УДК 629.7

В. Ф. УШКАЛОВ, Т. Ф. МОКРИЙ, И. Ю. МАЛЫШЕВА

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ЭКИПАЖА И ПУТИ С УЧЕТОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНТАКТНЫХ СИЛ ПО ПЯТНАМ КОНТАКТА

Цель работы заключалась в разработке математической модели взаимодействия железнодорожного экипажа и пути с учетом распределения контактных сил пары «колесо–рельс» по пятнам контакта. Применялись методы математического и компьютерного моделирования, теории колебаний.

В статье представлена пространственная математическая модель взаимодействия железнодорожного экипажа и пути. Предложен приближенный способ решения задачи взаимодействия колеса и рельса с определением положения и размеров неэллиптических контактных пятен, в том числе при конформном контакте, и распределения по ним нормальных и касательных сил взаимодействия.

Выполнен сравнительный анализ результатов контактного взаимодействия пары «колесо–рельс», полученных с использованием разработанной модели при расчетах вписывания груженого грузового вагона, оборудованного колесами с разным профилем ободьев, в круговую кривую радиуса 300 м.

Сделан вывод о том, что предложенный в данной работе способ решения пространственной задачи взаимодействия пары «колесо–рельс» дает возможность определять параметры пятен контакта различной конфигурации и распределение по ним контактных сил, что позволяет использовать его при расчетах динамических качеств и износа колес железнодорожных экипажей, оборудованных колесами, имеющими как конформный, так и неконформный контакт с рельсами.

Мета роботи полягала в розробці математичної моделі взаємодії залізничного екіпажа і колії з урахуванням розподілу контактних сил пари «колесо–рейка» по плямах контакту. Застосовувалися методи математичного і комп'ютерного моделювання, теорії коливань.

В статті представлено просторову математичну модель взаємодії залізничного екіпажа і колії. Запропоновано наближений спосіб рішення задачі взаємодії колеса та рейки з визначенням положення і розмірів нееліптичних контактних плям, у тому числі при конформному контакті, та розподілу по них нормальних і дотичних сил взаємодії.

Виконано порівняльний аналіз результатів контактної взаємодії пари «колесо–рейка», отриманих з використанням розробленої моделі при розрахунках вписування навантаженого вантажного вагона, обладнаного колесами з різним профілем ободів, в кругову криву радіусу 300 м.

Зроблено висновок про те, що запропонований у даній роботі спосіб вирішення просторової задачі взаємодії пари «колесо–рейка» дає можливість визначати параметри плям контакту різної конфігурації та розподілення по них контактних сил, що дозволяє його використання при розрахунках динамічних якостей і зносу коліс залізничних екіпажів, обладнаних колесами, які мають як конформний, так і не конформний контакт із рейками.

The work objective was to develop a mathematical model of interactions between the railway vehicle and the track considering the distribution of contact forces of the wheel-rail pair throughout contact spots. The methods of mathematical modelling and the computer simulation, the theory of vibrations were used. The paper presents a 3D mathematical model of interactions between the railway vehicle and the track. An approximated technique to solve the problem of interactions between the wheel and the rail was proposed determining the location and dimensions of non-elliptic contact spots, including conform contact, and the distribution of normal and tangent interaction forces throughout those spots.

A comparative analysis of the results of contact interactions of the wheel-rail pair was conducted using the model developed for calculating circular 300m-radius curve negotiating for the freight car equipped with the wheels having a different profile of rims.

We came to the conclusion that the technique proposed for solving the 3D problem of interactions of the wheel-rail pair offers the possibility of determining the parameters of different-configuration contact spots and distributing contact forces by those spots. Thus, this technique can be used for calculations of the dynamic performance and wear of the wheels of railway vehicles equipped with the wheels having both conform and non-conform contacts with rails.

Ключевые слова: *математическая модель, контакт колеса и рельса, распределенные силы взаимодействия по контактным пятнам.*

Процессы взаимодействия колес и рельсов относятся к числу важнейших факторов, определяющих величину допускаемой скорости и безопасность движения поездов. Теоретическим исследованиям этих процессов во многих странах мира уделяется особое внимание.

При расчетах динамических показателей и износа колес железнодорожных экипажей для вычисления параметров контакта пары «колесо–рельс» обычно используются два подхода: контактное пятно сводится в точку и рассчитываются приложенные в ней равнодействующие нормальных и касательных сил, либо определяются форма, размеры пятна и распределенные по нему действующие силы.

Точечное представление взаимодействия колес и рельсов применяется в случаях, когда размеры контактных пятен пары «колесо–рельс» сравнительно малы, что характерно в основном для случаев неизношенных поверхностей рассматриваемых тел, не обладающих свойством конформного контакта. На основании теоретических исследований с использованием такого подхода в Институте технической механики Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины (ИТМ НАНУ и ГКАУ) была разработана комплексная модернизация тележек грузовых вагонов, в том числе был предложен новый износостойкий профиль колес ИТМ-73. Внедрение указанной модернизации тележек в подвижном составе Украины позволило в разы снизить износ и увеличить ресурс ряда проблемных узлов ходовых частей, в том числе более чем в два раза снизить гребневой износ колес [1].

В процессе износа контактных поверхностей пары «колесо–рельс» размеры пятен контакта растут. Из способов решения задачи взаимодействия с учетом размеров пятна контакта наиболее распространенным в настоящее время является метод Калкера. При исследованиях динамики железнодорожных экипажей получил широкое применение его известный алгоритм решения касательной контактной задачи FASTSIM [2]. Автор, полагая, что пятно контакта имеет эллиптическую форму, предложил разделить его на полосы равной ширины, параллельные направлению качения, которые в свою очередь делятся на равное количество элементов. Распределение нормального давления p_n по пятну задается уравнением параболоида

$$p_n(x,y)=\frac{2N}{\pi ab}\left(1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}\right), \tag{1}$$

где N – полное нормальное давление; a, b – полуоси контактного эллипса, определяемые по теории Герца [3].

Интегрирование системы уравнений для нахождения касательных сил взаимодействия начинается на набегающем крае, и для каждого элемента проверяется выполнение закона Кулона. В случае его невыполнения значения сил корректируются. Искомые касательные силы равны суммам касательных усилий, найденных для каждого элемента пятна контакта.

Однако если колесо и рельс достаточно изношены или контакт происходит по гребню колеса, форма контактного пятна далека от эллиптической. Следует также учитывать, что в последние годы наиболее перспективным с точки зрения оптимизации процессов взаимодействия считается конформный контакт колес и рельсов на большой площади. При этом контактное пятно чаще всего также имеет неэллиптическую форму. Понятие «конформность» начал использовать Национальный исследовательский совет Канады [4] для обозначения общего состояния, при котором профили колеса и рельса в зоне контакта имеют подобные очертания. Контакт считается плотно конформным, если зазор между недеформированными колесом и рельсом не превышает 0,1 мм. В нагруженном состоянии из-за упругой деформации контактной пары зазор практически исчезает, что приводит к увеличению площади контакта.

В работе [5] приведена математическая модель взаимодействия колеса и рельса с неэллиптическим пятном контакта. Рассмотрен случай установившегося качения тел, упругие свойства материалов которых одинаковы. Колесо и рельс представлены упругими полубесконечными телами, находящимися под давлением, распределенным по площадке контакта. Рельс принят безмассовым элементом, являющимся цилиндрической поверхностью, и влияние его колебаний не учитывается. Для определения контактного пятна и распределения нормальных напряжений в найденной геометрически точке соприкосновения тела внедряются одно в другое на некоторую заранее неизвестную величину δ, которая находится путем решения довольно сложной системы уравнений методом итераций.

В данной статье представлена пространственная математическая модель взаимодействия железнодорожного экипажа и пути, в которой учитываются размеры пятен контакта и распределение по ним нормальных и касательных сил, и предложен менее трудоемкий способ решения контактной задачи, дающий, тем не менее, вполне приемлемые результаты.

Пространственная задача контакта решается в предположении о безотрывном движении колеса по рельсу. Входными параметрами являются углы боковой качки θ_{WS} и виляния ψ_{WS} колесной пары, взаимное поперечное смещение Δy колеса и рельса, ширина колеи *2d*, подуклонка рельса на угол θ_R. Профили поверхностей катания колеса и головки рельса задаются функциями $f_W(y)$ и $f_R(y)$ соответственно. Начало системы координат *O*, общей для рассматриваемой пары тел «колесо–рельс», расположено на профиле колеса в точке, через которую проходит его круг катания.

Решение задачи выполняется в два этапа. На первом этапе рассматривается случай, когда тела соприкасаются без передачи нормальной нагрузки, т. е. при известных перемещениях данных тел определяются точки их контакта. Производится перебор с заданным шагом *S* поперечных сечений колеса, параллельных оси колесной пары. На рис. 1 показано сечение колеса, где ξ – расстояние рассматриваемого сечения от вертикальной плоскости симметрии колеса, h_ξ – высота точки *A* на круге катания колеса в рассматриваемом сечении над уровнем точки начала координат *O*.

Для каждого ξ вычисляется функция $D(y,\xi) = f_R(y,\xi) - f_W(y,\xi)$, представляющая собой зависимость изменения расстояния в вертикальном направлении между профилями поверхностей катания колеса и рельса. Значения y и ξ, при которых достигается $\min D(y,\xi)$, определяют координаты точки контакта. При наличии двух и более минимальных значений проверяется расположение точек контакта: если расстояние между ними хотя бы в одном (поперечном или продольном) направлении превышает заданный возможный размер контактного пятна, то найдена точка другого пятна контакта. Фаза взаимодействия определяется количеством найденных контактных точек и положением их на поверхности колеса (гребне, галтели или поверхности катания).

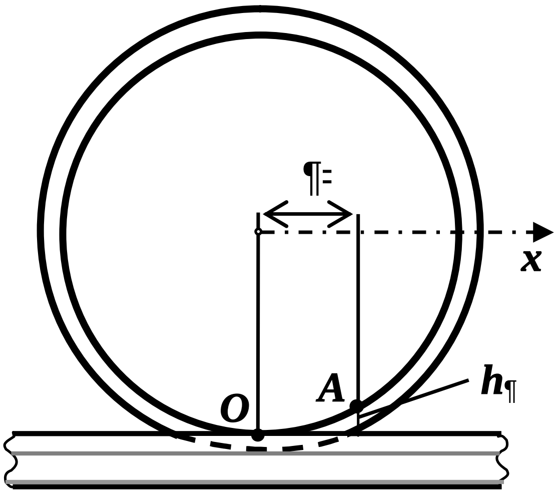


Рис. 1

На втором этапе решения задачи при определении размеров пятна контакта учитываются деформации колеса и рельса в контактной зоне. Для этого в точке контакта, найденной на первом этапе при решении геометрической задачи взаимодействия, колесо внедряется в рельс вдоль нормали к поверхностям на некоторую величину λ, соответствующую возможной деформации пары тел при данных условиях нагружения. Величина λ определяется следующим образом. Задается значение нагрузки от колеса на рельс в рассматриваемом режиме движения вагона и при известных взаимных положениях пары тел θ_{WS}, ψ_{WS} и Δy методом конечных элементов решается статическая контактная задача, в результате чего определяются деформации тел. Затем производится перебор поперечных сечений колеса, внедрение λ_ξ (рис. 2) в которых считается обратно пропорциональным высоте h_ξ, на которую поднят профиль колеса в рассматриваемом сечении относительно профиля центрального сечения (см. рис. 1).

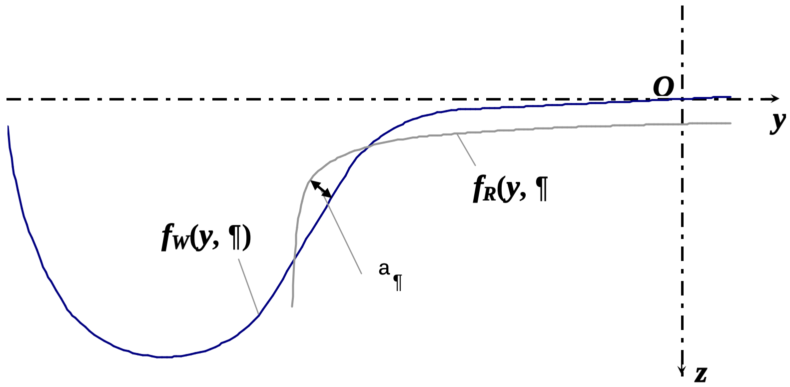


Рис. 2

Для каждого сечения производится вычисление функции $F(y,\xi) = f_R(y,\xi) - f_W(y,\xi)$ и область значений y, при которых данная функция отрицательная, определяет поперечный размер контактного пятна в данном сечении. Полностью контактное пятно оказывается представленным поперечными полосами шириной, равной шагу *S* перебора сечений колеса, а его продольный размер равен сумме наименьшего (ξ_{min}) и наибольшего (ξ_{max}) значений ξ, в которых найдены точки контакта (рис. 3). Следует отметить, что плавность линии, очерчивающей пятно, зависит от величины шага *S* – чем он мельче, тем более гладкой получается граница.

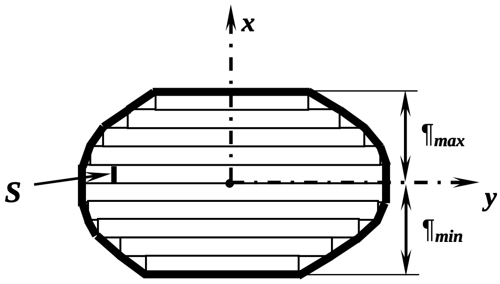


Рис. 3

Далее выполняется распределение сил взаимодействия по поверхности контактного пятна. Для этого пятно делится на малые конечные элементы, в каждом из которых контакт принимается одноточечным и вычисляются элементарные силы. В поперечном направлении деление пятна контакта на элементы осуществляется с заданным шагом, например, 0,5 мм, в продольном – с шагом *S* перебора сечений. Касательные элементарные силы считаются силами крипа. Для их вычисления используется модель, приведенная в работе [6]:

$$T_k = -F_k \varepsilon_k \left[\left(\frac{F_k \varepsilon_k}{\mu N_k} \right)^m + 1 \right]^{-\frac{1}{m}},$$

$$F_k = 350 m \sqrt{N_k r_k}, \tag{2}$$

$$m = 3{,}5,$$

где T_k и ε_k – элементарная сила крипа и показатель крипа в *k*-ом элементе контактного пятна; N_k – нормальная сила, действующая в центре *k*-го элемента; μ – коэффициент трения; r_k – мгновенный радиус колеса в центре *k*-го элемента.

Показатель крипа ε_k определяется с учетом двух углов: наклона касательной в центре рассматриваемого элемента пятна на колесе к горизонту α_k и набегания колесной пары на рельс ψ_{WS}, то есть

$$\varepsilon_k = (\varepsilon_{\psi k}^2 + \varepsilon_{\alpha k}^2)^{1/2} = \left[(\varepsilon_{xk} \sec \psi_{WS})^2 + (\varepsilon_{yk} \sec \alpha_k)^2 \right]^{1/2}, \tag{3}$$

где ε_{xk}, ε_{yk} – показатели крипа в продольном и поперечном направлениях в *k*-ом элементе.

Составляющие элементарных сил крипа определяются следующим образом

$$T_{\psi k} = \frac{\varepsilon_{\psi k}}{\varepsilon_k} T_k , \qquad T_{\alpha k} = \frac{\varepsilon_{\alpha k}}{\varepsilon_k} T_k . \tag{4}$$

Полная продольная и поперечная составляющие распределенной силы крипа равны сумме соответствующих элементарных сил

$$T_x = \sum_{k=1}^{n} T_{\psi k} \cos \psi_{WS} , \qquad T_y = \sum_{k=1}^{n} T_{\alpha k} \sin \alpha_k , \tag{5}$$

где n – общее число элементов разбиения пятна контакта.

Соответствующие нормальные давления N_k равны

$$N_k = S_k^z \sec \alpha_k , \tag{6}$$

где S_k^z – элементарная вертикальная сила взаимодействия, которая вычисляется путем распределения полной вертикальной силы взаимодействия S^z между элементами пятна контакта пропорционально значениям функции $F(y,\xi)$, определяющей внедрение колеса в рельс в каждом элементе.

Полная вертикальная сила взаимодействия вычисляется как реакция пути

$$S^z = m_{Rz} \ddot{z}_R + K_{Rz} (\chi \dot{z}_R + z_R), \tag{7}$$

где m_{Rz} – масса пути, приведенная к одному колесу в вертикальном направлении; K_{Rz} – соответствующая жесткость пути; χ – коэффициент, характеризующий рассеяние энергии в пути; z_R – прогиб рельса под колесом.

В фазе двухточечного контакта, когда имеют место два пятна, сила S^z на первом этапе геометрической контактной задачи распределяется между пятнами. Для этого решается система алгебраических уравнений

$$\begin{cases} S^{z1} + S^{z2} = S^z \\ S^{z1} \mathrm{tg}\alpha^1 + S^{z2} \mathrm{tg}\alpha^2 = S^z \Delta z' , \end{cases} \tag{8}$$

где S^{z1}, S^{z2} – составляющие силы S^z, приходящиеся на первое и второе пятна контакта; $\Delta z'$ – производная вертикального смещения колеса относительно рельса Δz по взаимному смещению в горизонтальном поперечном направлении Δy ; α^1, α^2 – углы между поперечной осью и касательными к профилю поверхности колеса в точках контакта, найденные на первом этапе решения геометрической задачи взаимодействия.

Из системы уравнений (8) получаем

$$S^{z1} = S^z \frac{\left(\Delta z' - \mathrm{tg}\alpha^2 \right)}{\left(\mathrm{tg}\alpha^1 - \mathrm{tg}\alpha^2 \right)}, \qquad S^{z2} = S^z \frac{\left(\Delta z' - \mathrm{tg}\alpha^2 \right)}{\left(\mathrm{tg}\alpha^2 - \mathrm{tg}\alpha^1 \right)}. \tag{9}$$

Затем полученные составляющие S^{z1}, S^{z2} распределяются по элементам соответствующих контактных пятен.

В целях увеличения скорости расчетов пространственных колебаний системы «экипаж–путь» вначале для конкретных профилей колеса и рельса однократно рассчитывается база данных, содержащая значения геометрических параметров, необходимые для решения задачи силового контактного взаимодействия колесной пары с рельсами. Для каждого набора значений θ_{WS}, ψ_{WS} и Δy из рассматриваемых диапазонов, ограниченных возможными взаимными положениями колеса и рельса, осуществляется решение пространственной геометрической задачи взаимодействия. В базу данных заносятся следующие параметры: вертикальное смещение колеса относительно рельса Δz; продольный и поперечный размеры контактного пятна (или двух пятен в случае двухточечного контакта); количество элементов его разбиения. Для каждого элемента пятна записываются: индекс места его расположения (1 – коническая часть поверхности катания, 2 – галтель, 3 – гребень); координаты его центра на поверхностях колеса y_W, x_W и рельса y_R, x_R; приращение Δr радиуса колеса в центре элемента относительно радиуса круга его катания r_0; тангенс угла наклона к горизонту tg касательной к поверхности катания колеса в центре элемента; множитель *Coe*, определяющий долю вертикального давления, передающегося от колеса на рельс в данном элементе.

Следует отметить, что объем памяти компьютера, требуемый для сохранения полученной базы данных, а также точность решения задачи взаимодействия рельсового экипажа и пути с использованием этой базы определяются диапазонами и шагами изменения входных параметров.

С использованием представленной математической модели взаимодействия пары «колесо–рельс» в ИТМ НАНУ и ГКАУ выполнены исследования по дальнейшему совершенствованию комплексной модернизации тележек грузовых вагонов, в частности по созданию нового износостойкого профиля колес с учетом формы износа головок наружных рельсов Р65 в кривых малого и среднего радиусов.

Разработка профиля поверхности катания колеса производилась при одновременном анализе двух функций цели: динамических качеств грузового вагона и гребневого износа его колес. В результате из семейства построенных профилей был выбран профиль колеса ИТМ-73-01, при задании которого в расчетах достигались минимальные значения данных функций.

Далее приведены некоторые результаты решения пространственной задачи контакта колеса и рельса. Расчеты выполнялись применительно к груженому грузовому вагону с комплексно модернизированными тележками. Рассматривались три варианта профилей неизношенных колес: стандартный (по ГОСТ 9036-88), ИТМ-73 и ИТМ-73-01. На рис. 4 приведены формы, размеры и расположение пятен контакта на набегающих колесах с перечисленными профилями ободьев, полученные при расчетах вписывания вагона в круговую кривую радиуса 300 м с малоизношенными [7] рельсами Р65. Продольные размеры пятен отложены по оси ординат, поэтому указаны две оси – *z* и *x*.

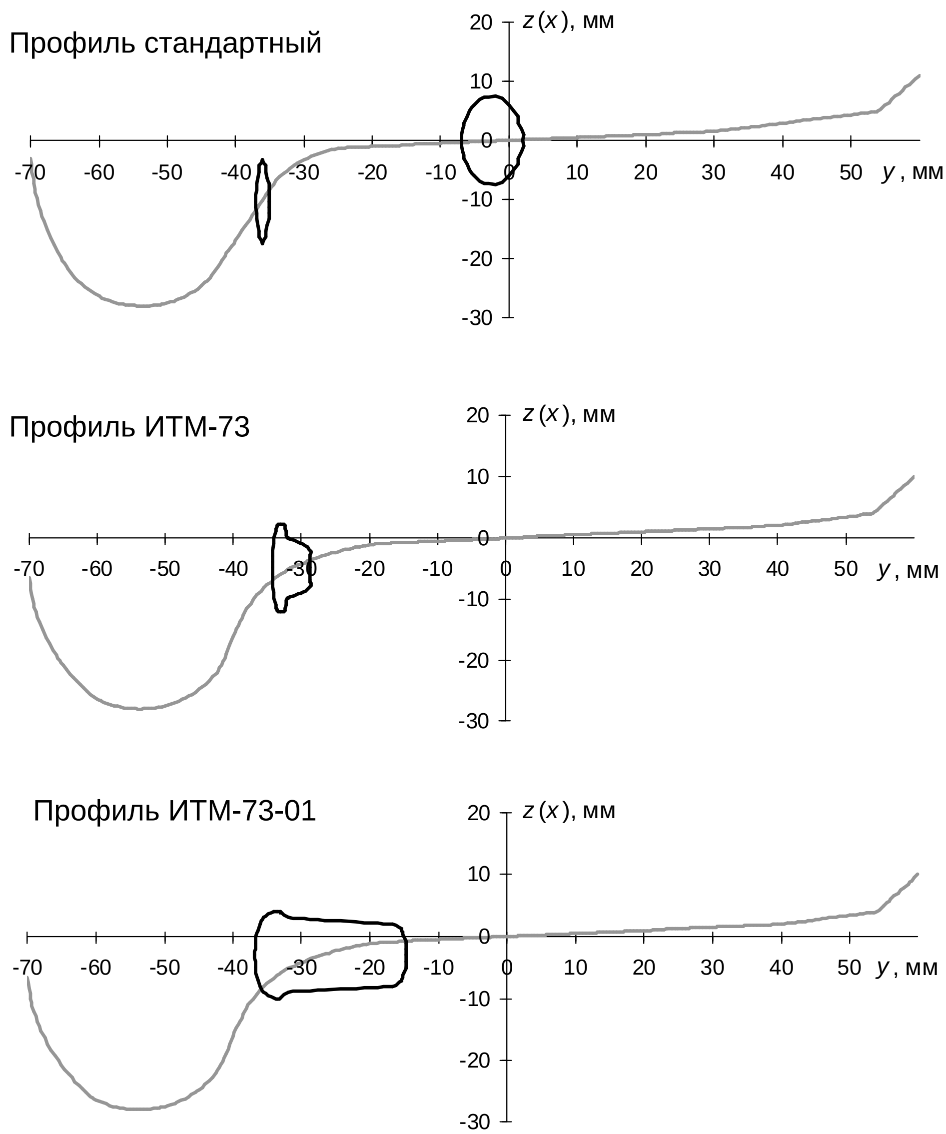
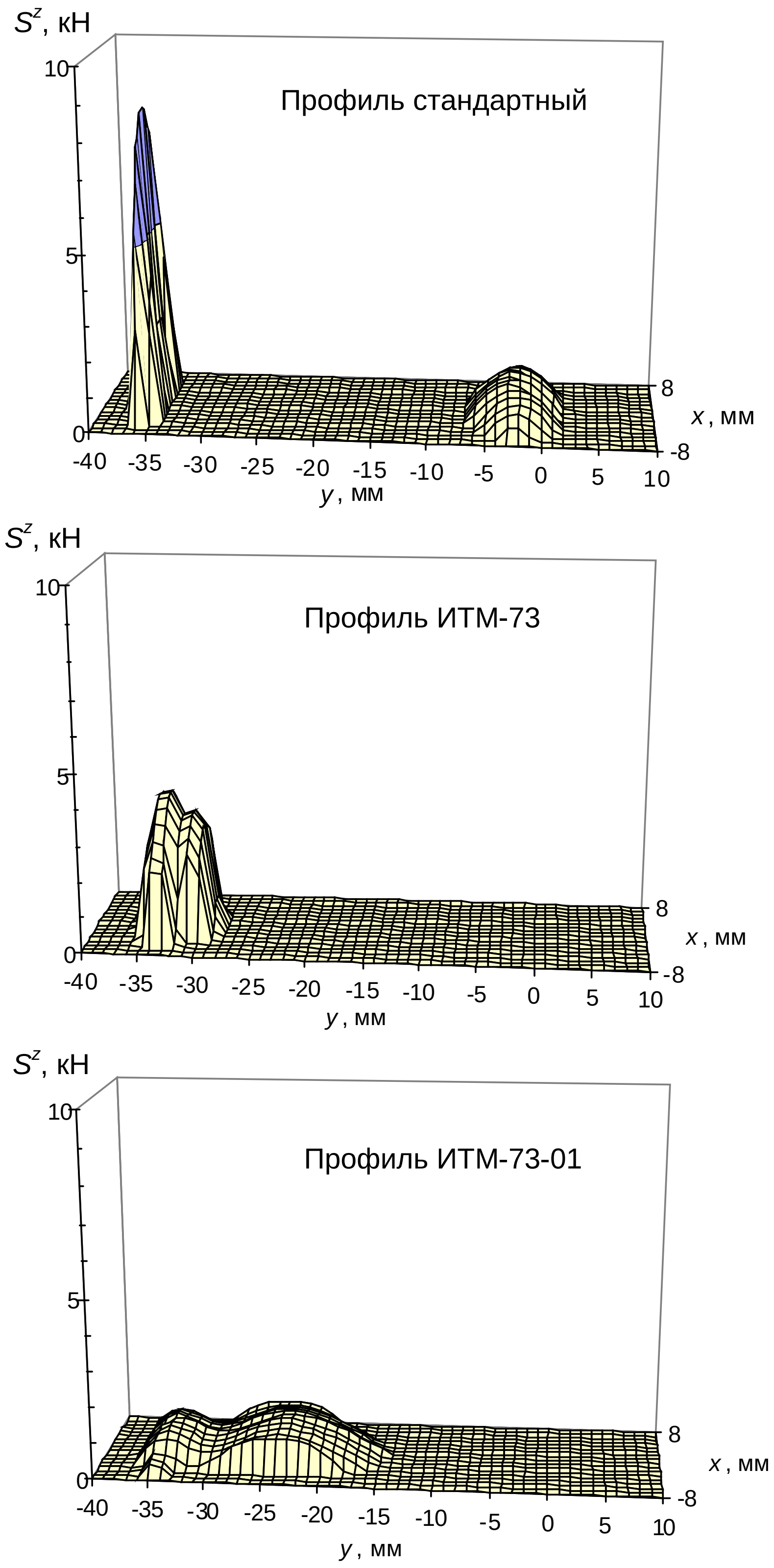


Рис. 4

Распределение вертикальной силы взаимодействия S^z по данным пятнам показано на рис. 5, а распределение износа по поверхности катания колес, приведенное к меридиональной плоскости *ZOY*, – на рис. 6.

Как видно, улучшение параметров взаимодействия экипажа и пути вызывает дальнейшее существенное уменьшение гребневого износа.



S^z, кН
10
5
0
Профиль стандартный
8
x, мм
-8
-40 -35 -30 -25 -20 -15 -10 -5 0 5 10
y, мм
S^z, кН
10
5
0
Профиль ИТМ-73
8
x, мм
-8
-40 -35 -30 -25 -20 -15 -10 -5 0 5 10
y, мм
S^z, кН
10
5
0
Профиль ИТМ-73-01
8
x, мм
-8
-40 -35 -30 -25 -20 -15 -10 -5 0 5 10
y, мм

Рис. 5

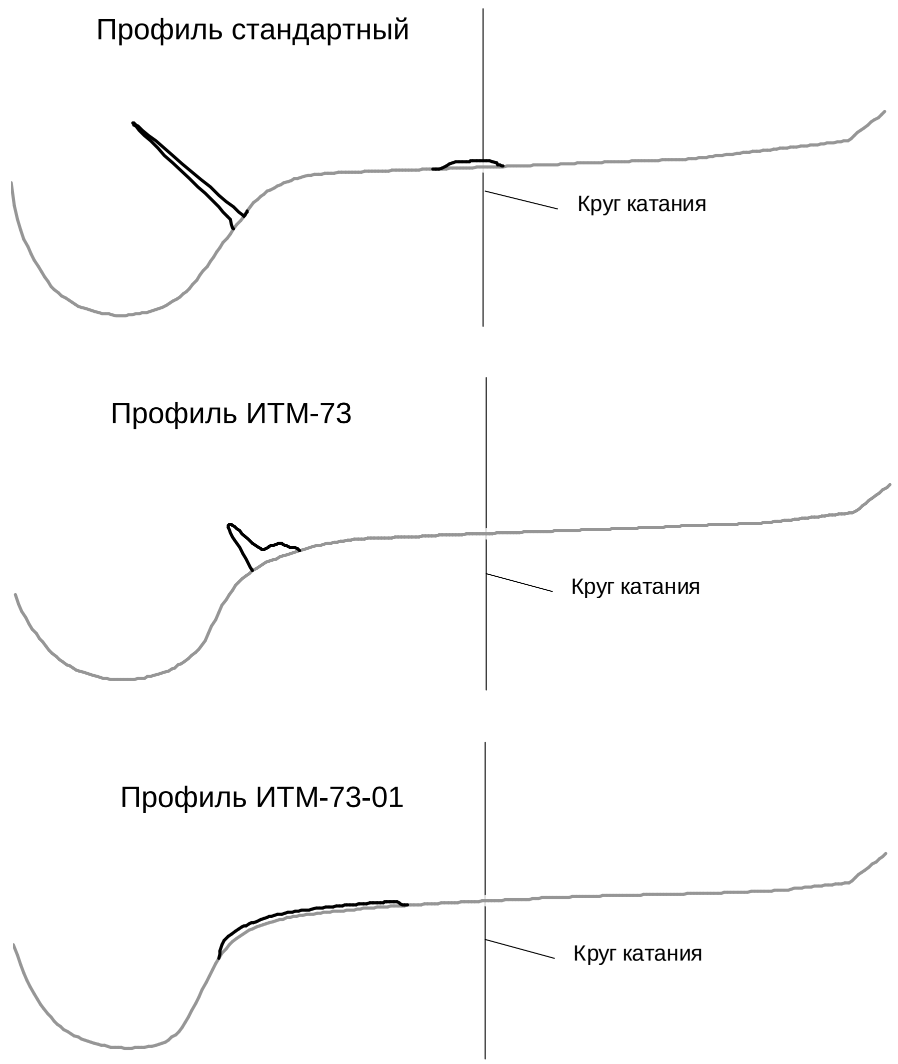


Рис. 6

Результаты эксплуатационных испытаний опытных вагонов подтвердили прогнозные оценки эффективности разработанного профиля колес: средняя интенсивность износа гребней колес с профилем ИТМ-73-01 в 4 – 4,5 раза ниже, чем колес со стандартным профилем [8].

Таким образом, предложенный в данной работе способ решения пространственной задачи взаимодействия пары «колесо–рельс» дает возможность определять параметры пятен контакта различной конфигурации и распределение по ним контактных сил, что позволяет использовать его при расчетах динамических качеств и износа колес железнодорожных экипажей, оборудованных колесами, имеющими как конформный, так и неконформный контакт с рельсами.

1. Комплексная модернизация ходовых частей грузовых вагонов / *В. Ф. Ушкалов, Т. Ф. Мокрий, И. Ю. Малышева, И. А. Мащенко, С. С. Пасичник* // Вагонный парк. – 2007. – № 2. – С. 18 – 22.
2. *Kalker J. J.* Some New Results in Rolling Contact / *J. J. Kalker, J. Piotrowski* // Vehicle System Dynamics. – 1989. – V. 18. – P. 223 – 242.
3. *Hertz H.* Gesammelte Werke. V. 1 */ H. Hertz.* – Leipzig, 1895. – 155 s.
4. Guidelines to Best Practices for Heavy Haul Railway Operations : Wheel and Rail Interface Issues. – USA : International Heavy Haul Association, 2001. – 482 p.
5. *Языков В. Н.* Применение модели негерцевского контакта колеса с рельсом для оценки динамических качеств грузового тепловоза : автореф. дис. на соискание учен. степени канд. техн. наук : спец. 05.22.07 – Подвижной состав железных дорог, тяга поездов и электрификация / *Языков Владислав Николаевич.* – Брянск, 2004. – 21 с.
6. *Ushkalov V. F.* The Creep Force Model for Different Conditions of Wheel-Rail Rolling Contact / *V. F. Ushkalov, A. I. Alexandrov* // Rail Transportation : Winter Annual Meeting of the American Society of Mechanical Engineers. – New York, 1989. – P. 189 – 196.
7. *Ушкалов В. Ф.* Влияние угла наклона рабочей части гребня неизношенного колеса комплексно модернизированной тележки грузового вагона на износ колес / *В. Ф. Ушкалов, Т. Ф. Мокрий, И. Ю. Малышева* // Техническая механика. – 2014. – № 3. – С. 23 – 27.
8. Обновление парка грузовых железнодорожных вагонов с повышением эксплуатационных качеств и увеличением ресурса ходовых частей / *В. Ф. Ушкалов, Т. Ф. Мокрий, И. Ю. Малышева, И. А. Мащенко, Л. Г. Лапина, С. С. Пасичник, И. В. Подъельников, Н. В. Безрукавый* // Техническая механика. – 2013. – № 4. – С. 136 – 145.

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и
Государственного космического агентства Украины,
Днепропетровск

Получено 26.03.15,
в окончательном 15.05.15