УДК 621.446

В. Ф. ПОЖИДАЕВ, П. И. ЗАБОЛОТНЫЙ, Д. Н. МАРЧЕНКО

ОЦЕНКА НАДЁЖНОСТИ СЛОЖНЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ПЕРЕКРЕСТНЫМИ СВЯЗЯМИ

Рассмотрены вопросы оценки надежности работы сложных телекоммуникационных информационных систем с множеством перекрёстных связей. С целью получения способа аналитической оценки надежности был предложен новый подход, включающий представление сложных систем в виде цепи эквивалентных блоков. Предложенный подход позволяет получить функции распределения отказов системы в аналитическом виде и определить зависимость интенсивности отказов от времени наработки на отказ, значительно упростить определение предварительной оценки надёжности на этапе исследовательского анализа системы и сформулировать экономически обоснованные требования к параметрам проектируемых систем.

Розглянуто питання оцінки надійності роботи складних телекомунікаційних інформаційних систем з великою кількістю перехресних зв’язків. З метою одержання способу аналітичної оцінки надійності був запропонований новий підхід, що включає подання складних систем у вигляді ланцюга еквівалентних блоків. Запропонований підхід дозволяє одержати функції розподілу відмов системи в аналітичному виді й визначити залежність інтенсивності відмов від часу наробітку на відмову, значно спростити визначення попередньої оцінки надійності на етапі дослідницького аналізу системи й сформулювати економічно обґрунтовані вимоги до параметрів систем, що проектуються.

The problems of evaluation of complex telecommunication - information systems with a plurality of cross communications are examined. A new approach to an analytical evaluation of the reliability was proposed including presentation of complex systems as a circuit of equivalent blocks. The proposed approach allows derivation of the function of the system- failure distribution in an analytical form and determination of the dependency of failure intensities on the failure time as well as a significant simplification of the preliminary reliability evaluation at the stage of the research analysis of the system and formulation of economical requirements for parameters of developed systems.

Развитие интернет-коммуникаций привело к появлению ряда ресурсов, отличающихся большой посещаемостью, огромными базами данных, набором многочисленных сервисов, предоставляющих пользователям новые функции. Это крупные поисковые системы, новостные порталы, социальные сети, файлообменники и пр.

Их технические средства представляют собой комплексы из сотен и тысяч серверов, различающихся параметрами отказоустойчивости, мощности, быстродействия. Оценка надёжности таких систем усложняется наличием множества перекрёстных связей между серверами, различными способами осуществления балансировки нагрузки и кластеризации. В то же время изменение схемы соединения элементов системы может существенно повлиять на вероятностные характеристики надёжности системы [1 – 3].

Целью работы является получение способа оценки надежности работы сложной информационной системы, который включает выбор обобщённой функции и последующую аппроксимацию функции распределения времени безотказной работы.

Рассмотрение схем соединения начнём с элементарных примеров узлов содержащих firewall-балансер, два web-сервера и кластер системы управления базой данных (СУБД) из двух серверов и хранилища данных (рис. 1). Затем последовательно будем усложнять схему, доведя её до общего случая, содержащего n1 web-серверов и n2 серверов баз данных.

В данной схеме Firewall и хранилище данных соединены последовательно с остальными элементами узла и эти блоки не добавляют сложностей в расчёты надёжности, поэтому ограничимся рассмотрением схемы соединения web- и СУБД-серверов.

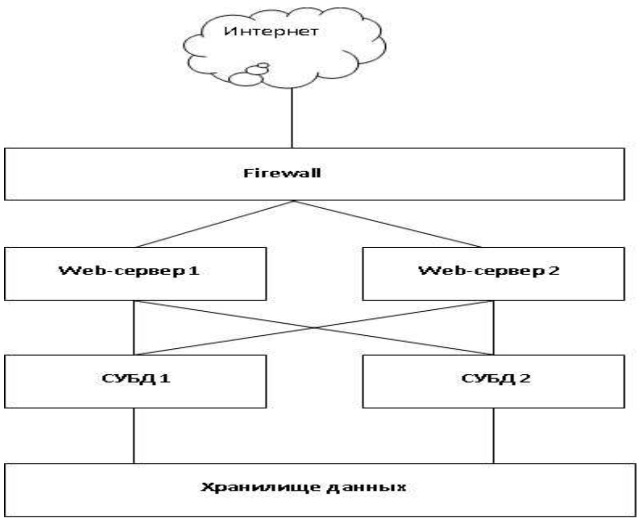


Рис. 1

Для жёстко заданной схемы и при условии простейшего потока отказов каждого из узлов сложной информационной системы можно аналитически получить функцию распределения $F(t)$ случайного времени отказа всей схемы [4 – 6].

Обозначим эту функцию $F(t) = P\{\tau < t\}$, где τ – рассматриваемый момент времени.

Таким образом, $p = F(t)$ – вероятность отказа узла, $q = 1 - p$ – вероятность безотказной работы узла.

В случае простейшего потока событий (отказов)

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t), \qquad (1)$$

где λ – интенсивность отказов узла.

Каждый из узлов характеризуется своим значением величины λ.

При этом функция распределения отказов всей системы может быть получена аналитически в явном виде. Её вид может быть произвольным и заведомо не характеризовать поток как простейший. В частности, её можно аппроксимировать выражением, свойственным простейшему потоку,

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda_c t), \qquad (2)$$

здесь λ_c – интенсивность отказов системы.

Однако расчетная модель, с использованием для аппроксимации выражения (2), будет иметь значительное расхождение с параметрами реальной системы. В первую очередь из-за того, что реальная система (даже самая простая), как правило, состоит из нескольких элементов, взаимодействие которых выражение (2) не учитывает.

С другой стороны, модель реальной системы можно несколько упростить, например, представив её в виде набора эквивалентных блоков, соединенных в последовательно-параллельные цепи. Тогда задача аппроксимации реальной системы разделяется на два этапа. Первый – это построение цепи эквивалентных блоков. Второй – построение функции распределения для полученной эквивалентной системы [7].

Для получения аналитического выражения функции распределения отказов реальной схемы $F_c(t) = P$ рассмотрим постепенное усложнение схемы. При этом остаемся в рамках уже сделанных обозначений: отказы узла создают простейший поток событий и вероятность отказа единичного узла p подчиняется экспоненциальному закону $p = F(t) = 1 - \exp\{-\lambda t\}$, вероятность безотказной работы $q = 1 - p = e^{-\lambda t}$. Величина q характеризует надежность схемы.

При последовательном соединении двух узлов с интенсивностями отказов λ_1 и λ_2 вероятности безотказной работы перемножаются, то есть $q_c = q_1 \cdot q_2$. Это значит, что $F_c(t) = e^{-\lambda_c t} = e^{-\lambda_c t} \cdot e^{-\lambda_2 t} = e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$ и, следовательно, $\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2$, то есть интенсивности отказов складываются.

При параллельном соединении вероятности отказов узлов перемножаются $p_c = p_1 \cdot p_2$. Это значит, что $F_c(t) = P_c = \left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$.

В случае равенства интенсивностей отказов $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ распределение времени безотказной работы приобретает вид $F_c(t) = \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^2$.

При параллельном соединении n узлов имеем для функции распределения времени работы до первого отказа $F_c(t) = \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^n$. Значение $n > 1$ повышает надежность схемы, так как увеличивается вероятность безотказной работы за текущее время [8 – 10].

Основная идея состоит в том, что обобщенный закон распределения безотказной работы предлагается реализовать в виде $F(t) = \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{\nu}$, где под величиной ν понимаем функциональную избыточность системы. Целое значение ν соответствует параллельному дублированию работы ν элементов. В общем случае избыточность или повышение надежности достигается схемным путем.

Для простейшего потока событий параметр λ имеет смысл интенсивности событий (в нашем случае, отказов). В общем случае для потока отказов с функцией распределения времени наработки на отказ $F(t)$ интенсивность отказов $r(t)$ есть функция времени и определяется как отношение плотности распределения отказов в данный момент времени к вероятности безотказной работы за время, большее, чем данное [2, 3, 11]:

$$r(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}.$$

Нетрудно проверить, что для экспоненциального закона $r(t) = \lambda = \text{const}$, и это вызывает большие сомнения в правильности принимаемой гипотезы.

Для обобщенной функции распределения $F(t) = \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{\nu}$ плотность распределения представляется в виде $f(t) = F'(t) = \lambda \nu e^{-\lambda t}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{\nu - 1}$.

Тогда интенсивность отказов равна

$$r(t) = \frac{\text{а}\neg \cdot e^{-\text{а}t}\left(1-e^{-\text{а}t}\right)^{\neg-1}}{1-\left(1-e^{-\text{а}t}\right)^{\neg}}.$$

При $\neg = 1$, когда резервирования нет, $r(t) = \text{а}$. В общем случае при $\neg \neq 1$ полученное выражение для $r(t)$ может быть использовано для оценки скорости старения системы.

Анализ схем с любым количеством параметров $\overline{\text{а}} = \{\text{а}_1, \text{а}_2, \ldots\}$ и их сравнение при произвольных структурах сводится к сравнению двух обобщенных законов, каждый с двумя параметрами $\{\text{а}, \neg\}$.

Для начала возвратимся к схеме с простейшим потоком отказов и рассмотрим вывод законов распределения для различных схем, постепенно усложняя их структуру.

Для последовательного соединения двух элементов $q_c = q_1 \cdot q_2$ функция распределения системы имеет вид $F_c(t) = 1 - e^{-(\text{а}_1+\text{а}_2)t}$.

На рис. 2 представлена схема, в которой имеет место объединение двух уровней из рис. 1 с добавлением всех перекрестных информационных связей.

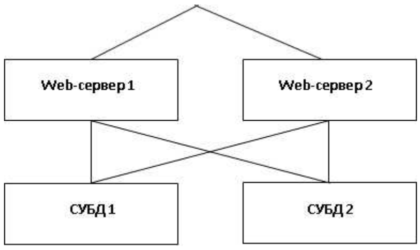


Рис. 2

Вся схема работоспособна, только если срабатывает ее первый уровень, то есть узлы web 1 или web 2. Если оба узла отказывают, то отказывает и вся схема. Поскольку эти узлы работают по законам параллельного соединения,

$$F_I(t) = F_{1,2}(t) = P_{1,2} = \left(1-e^{-\text{а}_1 t}\right)\left(1-e^{-\text{а}_2 t}\right).$$

Если первый уровень пропускает сигнал, то есть хотя бы один из его узлов не отказал, то второй уровень (СУБД 1 и СУБД 2) работают по той же схеме, как и первый уровень:

$$F_{II}(t) = F_{3,4}(t) = P_{3,4} = \left(1-e^{-\text{а}_3 t}\right)\left(1-e^{-\text{а}_4 t}\right).$$

Оба эти уровня работают по схеме последовательного соединения: вся схема отказывает, если отказывает любой из уровней. То есть, согласно [12 – 13]

$$F_c(t) = 1 - \left(1 - F_I(t)\right)\left(1 - F_{II}(t)\right),$$

где $F_I(t)$ и $F_{II}(t)$ получены выше.

Окончательно функция распределения времени до отказа системы принимает вид

$$F_c(t) = 1 - \left(1 - \left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right)\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)\right)\left(1 - \left(1 - e^{-\lambda_3 t}\right)\left(1 - e^{-\lambda_4 t}\right)\right). \quad (3)$$

Это значит, что оба уровня в сочетании друг с другом функционально связаны как два элемента в последовательном соединении, а все элементы, входящие в каждый уровень, работают параллельно.

Подобная схема вывода совершенно идентично переносится на случай трех, четырех, $\ldots, n$ цепочек из элементов, отказ каждого из которых носит характер простейшего потока событий.

Рассмотрим более общую схему соединения серверов высоконагруженного ресурса, с числом web-серверов $n1$ и $n2$ – числом СУБД серверов. Эта схема представлена на рис. 3.

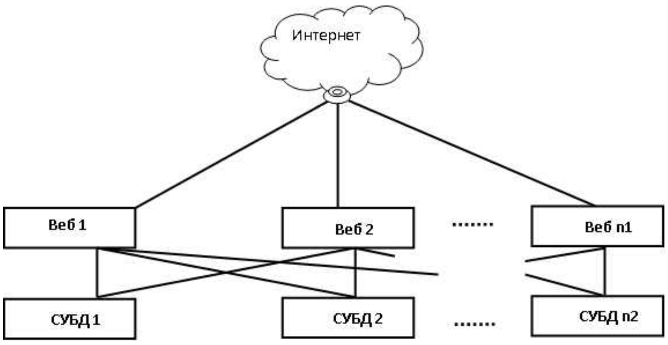


Рис. 3

Аналитическое выражение функции распределения времени наработки на отказ такой схемы имеет вид:

$$F_c(t) = 1 - \left(1 - \prod_{k=1}^{n1}\left(1 - e^{-\lambda_k t}\right)\right)\left(1 - \prod_{k=1}^{n2}\left(1 - e^{-\lambda_k t}\right)\right), \quad (4)$$

где $n1$ и $n2$ – количество элементов первого и второго уровня. Если общая схема такова, что имеется более двух уровней, допустим их будет m, то выражение (4) примет вид:

$$F_c(t) = 1 - \prod_{ni=1}^{m}\left(1 - \prod_{k=1}^{ni}\left(1 - e^{-\lambda_k t}\right)\right). \quad (5)$$

Для практического использования при проектировании и анализе схем соединения серверов для каждого набора параметров $\{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n\}$ будем находить наилучшее приближение для выражения (5) с помощью обобщенной функции распределения $F\left(t \middle| \lambda, \gamma\right) = \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{\gamma}$.

В данном случае предлагается находить такие значения параметров $\{\lambda, \gamma\}$, при которых наибольшее по абсолютной величине относительное отклонение двух функций распределения наименьшее. При этом выполняется существование

$$\min_{\{ª,¬\}} \max_{t} \left| \frac{F_c(t) - F(t|ª,¬)}{F_c(t)} \right|.$$

В качестве примера рассмотрим узлы состоящие из 2, 3, 5, 8 и 20 серверов на каждом уровне.

В таблице 1 представлены исходные данные для каждого из 5 вариантов расчета и полученные значения ª и ¬ для законов распределения времени до отказа всей системы. Минимизация указанного выше критерия проводилась методом модифицированного случайного поиска.

Таблица 1

n_1	n_2	$ª_1$	$ª_2$	ª	¬
2	2	0,001	0,005	0,000528605	2,03328
3	3	0,001	0,005	0,000509445	3,02326
4	4	0,001	0,005	0,000503539	4,01448
8	8	0,001	0,005	0,000500317	8,00254
20	20	0,001	0,005	0,000500181	20,0195

На рис. 4 приведены графики законов распределения времени до отказа всей системы для примеров из таблицы 1.

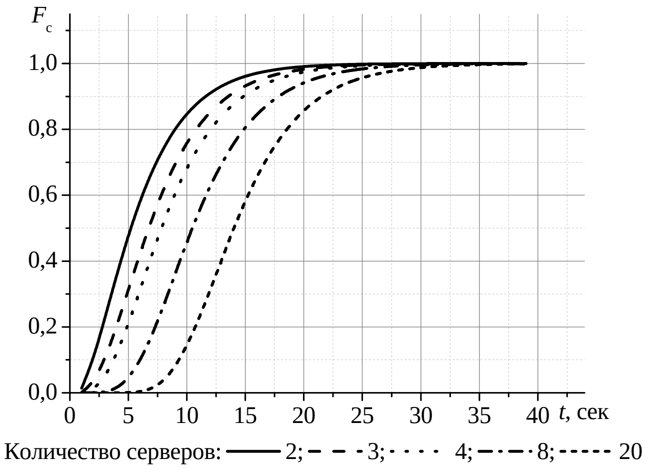


Рис. 4

Результаты таблицы 1 свидетельствуют о том, что для частного случая равенства $n1 = n2$ и $ª1 = \text{const}$ и значения параметров обобщенного распределения $ª = \max\{ª1, ª2\}$ и $¬ = n1 = n2$ могут быть назначены в качестве начальных значений при поиске.

Сопоставим выражения для обобщенного закона распределения случайного времени наработки на отказ $F(t|ª,¬) = \left(1 - e^{-ªt}\right)^{¬}$ всей большой системы и закона распределения (5), непосредственно связанного со структурой рассматриваемой системы.

Кстати, условие простейшего потока событий для каждого элемента схемы с интенсивностью потока отказов $ª_k$ носит чисто иллюстративный характер и нигде в наших рассуждениях не принципиально. Если отказы не подчиняются экспоненциальному закону, то для каждого k-го узла всей схемы необходимо заменить экспоненциальный закон $F(t)=1-e^{-\alpha_k t}$ с параметром α_k, имеющим смысл интенсивности отказов, на тот, которым описываются отказы в данном узле данной схемы, конкретно на $F(t,\bar{\theta}_k)$, где $\bar{\theta}_k$ – вектор параметров, характерный для данной функции распределения, смысл которых в каждом конкретном случае свой. Это особенно важно при проектировании.

Тогда выведенная формула для потока отказов всей схемы с m уровнями приобретает вид:

$$F_c(t)=1-\prod_{n_i=1}^{m}\left(1-\prod_{k=1}^{n_i}F(t,\bar{\theta}_k)\right), \tag{6}$$

где k – номер узла (или наиболее простого элемента) системы, n_i – количество элементов в каждом уровне, m – количество уровней.

Заметим также, что критерий выбора параметров $\{\alpha,\beta\}$ обобщенной функции связан с метрикой в функциональном пространстве функций распределения. Анализ вычислений показал, что расчет расстояния по метрике $\min\limits_{\{\alpha,\beta\}}\max\limits_{t}\left|\dfrac{F_c(t)-F(t|\alpha,\beta)}{F_c(t)}\right|$ иногда целесообразно заменить на расчет с метрикой $\min\limits_{\{\alpha,\beta\}}\max\limits_{t}\left|F_c(t)-F(t|\alpha,\beta)\right|$.

Это связано с невозможностью получения сколь угодно высокой точности вычислений на хвостах распределений. При $t\to 0$, в частности, минимакс относительного отклонения равносилен требованию $\dfrac{F_c(t)}{F(t|\alpha,\beta)}\to 1$.

На рис. 4 видно, что чем больше величина функциональной избыточности, тем более пологая $F_c(t)$ и тем медленнее она растет при малых значениях t. Ограничиваясь первым членом ряда Маклорена для $F=F(t|\alpha,\beta)=\left(1-e^{-\alpha t}\right)^{\beta}$, получим $F\approx\left(1-(1-\alpha t)\right)^{\beta}=(\alpha t)^{\beta}$, $t\to 0$.

В двойных логарифмических координатах $\ln F=\beta\ln\alpha+\beta\ln t$ величина β есть угловой коэффициент линейного участка графика зависимости $\ln F$ от $\ln t$. Его значение носит характер фрактальной размерности. Поскольку большая система приобретает свойства, не присущие ее элементам, то и сложность решаемых задач выходит за рамки тех определений, которые использовались при ее конструировании. Также и понятие функциональной избыточности имеет другую категорию, чем параллельное дублирование элементов.

Для начального приближения значений β и α составим таблицу $x_i=\ln t_i \,|\, y_i=\ln F_i$. Параметры a_0 и a_1 прямой линии $y=a_0+a_1x$ получаем из минимума суммы квадратов отклонений. Для их определения решаем систему линейных уравнений. Их матричная форма имеет вид

$$\begin{pmatrix} N & \sum x & \sum y \\ \sum x & \sum x^2 & \sum xy \end{pmatrix},$$

где N – число строк в таблице $x_i = \ln t_i \,\big|\, y_i = \ln F_i$.

Далее последовательно находим:

$$\Delta = N \cdot \sum x^2 - \left(\sum x\right)^2,$$

$$\Delta_0 = \left(\sum y\right)\left(\sum x^2\right) - \left(\sum x\right)\left(\sum xy\right),\ \Delta_1 = N \cdot \sum xy - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right),$$

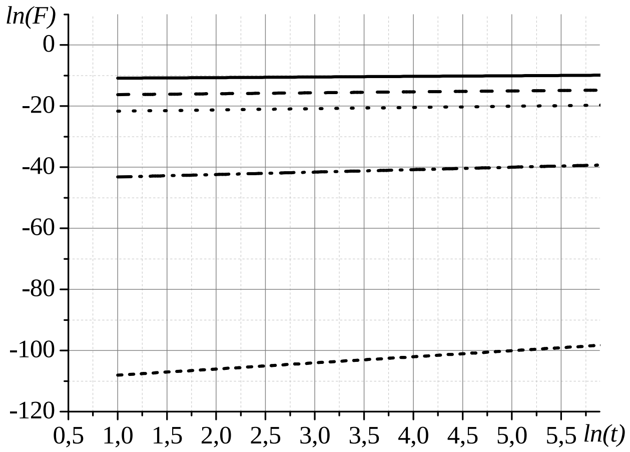
$$a_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta},\ a_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}.$$

Для получения $\neg$ и ª составим систему

$$\begin{cases} a_0 = \neg \cdot \ln \text{ª}, \\ a_1 = \neg. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \neg = a_1, \\ \text{ª} = \exp\left\{\dfrac{a_0}{a_1}\right\}. \end{cases}$$

Отсюда получаем оценки значений $\neg$ и ª ($\tilde{\neg}$ и $\tilde{\text{ª}}$): $\tilde{\neg} = a_1$, $\tilde{\text{ª}} = e^{a_0/a_1}$.

Практическое использование этого факта состоит в возможности сделать предварительную оценку параметров ª и $\neg$. На рис. 5 представлены графики зависимости $\ln(F)$ от $\ln(t)$ для данных из таблицы 1.



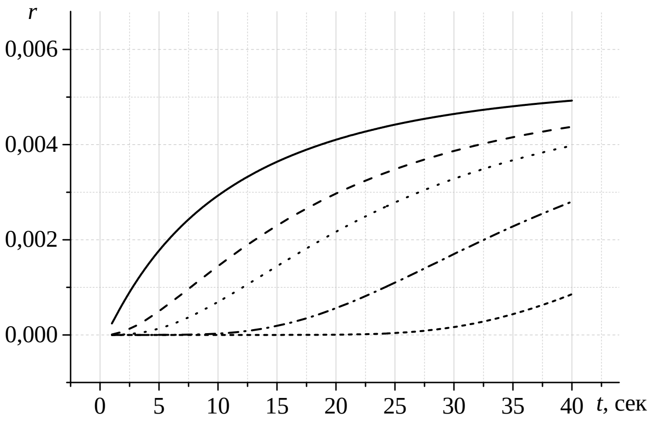
Количество серверов: 2; 3; 4; 8; 20

Рис. 5

Как было показано выше, в общем случае интенсивность отказов равна

$$r(t) = \frac{\text{ª}\neg \cdot e^{-\text{ª}t}\left(1 - e^{-\text{ª}t}\right)^{\neg - 1}}{1 - \left(1 - e^{-\text{ª}t}\right)^{\neg}}.$$

При $\neg = 1$ без резервирования интенсивность отказов постоянна $r(t) = \text{ª}$. Вначале при малых значениях t интенсивность отказов мала. При возрастании времени эксплуатации большой системы интенсивность отказов растёт, что хорошо согласуется с физическим смыслом. На рис. 6 приведена зависимость интенсивности отказов системы от времени для схем, представленных в таблице 1.



Количество серверов: —— 2; - - - - 3; · · · · · 4; -·-·- 8; -------- 20

Рис. 6

При неограниченном возрастании времени кривая $r(t)$, оставаясь выпуклой вверх, растёт, насыщаясь до некоторого предела. Найдём его при $t \to \infty$:

$$r(t) \to \frac{ª¬ \cdot e^{-ªt} \cdot \left(1-(¬-1) \cdot e^{-ªt}\right)}{1-\left(1-¬ \cdot e^{-ªt}\right)} = ª\left(1-\frac{¬-1}{e^{ªt}}\right) \to ª.$$

Таким образом, величина $ª = \sup\limits_{\{t\}} r(t)$ является точной верхней гранью для интенсивности отказов.

Использование простейшего потока отказов не является обязательным требованием и носит чисто иллюстративный характер. Использование данной методики правомерно для описания модели отказов как для потоков Эрланга, так и для схем элементов с распределением времени до отказа, описываемым другими функциями, например Вейбулла или логнормальным законами. Покажем на примере схемы из 2 web-серверов и 2 СУБД результаты аппроксимации функции распределения отказов системы обобщённой функцией.

В таблице 2 приведены параметры функций распределения отказов элементов системы и результаты аппроксимации при исходных распределениях по закону Вейбулла: $F(t) = 1-\exp\left(-\sim \cdot t^{r}\right)$.

Таблица 2

$\sim_1[1]$	$r_1[1]$	$\sim_1[2]$	$r_1[2]$	$\sim_2[1]$	$r_2[1]$	$\sim_2[2]$	$r_2[2]$	$ª \cdot 10^4$	$¬$
0,001	0,6	0,001	0,6	0,005	0,8	0,005	0,8	0,9316	1,3497

На рис. 7 представлены результаты расчёта функции распределения времени до отказа системы и аппроксимация её обобщённой функцией с параметрами из таблицы 2.

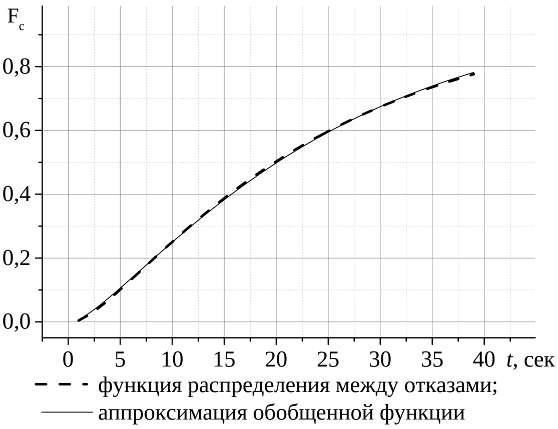


Рис. 7

Приведенные результаты по оценке функциональной избыточности и асимптотической интенсивности отказов системы позволяют выйти на экономически обоснованные требования к параметрам проектируемых систем. Суммарные потери Π при построении систем и их эксплуатации складываются из двух составляющих $\Pi = \Pi_1 + \Pi_2$, где первое слагаемое определяется степенью надёжности и пропорционально величине функциональной избыточности, а второе слагаемое – это потери от отказов системы, пропорциональные вероятности отказов. Таким образом, общие потери равны

$$\Pi = \Pi(\neg, ^{a}) = \neg C_1 + (1 - F_c) C_2 ,$$

где C_1 – удельная стоимость увеличения функциональной избыточности, C_2 – виртуальные потери прибыли от отказов в услугах клиентов, F_c – значение функции распределения отказов системы за время морального старения её элементов.

Первое слагаемое возрастает с ростом функциональной избыточности, второе – убывает. Минимальное значение потерь достигается при оптимальных значениях параметров закона распределения отказов системы, которые обеспечиваются выбором элементов при проектировании.

Отдельным этапом при обосновании проекта системы должен стать анализ полученной функции потерь с целью её минимизации.

Таким образом, проведенные исследования позволили определить зависимость интенсивности отказов от времени наработки на отказ для сложных технических информационных систем с наличием множества перекрёстных связей между серверами и различными способами осуществления взаимодействия между ними и показали ограниченность изменения интенсивности отказов во времени.

Это позволяет значительно упростить определение предварительной оценки надёжности на этапе исследовательского анализа системы.

1. *Ковалёв А. П.* Анализ и расчёт надёжности сложных структур с использованием ЭВМ / *А. П. Ковалёв, А. В. Соленый*. – http://masters.donntu.edu.ua/2011/etf/soleniy/library/
2. *Острейковский В. А.* Теория надежности : учеб. для вузов / *В.А. Острейковский*. – М. : Высшая школа, 2003. – 463 с.
3. *Барлоу Р.* Математическая теория надёжности / *Р. Барлоу, Ф. Прошан*. – М. : Советское радио, 1969. – 488 с.

4. *Диллон Б.* Инженерные методы обеспечения надежности систем ; пер. с англ. / *Б. Диллон, Ч. Синг.* – М. : Мир, 1984. – 318 с.
5. *Половко А. М.* Основы теории надежности : практикум / *А. М. Половко, С. В. Гуров.* – СПб : БХВ – Петербург, 2006. – 560 с.
6. *Решетов Д. Н.* Надежность машин : учеб. пособие для машиностр. спец. вузов под ред. Д. Н. Решетова / *Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев.* – М. : Высшая школа, 1988. – 238 с.
7. *Пожидаев В. Ф.* К вопросу об аналитической оценке надёжности информационной системы / *В. Ф. Пожидаев, П. И. Заболотный, М. И. Кохановский* // Техническая механика. – 2012. – № 4. – С. 76 – 81.
8. *Хазов Б. Ф.* Справочник по расчету надежности машин на стадии проектирования / *Б. Ф. Хазов, Б. А. Дидусев.* – М. : Машиностроение, 1986. – 224 с.
9. *Козлов Б. А.* Справочник по расчёту надёжности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики / *Б. А. Козлов, Н. А. Ушаков.* – М. : Советское радио, 1975. – 472 с.
10. *Рябинин И. А.* Основы теории и расчёта надёжности судовых электроэнергетических систем. 2-е изд. / *И. А. Рябинин.* – Л. : «Судостроение», 1971. – 456 с.
11. Надёжность систем электроснабжения / *В. В. Зорин, В. В.Тисленко, Ф. Клеппель, Г. Адлер.* – Киев : Вища школа, 1984. – 192 с.
12. *Байхельт Ф.* Надёжность и техническое обслуживание. Математический подход / *Ф. Байхельт, П. Франкен.* – М. : Радио и связь, 1988. – 392 с.
13. *Пожидаев В. Ф.* Прикладные задачи математической статистики / *В. Ф. Пожидаев.* – Луганск : Издательство ВУГУ, 1998. – 153 с.

Институт технической механики
НАН Украины и ГКА Украины,
Днепропетровск,

Восточноукраинский
национальный университет
им. В. Даля,
Луганск

Получено 27.01.14,
в окончательном варианте 13.03.14