УДК 624.044

І. К. БАДАЛАХА

ЗАКОНОМІРНОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ ПРУЖНИХ МАСИВІВ

Анализ существующих решений теории упругости свидетельствует о наличии в них серьезных недостатков, являющихся результатом применения несовершенных физических зависимостей. Для устранения этих дефектов и упрощения процесса решения задач предложено разделить полные деформации на два независимых вида: объемные деформации и деформации чистых сдвигов. Полный спектр деформаций каждого вида определяется отдельно, по присущим только им закономерностям деформирования. Данные закономерности связаны с различными формами влияния на них потенциальной функции давлений, которая отражает напряженное состояние упругого массива и определяется по заданным граничным условиям. В результате устраняются недостатки в решениях, расширяется круг задач, имеющих точные аналитические решения, и одновременно с этим упрощается процесс получения данных решений.

Аналіз існуючих розв’язків задач теорії пружності свідчить про наявність у них серйозних недоліків, які є результатом застосування недосконалих фізичних залежностей. Для їх усунення і спрощення процесу розв’язання задач запропоновано розділити повні деформації пружного середовища на два незалежні види: об’ємні деформації та деформації чистих зсувів. Повний спектр деформацій кожного виду визначається окремо, за притаманними тільки їм закономірностями деформування. Ці закономірності пов’язані з різними формами впливу на них потенційної функції тисків, яка відображає напружений стан пружного масиву і визначається за заданими граничними умовами. У результаті усуваються недоліки в отриманих розв’язках, розширюється коло задач, які мають точні аналітичні розв’язки, з одночасним спрощенням процесу їх отримання.

The analysis of the existing solutions for the elasticity theory is demonstration of their serious disadvantages resulted from the application of imperfect physical dependences. In order to eliminate this problem and to simplify the solution process, it is proposed to divide complete deformations into two independent types: volume deformations and deformations of pure shears. A full range of deformations of each type is determined separately, according to their regularities of deformations. These regularities are associated with various forms of the influence of the potential pressure function, which represents a stressed state of an elastic mass and is determined by given limited conditions. As a result, the disadvantages of solutions are eliminated, the range of problems having exact analytical solutions extends, and at the same time, derivation of these solutions is simplified.

Ключові слова: *закономірність деформування, об’ємні деформації, деформації чистих зсувів, функція тисків, пружний масив.*

1. Вступ. Напружений стан пружного масиву прийнято характеризувати шістьма компонентами напружень [2], які діляться на дві групи:

– нормальні напруження $\sigma_x;\sigma_y;\sigma_z$,

– дотичні напруження τ_{xy} ; τ_{yz}; τ_{zy}.

Деформований стан масиву відображають шість відносних деформацій, які також об’єднуються у дві групи:

– лінійні деформації ε_x; ε_y; ε_z,

– кутові деформації γ_{xy}; γ_{yz}; γ_{zx}.

Вектор загальних переміщень точок масиву замінюється трьома його проекціями U,V,W на координатні осі *x, y, z* відповідно.

Напружений і деформований стани пов’язані між собою трьома системами рівнянь [2]: системою з шести рівнянь фізичних залежностей, системою з шести диференціальних рівнянь сумісності деформацій, системою з трьох диференціальних рівнянь рівноваги.

Розв’язання конкретної задачі з визначення напружено-деформованого стану полягає в знаходженні шести компонентів напружень, шести компонентів відносних деформацій і трьох компонентів переміщень. Усі вони повинні бути підпорядковані трьом заданим вище системам рівнянь, крім цього, у кожній задачі повинні виконуватись індивідуальні граничні умови, якими вони відрізняються між собою.

© І. К. Бадалаха, 2015

За час існування теорії пружності як науки отримано всього кілька розв’язків, які прийнято вважати точними: розв’язок Кельвіна, розв’язок Бусінеска, розв’язок Фламана. Але аналіз цих розв’язків виявив у них суттєві недоліки [1], тому навіть ті кілька розв’язків більше ніж столітньої давності, які вважаються класичними, не відповідають цьому статусу й сучасному стану наук.

Причиною ж такої ситуації є недосконалість існуючих, по суті феноменологічних фізичних залежностей у пружному середовищі, які неточно відображають результати впливу тих фізичних явищ, що спричинюють його деформування.

Таким чином, метою цієї роботи є обґрунтування іншої моделі залежності між напруженим і деформованим станами пружного середовища, яка б точніше враховувала вплив фізичних явищ, що є причиною деформування. Цим самим повинні бути усунуті всі недоліки в результатах розв’язання задач теорії пружності.

2. Результати досліджень. Спроба розділити деформації в пружному масиві на два види не нова. Найбільш відомим є поділ їх на об’ємні й зміни форми [2], де навіть сформульовано два закони, яким вони підпорядковані: зміни об’єму й зміни форми елементів середовища. Але такий поділ не приніс позитивних результатів з кількох причин.

Це була спроба виділити два види деформацій із загальних, підпорядкованих існуючим фізичним залежностям без їх уточнення, за зовнішньою ознакою прояву, тому сума виділених деформацій залишилася незмінною.

Крім цього, при зміні об’ємів елементів середовища неминучо змінюється і їх форма, яка в цьому поділі віднесена до деформацій зміни форми. Але об’єднувати в один вид деформації зміни форми від зміни об’ємів і зміни форми за рахунок чистих зсувів не слід, оскільки вони мають різне походження, тобто є результатом впливу на деформування різних фізичних явищ.

Наведені аргументи дають підстави розділити деформації в пружному масиві на два незалежні види за їх походженням – на об’ємні й чистих зсувів, які є результатами впливу двох незалежних явищ, що виникають у середовищі при його навантаженні:

- зміни щільності елементів під дією тисків, що приводить до нерівномірної зміни їх об’ємів, а це також одночасно супроводжується і зміною їх форми;
- чистої зміни тільки форми елементів, не пов’язаної зі зміною об’ємів, а спричиненої різницею тисків у різних точках середовища.

Закономірність для визначення об’ємних відносних деформацій випливає із системи існуючих фізичних залежностей:

$$\theta = \frac{3(1-2\nu)}{E}\sigma_{ср} = \frac{\sigma_{ср}}{E_о} = \frac{\sigma}{E_о},$$

в якій E і $E_о$ – відповідно модулі поздовжньої пружності і об’ємної деформації (Н/м^2); ν – коефіцієнт Пуасона (безрозмірний); $\sigma_{ср}$ – середнє нормальне напруження в околі даної точки, надалі це тиск $\sigma = \sigma_{ср}$.

У роботі відсутні поняття модуля поздовжньої пружності й коефіцієнта Пуасона, тому замість модуля об’ємної відносної деформації введено відповідний йому коефіцієнт, який пов’язаний з модулем об’ємної деформації приблизною залежністю:

$$h^{o} \cong 1/b_{o}.$$

Його фізична суть: це відносна зміна об’єму від одиниці тиску (м^2/Н). Він визначається експериментально для кожного середовища.

Таким чином, одна з фізичних закономірностей деформування пружного масиву має математичний запис

$$\theta = h^{o}\,\sigma, \tag{2.1}$$

тобто величина об’ємної відносної деформації в будь-якій точці середовища лінійно залежить від тиску в цій точці.

Для визначення величини переміщень від зміни об’ємів елементів середовища потрібно визначити величини відносних лінійних деформацій цього виду, сумою яких є об’ємна відносна деформація. Поділ об’ємних деформацій на лінійні виконується за правилом: більша головна лінійна деформація від зміни об’єму дорівнює об’ємній у напрямі, паралельному дії прикладеної сили, інші дві відсутні, тому що вони не можуть відрізнятись знаком від об’ємної.

Надалі переміщення від зміни об’ємів будуть визначатись інтегруванням єдиної головної лінійної деформації.

У тому випадку, коли дія зовнішньої сили буде спрямована під нахилом до поверхні масиву, її потрібно замінити складовими, направленими по прийнятих координатах, і від кожної з них окремо знайти функції тисків, об’ємні деформації і відповідні їм головні лінійні деформації, а потім визначити компоненти переміщень від зміни об’єму U^0, V^0 і W^0 інтегруванням відповідних головних лінійних деформацій ε_x^{o}, ε_y^{o}, ε_z^{o}.

Тут слід звернути увагу на те, що об’ємне деформування середовища супроводжується жорсткими поворотами його елементів, які можуть бути визначені за відомими залежностями [2].

Щодо деформацій чистих зсувів, то, користуючись теоремою Остроградського, можна показати [1], що вектор переміщень від цього виду деформацій повинний підпорядковуватися потенціальній залежності від деякої функції. Очевидно, що така функція мусить повністю відображати напружений стан у всьому масиві й це може бути тільки функція тисків.

Отже, маємо другу фізичну закономірність деформування пружного масиву:

$$\overline{F^{c}} = -K^{c}\,\mathrm{grad}(\sigma), \tag{2.2}$$

у якій K^{c} – коефіцієнт зсувної деформації середовища, м^4/Н. Його суть: переміщення даної точки середовища від градієнта тиску, рівного одиниці; він визначається експериментально.

Цим самим функція тисків наділяється властивостями потенціальної, тобто вона є гармонічною і тому компоненти вектора зсувних переміщень відповідно до координат визначаються залежностями:

$$\left.\begin{aligned} U^c &= -K^c \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x}; \\ V^c &= -K^c \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial y}; \\ W^c &= -K^c \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial z}. \end{aligned}\right\} . \qquad (2.3)$$

Таким чином, маємо другу фізичну закономірність деформування пружного масиву: величина переміщень, спричинених чистими зсувами, лінійно залежить від градієнтів тиску.

Очевидно, що компоненти напружень при розв'язанні задач про напружено-деформований стан пружних масивів тут не використовуються, тому визначати їх немає потреби, оскільки потенціальна гармонічна функція тисків повністю відображає напружений стан всього масиву й забезпечує диференціальні умови рівноваги кожного його елемента. Але можливість визначити компоненти напружень за відомою функцією тиску існує; наприклад, для ряду задач вона може бути здійснена за допомогою рівнянь В. А. Флоріна [3], без урахування коефіцієнта Пуасона.

Отже, розв'язання задач теорії пружності з визначення напружено-деформованого стану пружного масиву виконується в такому порядку.

1. Задаються граничні умови для гармонічної функції тиску, згідно з якими вона знаходиться.

2. За допомогою функції тиску визначаються об'ємні відносні деформації за (2.1), які потім діляться на відповідні їм лінійні головні відносні деформації, після чого визначаються переміщення від зміни об'ємів.

3. Компоненти переміщень від чистих зсувів визначаються одразу за допомогою тієї ж функції тиску по (2.3).

Виконання пунктів (2) і (3) можна міняти місцями.

3. Розв'язання задач. Наведемо приклади розв'язання задач, отриманих з використанням запропонованих закономірностей деформування [1].

Приклад 1. На поверхні півпростору діє зосереджена сила *P*, спрямована під кутами α, β і γ до координат *x*, *y* і *z* відповідно, де координата z спрямована по нормалі вниз (рис. 1). Це універсальна задача, від неї можна отримати розв'язок для будь-якого навантаження поверхні півпростору. Розв'язання цієї задачі немає в існуючій постановці.

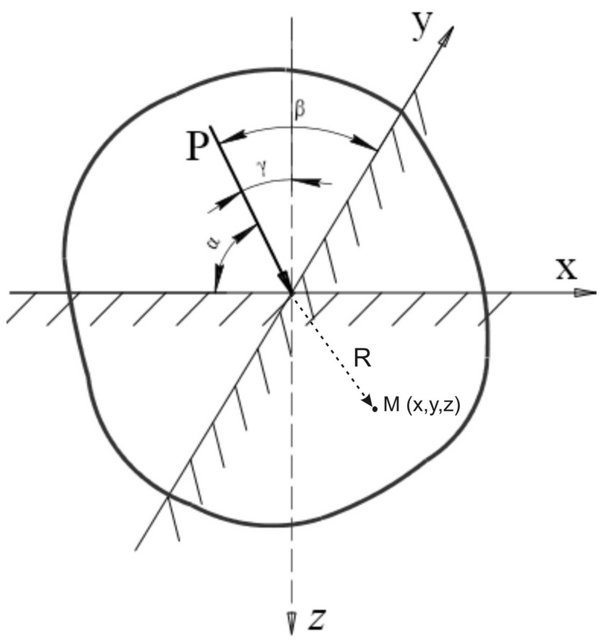

Рис. 1 – Схема навантаження пружного півпростору зосе-
редженою силою, нахиленою до його поверхні

Функція тиску і компоненти деформацій в цій задачі визначались окремо для кожної з трьох складових діючої сили, розкладеної за напрямками координат x, y і z відповідно: $P\cos\alpha$, $P\cos\beta$ і $P\cos\gamma$, з подальшим об'єднанням в одну залежність. Граничні умови для кожної окремої функції тиску $\sigma', \sigma'', \sigma'''$ і самі функції такі.

Дія горизонтальної сили $P\cos\alpha$:

$$z = 0,\quad \frac{\partial(\sigma')}{\partial z} = 0;\quad R = \left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{1/2} \to \infty, \sigma' \to 0;\quad \sigma'(y) = \sigma'(-y),$$

функція тиску для цих умов

$$\sigma' = \frac{P\cos\alpha}{2\pi}\frac{x}{R^3}.$$

Для другої горизонтальної сили $P\cos\beta$ функцію тиску запишемо шляхом перестановки координат x і y в попередній функції:

$$\sigma'' = \frac{P\cos\beta}{2\pi}\frac{y}{R^3}.$$

Дія вертикальної сили $P\cos\gamma$:

$$z = 0,\quad \sigma''' = 0;\quad R \to \infty,\ \sigma''' \to 0,$$

функція тиску для цих умов

$$\sigma''' = \frac{P\cos\gamma}{2\pi}\frac{z}{R^3}.$$

Повністю значення функції тиску буде:

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' + \sigma''' = \frac{P}{2\pi R^3}\left[x\cdot\cos\alpha + y\cdot\cos\beta + z\cdot\cos\gamma\right]. \qquad (3.1)$$

Компоненти переміщень від зміни об'ємів визначаються інтегруванням функції тиску. При цьому для уникнення помилок при розрахунках бажано початок координат вибрати в точці прикладання зовнішньої сили P, а напрями дії її складових повинні співпадати з позитивними напрямами координат, тоді переміщення будуть відбуватись в цих напрямах.

$$U^0 = K^o\,\frac{P\cdot\cos\alpha}{2\pi}\left[\int_{+\infty}^{0}\frac{xdx}{R^3} + \int_{0}^{-\infty}\frac{-xdx}{R^3}\right] = K^o\,\frac{P\cos\alpha}{2\pi}\cdot\frac{1}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}}.$$

Аналогічно визначаються компоненти переміщень V^0 , W^0, і в результаті отримаємо:

$$V^0 = K^o\,\frac{P\cos\beta}{2\pi}\cdot\frac{1}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}}; \qquad W^0 = K^o\,\frac{P\cos\gamma}{2\pi}\cdot\frac{1}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}}.$$

Компоненти переміщень від чистих зсувів:

$$U^c = -K^c\,\frac{\partial\sigma}{\partial x} = K^c\,\frac{P}{2\pi R^5}\left[(3x^2-R^2)\cos\alpha + 3xy\cdot\cos\beta + 3xz\cdot\cos\gamma\right];$$

$$V^c = -K^c\,\frac{\partial\sigma}{\partial y} = K^c\,\frac{P}{2\pi R^5}\left[3xy\cdot\cos\alpha + (3y^2-R^2)\cos\beta + 3yz\cdot\cos\gamma\right];$$

$$W^c = -K^c\,\frac{\partial\sigma}{\partial z} = K^c\,\frac{P}{2\pi R^5}\left[3xz\cdot\cos\alpha + 3yz\cdot\cos\beta + (3z^2-R^2)\cos\gamma\right].$$

Наводимо отримані в цій задачі компоненти напруг [1], які будуть використані в порівняльному аналізі їх з існуючими, отриманими в традиційній постановці:

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{3P}{2\pi}\,\frac{x^2}{R^5}\,A; & 2_{xy} &= \frac{3P}{2\pi}\,\frac{xy}{R^5}\,A;\\
\sigma_y &= \frac{3P}{2\pi}\,\frac{y^2}{R^5}\,A; & 2_{yz} &= \frac{3P}{2\pi}\,\frac{yz}{R^5}\,A;\\
\sigma_z &= \frac{3P}{2\pi}\,\frac{z^2}{R^5}\,A; & 2_{zx} &= \frac{3P}{2\pi}\,\frac{xy}{R^5}\,A,
\end{aligned}\right\}, \qquad (3.2)$$

де літерою A позначено вираз у квадратних дужках формули (3.1). Цей розв'язок задовольняє всі необхідні вимоги і є точним.

Приклад 2. Випадок плоского деформування пружного масиву. Відповідна схема показана на рис. 2.

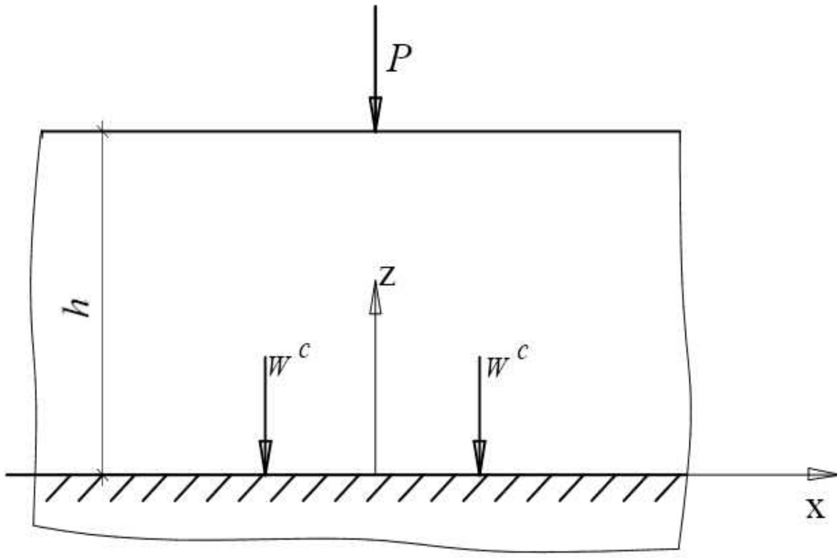

Рис. 2 – Схема до визначення функції тиску в пружному масиві нескінченного протягу, обмеженої товщини, на жорсткій основі, яка допускає тільки вертикальні переміщення, від лінійного навантаження

Точного розв'язку цієї задачі у звичайній постановці, з використанням узагальнених фізичних залежностей, також немає.

Граничні умови для функції тиску:

1) $z=0, \quad \sigma=0 \quad \left(\dfrac{\partial\sigma}{\partial z}=W^c\neq 0\right);$ 2) $z=h, \quad (x\neq 0), \quad \sigma=0;$

3) $z=h, \quad (x=0), \quad \sigma=\infty;$ 4) $\sigma(x,z)=\sigma(-x,z).$

Функція тиску, отримана для даних умов [1], буде:

$$\sigma=\frac{P}{2h}\frac{\sin\dfrac{\pi z}{h}}{\left(\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{h}+\cos\dfrac{\pi z}{h}\right)}\quad .$$

Компоненти напруг, отримані з використанням залежностей Флоріна В. А. [3], мають вид:

$$\sigma_z=\sigma-(h-z)\frac{\partial\sigma}{\partial z}; \qquad \sigma_x=\sigma+(h-z)\frac{\partial\sigma}{\partial z};$$

$$\sigma_y=\sigma; \qquad \tau_{yz}=-(h-z)\frac{\partial\sigma}{\partial x}.$$

Компоненти переміщень від чистих зсувів:

$$U^c=K^c\frac{P\pi}{2h^2}\frac{\operatorname{sh}\dfrac{\pi x}{h}\sin\dfrac{\pi z}{h}}{\left(\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{h}+\cos\dfrac{\pi z}{h}\right)^2}; \qquad W^c=-K^c\frac{P\pi}{2h^2}\frac{1+\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{h}\cos\dfrac{\pi z}{h}}{\left(\operatorname{ch}\dfrac{\pi x}{h}+\cos\dfrac{\pi z}{h}\right)^2},$$

переміщення від об’ємного деформування:

$$W^0 = -K^0 \frac{P}{2\pi} \ln \left| \frac{\operatorname{ch}\frac{\pi x}{h} + 1}{\operatorname{ch}\frac{\pi x}{h} + \cos\frac{\pi z}{h}} \right|.$$

Цей розв’язок також задовольняє всі необхідні вимоги і є точним.

4. Порівняльний аналіз існуючого й отриманого розв’язків рішень. Компоненти напруг у розв’язку Бусінеска мають такий вигляд [2]:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_x = \frac{3P}{2\pi}\left\{\frac{x^2 z}{R^5} + \frac{(1-2\nu)}{3}\left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)x^2}{R^3(R+z)^2} - \frac{z}{R^3}\right]\right\};\\
&\sigma_y = \frac{3P}{2\pi}\left\{\frac{y^2 z}{R^5} + \frac{(1-2\nu)}{3}\left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)y^2}{R^3(R+z)^2} - \frac{z}{R^3}\right]\right\};\\
&\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{R^5}; \quad \tau_{xy} = \frac{3P}{2\pi}\left[\frac{xyz}{R^5} - \frac{(1-2\nu)}{3}\frac{(2R+z)xy}{R^3(R+z)^2}\right];\\
&\tau_{yz} = \frac{3P}{2\pi}\frac{yz^2}{R^5}; \quad \tau_{zx} = \frac{3P}{2\pi}\frac{xz^2}{R^5}.
\end{aligned}\right\}. \tag{4.1}$$

Розділимо повну систему напруг (4.1) на дві частини, у першій з яких напруги не залежать від коефіцієнта Пуасона, а в другій – залежить від нього.

Перша частина буде:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma'_x = \frac{3P}{2\pi}\frac{x^2 z}{R^5}; \quad \tau'_{xy} = \frac{3P}{2\pi}\frac{xyz}{R^5};\\
&\sigma'_y = \frac{3P}{2\pi}\frac{y^2 z}{R^5}; \quad \tau'_{yz} = \frac{3P}{2\pi}\frac{yz^2}{R^5};\\
&\sigma'_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^2}{R^5}; \quad \tau'_{zx} = -\frac{3P}{2\pi}\frac{xz^2}{R^5},
\end{aligned}\right\}, \tag{4.2}$$

друга частина:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma^{ð}_x = \frac{3P}{2\pi}\frac{(1-2\nu)}{3}\left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)x^2}{R^3(R+z)^2} - \frac{z}{R^3}\right];\\
&\sigma^{ð}_y = \frac{3P}{2\pi}\frac{(1-2\nu)}{3}\left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)y^2}{R^3(R+z)^2} - \frac{z}{R^3}\right];\\
&\tau^{ð}_{xy} = -\frac{3P}{2\pi}\frac{(1-2\nu)}{3}\frac{(2R+z)xy}{R^3(R+z)^2};
\end{aligned}\right\}. \tag{4.3}$$

Формально обидві частини напруженого стану (4.2) і (4.3) задовольняють системі рівнянь рівноваги. При цьому можна впевнитись, що напруги (4.2) є окремим випадком отриманого нами загального рішення з визначення напруженого стану півпростору (3.2), якщо в ньому прийняти кут $¥ = 0$. Очевидно, що такий напружений стан повністю зрівноважує силу *P*. У такому разі що ж зрівноважує система напруг (4.3)? Виявляється, що нічого, і тому вона є фіктивною. Але звідки вона походить і для чого існує? Щоб це з’ясувати, знайдемо функції тисків для цих двох частин напруженого стану.

Функція тиску для частини (4.2):

$$\sigma' = \frac{1}{3}\left(\sigma'_x + \sigma'_y + \sigma'_z\right) = \frac{P}{2\pi}\frac{z}{R^3}, \tag{4.4}$$

функція тиску для частини (4.3):

$$\sigma^{ð} = \frac{1}{3}\left(\sigma^{ð}_x + \sigma^{ð}_y + 0\right) = -\frac{(1-2¬)}{3}\frac{P}{2\pi}\frac{z}{R^3}. \tag{4.5}$$

У результаті отримано дві гармонічні потенціальні функції тисків від двох зосереджених в одній точці сил, спрямованих по нормалі до поверхні півпростору, які мають однакові граничні умови і відрізняються тільки знаком і постійним коефіцієнтом. А це означає, що тиск першої частини напружень (4.2) створює сила *P*, а другої (4.3) – сила

$$-\frac{(1-2¬)}{3}P, \tag{4.6}$$

які діють в протилежних напрямах. За законами механіки їх потрібно скласти, тому рівнодіюча цих сил буде:

$$P - \frac{(1-2¬)}{3}P = \frac{2(1+¬)}{3}P, \tag{4.7}$$

а відповідна силі (4.7) функція повного тиску становить величину

$$\sigma = \sigma à + \sigma ð = \frac{2(1+¬)}{3}\frac{P}{2\pi}\frac{z}{R^3}.$$

Отже, з’явилася вертикальна сила-«привид» (4.6), яка реально зменшує величину тисків і цим самим змінює величину деформацій, але ніяк не впливає на систему рівнянь рівноваги (1.3), оскільки не дає вертикальних реакцій ($\sigma^{ð}_z = 0$). Тому єдиний можливий сенс її існування полягає в забезпеченні виконання існуючих фізичних залежностей. Це парадоксальна ситуація, у якій теорія пружності перебуває майже два століття. Вона суперечить фундаментальним положенням механіки, фізики й нарешті логіки. Звідси походять труднощі розв’язання елементарних задач і недоліки в отриманих результатах. Вихід з неї полягає в заміні існуючих фізичних залежностей новими, точнішими, більш обґрунтованими, які не приводять до подібних суперечностей.

5. Висновки. У результаті поділу деформацій на два незалежні види: об’ємні й чистих зсувів, відповідно до їх походження від двох незалежних фізичних явищ, які виникають у пружному масиві в результаті дії прикладених до нього сил: зміни щільності, а також чистих зсувів у його елементах і цим самим спричинюють названі деформації, виявилося можливим підпорядкувати їх окремим, незалежним закономірностям (2.1) і (2.2), пов’язаним з функцією тиску. У цих закономірностях проявляються дві форми впливу тисків на походження деформацій, і при цьому кількість фізичних залежностей скорочується з шести в існуючій постановці до двох у запропонованій постановці (2.1) і (2.2).

Функція тиску повністю відображає напружений стан масиву і в однорідному ізотропному середовищі не залежить від його деформівних характеристик, а оскільки за її допомогою визначаються обидва види деформацій, то компоненти напружень визначати немає потреби, тим більше, що явний вплив окремих компонентів напруг на відносні деформації в запропонованих залежностях не проглядається.

1. Очевидною при використанні даних закономірностей є та обставина, що один із головних постулатів теорії пружності, на якому базуються співвідношення Коші, про збіг головних осей напруг і деформацій, не підтверджується.

2. Застосування таких закономірностей деформування розширює коло задач, які можуть бути розв’язані аналітично, а самі розв’язки простіші й точніші порівняно з тими, що були відомі в традиційній постановці. Але найголовнішим є те, що у всіх розв’язках, які отримані з використанням запропонованих закономірностей деформування, суворо виконуються закони механіки, фізики, математики. Це надає можливість для теорії пружності зайняти чільне місце в ряду фундаментальних, точних наук, яке вона не може займати з недосконалими фізичними залежностями.

1. *Бадалаха И. К.* Физические зависимости упругих массивов / *И. К. Бадалаха*. – Д. : Изд-во Днепропетр. нац. ун-та ж.-д. трансп. им. акад. В. Лазаряна, 2012. – 197 с.
2. *Безухов Н. И.* Основы теории упругости, пластичности и ползучести / *Н. И. Безухов*. – М. : Высшая шк., 1961. – 537 с.
3. *Флорин В. А.* Основы механики грунтов : в 2 т. Т.1 / *В. А. Флорин*. – Л. – М. : Гос. изд-во по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1959. – 359 с.

Дніпропетровський національний університет
залізничного транспорту
ім. акад. В. Лазаряна, Дніпропетровськ

Отримано 16.02.2015,
в остаточному виді 22.07.2015