overview, integration and evaluation of utility theory for decision analysis. Soc. Science Research Institute, Report 75-9. University of Southern California, Aug., 1975. 87 p.
9. *Ларичев О. И., Мошкович Е. М.* Качественные методы принятия решений. Вербальный анализ решений. М.: Наука. Физматлит, 1996. 208 с.
10. *Пилипенко О. В., Переверзев Е. С., Алпатов А. П., Марченко В. Т., Хорольський П. П., Печеневская О. К.* Эффективность научно-технических проектов и программ. Днепропетровск: Пороги, 2008. 509 с.
11. *Петровський А. Б., Ройзензон Г. В., Тихонов І. П., Балишев А. В.* Багатокритерійний підхід до оцінки результативності наукових проектів. Вісник НТУ "ХПІ". Тематичний випуск: Інформатика і моделювання. Харків: НТУ "ХПІ". 2009. № 43. С. 138–148.
12. *Petrovsky A., Boychenko V., Zaboleeva-Zotova A., Shitova T.* Multi-Criteria Methods of Competitive Selection of Projects in the Science Foundation. International Journal «Information Technologies & Knowledge». 2015. V. 9, No 1. Pp. 59–71.
13. Voronin A. Multi-criteria evaluation of Space Activity Projects. International Journal «Information Technologies & Knowledge». 2014.V. 8, No 1. Pp. 14–21.
14. *Лисецкий Ю. М., Снитюк В. Е.* Формирование интегрального критерия эффективности в задачах выбора оптимального проектного варианта. Математичні машини і системи. 2015. № 1. С. 157–163.
15. *Руденко С. В., Гловацкая С. Н.* Модель формирования портфеля проектов международной деятельности вуза. Вісник НТУ «ХПІ». 2016. № 2 (1174). С. 36–40. https://doi.org/10.20998/2413-3000.2016.1174.8
16. *Бескоровайный В. В., Москаленко А. С., Подоляка К. Е.* Многофакторное оценивание вариантов реинжиниринга крупномасштабных объектов на основе компараторной идентификации. Электротехнические и компьютерные системы. 2016. № 23 (99). С. 192–200. https://doi.org/10.15276/eltecs.23.99.2016.30
17. *Безрук В. М., Чеботарева Д. В., Скорик Ю. В.* Многокритериальный анализ и выбор средств телекоммуникаций. Харьков: Компания СМИТ, 2017. 268 с.

Получено 11.01.2020,
в окончательном варианте 17.02.2020