УДК 539.376

И. А. ДОЯР

СТОХАСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ДИАГРАММ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Институт технической механики
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: ivandoyar90@gmail.com

Целью данной работы является разработка стохастического метода базовых диаграмм (СМБД), который предназначен для экстраполяции длительной прочности конструкционных материалов на сроки службы, превышающие на несколько порядков длительность экспериментов. Данный метод учитывает случайную природу длительной прочности материалов и рассматривает гипотетическое значение напряжения при выбранной долговечности как абсолютно непрерывную случайную величину, что делает его более корректным с физической точки зрения по сравнению с известными детерминированными методами и определяет его научную новизну. Разработана методика идентификации неизвестных параметров метода, которая основана на статистической обработке диаграмм длительной прочности и использовании методов регрессионного анализа. Показано, что теоретические результаты, полученные с помощью данного метода, хорошо согласуются с результатами экспериментов на длительную прочность образцов из нержавеющей стали 18Cr-8Ni. СМБД может быть использован для прогнозирования времени до разрушения некоторых конструкционных материалов, которые широко используются в машиностроении, атомной и ракетной технике, а также при разработке стандартов, методических рекомендаций в области оценки долговечности конструкционных материалов в условиях ползучести.

Метою даної роботи є розробка стохастичного методу базових діаграм (СМБД), який призначено для екстраполяції тривалої міцності конструкційних матеріалів на терміни служби, що перевищують на декілька порядків тривалість експериментів. Даний метод враховує випадкову природу тривалої міцності матеріалів і розглядає гіпотетичне значення напруження при вибраній довговічності як абсолютно неперервну випадкову величину, що робить його більш коректним з фізичної точки зору у порівнянні з відомими детермінованими методами і визначає його наукову новизну. Розроблено методику ідентифікації невідомих параметрів методу, яку засновано на статистичній обробці діаграм тривалої міцності і використанні методів регресійного аналізу. Показано, що теоретичні результати, отримані за допомогою даного методу, добре узгоджуються з результатами експериментів на тривалу міцність зразків з нержавіючої сталі 18Cr-8Ni. СМБД може бути використано для прогнозування часу до руйнування деяких конструкційних матеріалів, які широко використовуються в машинобудуванні, атомній і ракетній техніці, а також при розробці стандартів, методичних рекомендацій в області оцінки довговічності конструкційних матеріалів в умовах повзучості.

The research objective is to develop a stochastic method of basic diagrams for extrapolation of a long-term strength of structural materials to the lives exceeded the experiment duration by several orders. This method takes into account a random character of a long-term strength of materials and considers a hypothetic stress value as a totally analogue random quantity for a chosen life. Physically, it results in a gross correctness in comparison with the known deterministic methods, and the research novelty. Based on stochastic processing the long-term strength diagrams and methods of a regression analysis, the technique for identifying the unknown parameters of the method is developed. It was concluded that the theoretical results, obtained with this method, are in a good agreement with the long-strength experiments with samples made from the 18Cr-8Ni stainless steel. The above method can be used to predict the failure time of several structural materials that are widely employed for machine-building, nuclear engineering and rocket technology, as well as in the development of standards, methodic recommendations for evaluating the structural materials lives in creep.

Ключевые слова: *разрушение, длительная прочность, метод базовых диаграмм, время до разрушения, вероятностное распределение.*

В настоящее время для обоснованного назначения срока эксплуатации конструкций, работающих в экстремальных условиях, особую важность представляет вопрос разработки методов экстраполяции длительной прочности различных классов конструкционных материалов, исходя из экспериментальных данных ограниченной продолжительности [1 – 3]. Для аппроксимации диаграмм длительной прочности в определенных диапазонах напряжений и температур широко используются известные параметрические методы

[4 – 6], однако их применение для экстраполяции на большие времена весьма ограничено [7]. Целью данной работы является разработка метода экстраполяции длительной прочности некоторых конструкционных материалов, который учитывает вероятностную природу разрушения и позволяет прогнозировать вероятностное распределение напряжения при заданной долговечности.

Одним из известных детерминированных методов, предназначенных для экстраполяции длительной прочности конструкционных материалов, является метод базовых диаграмм (МБД), предложенный в [8].

В основе МБД лежит понятие базовых диаграмм деформирования, заданных соотношением [9]

$$\lg(\tilde{\sigma}) = 3{,}6 - p \cdot \left[\; 12 + \lg(t) + 0{,}1 \cdot \lg^2(t) \;\right], \tag{1}$$

где p – числовой параметр, который определяет прохождение диаграммы через точку (σ, t), с которой осуществляется экстраполяция; t – время, час; $\tilde{\sigma}$ – экстраполированное значение напряжения, МПа.

Метод базовых диаграмм предполагает, что константы, используемые в соотношении (1), могут быть получены путем обработки нескольких сотен диаграмм длительной прочности.

Предположим, что из экспериментов на длительную прочность известны величины напряжений σ_i и долговечностей t_i $(i = 1,2,...,n)$ при фиксированных температурах T_k $(k = 1,2,...,m)$.

Отрезки диаграммы длительной прочности $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, …, $A_{n-1} A_n$ строятся на основе известных экспериментальных данных, а отрезок $A_n A_{n+1}$ рассчитывается на основании алгоритма МБД, причем с точки $A_n = (\sigma_n, t_n)$ осуществляется прогнозирование, а $A_{n+1} = (\sigma_{n+1}, t_{n+1})$ является точкой, для которой экстраполируется величина напряжения при заданной долговечности.

Для выбранных участков $A_i A_j$ диаграммы длительной прочности по экспериментальным данным рассчитываются характеристики β_{ij}

$$\beta_{ij} = \frac{\sigma_i - \sigma_j}{\sigma_i - \tilde{\sigma}_j}, \tag{2}$$

где $i = 1,2,...,n-1$; $j = 2,3,...,n$; $i \neq j$ и определяется усредненное значение β для некоторого диапазона напряжений и температур

$$\beta = \frac{1}{n} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{n} \beta_{ij}. \tag{3}$$

Погрешность экстраполяции в процентах для любого отрезка $A_i A_j$ определяется с помощью следующего соотношения

$$\Delta_{ij} = \frac{\tilde{\sigma}_j - \sigma_j}{\sigma_j} \times 100\%. \tag{4}$$

Максимальная погрешность по напряжению согласно одному из предположений данного метода не должна превышать 10 %. Поэтому необходимо корректно определять соответствующие диапазоны напряжений и температур, в пределах которых выполняется это условие.

В работе [7] предложен модифицированный метод базовых диаграмм (ММБД), использующий линейную зависимость между характеристиками $\beta_{i,n}$, Δ_{in}

$$\beta_{i,n} = \frac{\lg(\sigma_i) - \lg(\tilde{\sigma}_n)}{\lg(t_n) - \lg(t_i)}, \tag{5}$$

$$\Delta_{in} = \lg(\sigma_n) - \lg(\tilde{\sigma}_n), \tag{6}$$

где t_i , t_n – время, час; σ_i , σ_n – величины напряжений, МПа; $\tilde{\sigma}_n$ – экстраполированное значение напряжения, МПа.

В двойных логарифмических координатах эта зависимость запишется в следующем виде

$$\lg(\sigma_n) = k \cdot \beta_{i,n} + d + \lg(\tilde{\sigma}_n), \tag{7}$$

где k, d – неизвестные коэффициенты.

Поскольку МБД и ММБД являются детерминированными, то они позволяют прогнозировать лишь точечную оценку предела длительной прочности материала при его фиксированной долговечности.

Однако, учитывая случайную природу длительной прочности, с физической точки зрения корректнее рассматривать экстраполированное значение напряжения при выбранной долговечности как абсолютно непрерывную случайную величину, которая, как известно, принимает любое наперёд заданное значение с нулевой вероятностью. В связи с этим для экстраполяции длительной прочности конструкционных материалов в работе предлагается стохастический метод базовых диаграмм (СМБД), который является обобщением ММБД.

В СМБД будем считать, что k – нормально распределенная случайная величина, а d – детерминированная величина.

Обозначим через $N(\mu_k, s_k^2)$ распределение случайной величины k, где μ_k – математическое ожидание, s_k^2 – дисперсия.

В общем случае параметры распределения случайной величины k и детерминированной величины d зависят от температуры.

Из уравнения (7), используя метод наименьших квадратов (МНК), по экспериментальным данным находим оценки параметров k, d

$$\hat{k} = \frac{N \cdot \sum_{i=1}^{N} \beta_{in} \lg(\sigma_n) - \sum_{i=1}^{N} \lg(\sigma_n) \cdot \sum_{i=1}^{N} \beta_{in}}{N \sum_{i=1}^{N} \beta_{in}^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} \beta_{in} \right)^2}, \tag{8}$$

$$\hat{d} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \lg(\sigma_n) - N\sum_{i=1}^{N} \beta_{in}}{N} - \lg(\tilde{\sigma}_n). \qquad (9)$$

Будем считать, что $d = \hat{d}$, тогда выражение для выборочного вектора $\tilde{k}$ определится как

$$\tilde{k} = \frac{\lg(\sigma_n) - \lg(\tilde{\sigma}_n) - d}{\beta_{i,n}} \quad . \qquad (10)$$

Несмещенные и состоятельные оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины k при фиксированном значении T находятся с помощью соотношений:

$$\hat{\mu}_{k,T} = \frac{1}{N_T}\sum_{i=1}^{N_T} k_i, \qquad (11)$$

$$\hat{s}^2_{k,T} = \frac{1}{N_T - 1}\sum_{i=1}^{N_T} \left(k_i - \hat{\mu}_{k,T}\right)^2, \qquad (12)$$

где N_T – количество экспериментов, которые соответствуют данному значению температуры T.

При слабой линейной корреляции параметра d с температурой T и слабых линейных корреляциях параметров распределения случайной величины k с температурой T оценки соответствующих параметров определяются следующим образом

$$\hat{d} = \frac{1}{N_{(T)}}\sum_{i=1}^{N_{(T)}} \hat{d}_T, \qquad (13)$$

$$\hat{\mu}_k = \frac{1}{N_{(T)}}\sum_{i=1}^{N_{(T)}} \hat{\mu}_{k,T}, \qquad (14)$$

$$\hat{s}^2_k = \frac{1}{N_{(T)}}\sum_{i=1}^{N_{(T)}} \tilde{s}_{k,T}, \qquad (15)$$

где $N_{(T)}$ – количество различных экспериментальных значений температуры T.

При условии сильной корреляции одного из вышеприведенных параметров с температурой, в качестве его оценки предпочтительнее рассматривать линейную зависимость или зависимости более высоких порядков от температуры.

Рассмотрим произвольную пару значений (σ_{n+1}, t_{n+1}), где t_{n+1} – фиксированное время, на которое нужно осуществить экстраполяцию длительной прочности, σ_{n+1} – прогнозируемое значение напряжения, (σ_n, t_n) представляет собой точку на диаграмме длительной прочности, с которой осуществляется экстраполяция.

Тогда соотношение (7) примет вид

$$\lg(\sigma_{n+1}) = k \cdot \beta_{n,n+1} + d + \lg(\tilde{\sigma}_{n+1}) \,. \tag{16}$$

Функция распределения случайной величины σ_{n+1} будет иметь вид

$$F_{\sigma_{n+1}}(x) = P\{\sigma_{n+1} < x\} = P\{\ \lg(\sigma_{n+1}) < \lg x\} = F_k\left(\frac{\lg x - d - \lg(\tilde{\sigma}_{n+1})}{\beta_{n,n+1}}\right), \tag{17}$$

где $F_k(x)$ – функция распределения случайной величины k.

Для плотности распределения случайной величины σ_{n+1} имеет место следующее соотношение

$$f_{\sigma_{n+1}}(x) = \frac{1}{\beta_{n,n+1} \cdot x \cdot \ln 10} \cdot f_k\left(\frac{\lg x - d - \lg(\tilde{\sigma}_{n+1})}{\beta_{n,n+1}}\right), \tag{18}$$

где $f_k(x)$ – плотность распределения случайной величины k.

Для оценки применимости предложенного метода проведем сравнение теоретических расчетов с результатами испытаний на длительную прочность образцов из стали 18Cr-8Ni [10].

Оценки детерминированного параметра d и параметров распределения случайной величины k при разных значениях температуры T представлены в табл. 1.

Таблица 1

Температура T, ºC	$\hat{d}$	$\hat{\mu}_{k,T}$	$\hat{s}^2_{k,T}$
600	0,12	-0,59	0,02
650	0,16	-0,76	0,03
700	0,2	-1,17	0,09
750	1,16	-5,79	0,01

Исследуем наличие линейной зависимости между значениями оценок соответствующих параметров и значениями температуры.

На рис. 1 – 3 представлены соответственно графики этих гипотетических зависимостей вместе со значениями линейных коэффициентов корреляции Пирсона и уравнениями линий регрессии. Точками обозначены оценки параметров $\hat{d}$, $\hat{\mu}_{k,T}$ и $\hat{s}^2_{k,T}$ соответственно для каждого значения температуры T.

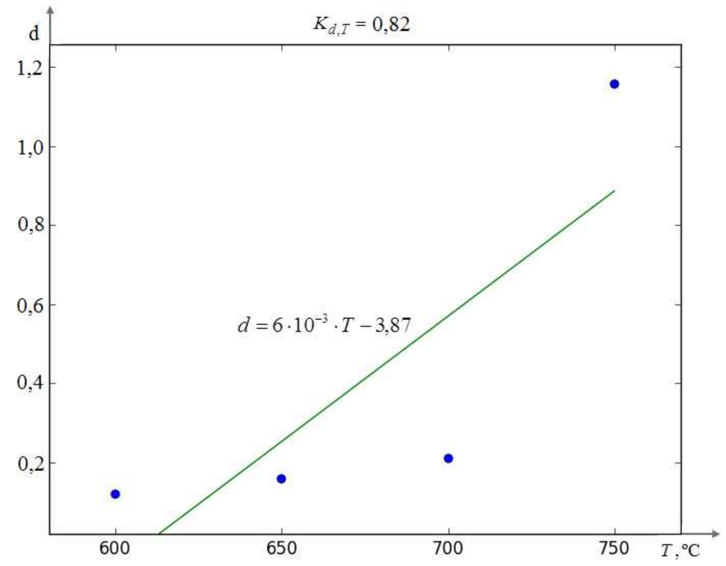

Рис. 1– Зависимость неизвестного коэффициента d от температуры T для стали 18Cr-8Ni

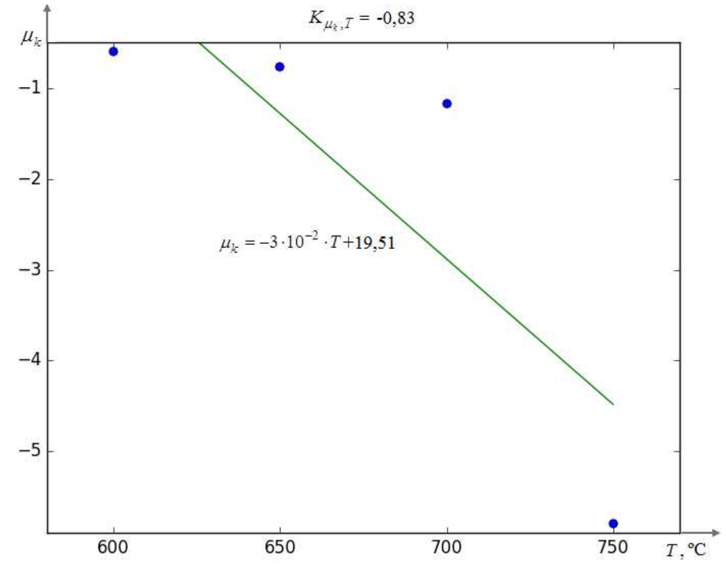

Рис. 2 – Зависимость неизвестного коэффициента μ_k от температуры T для стали 18Cr-8Ni

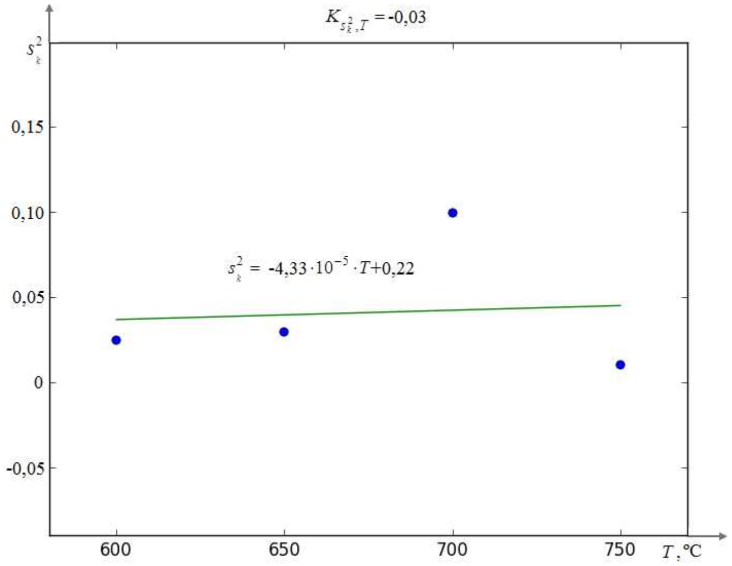

Рис. 3 – Зависимость неизвестного коэффициента s_k^2 от температуры T для стали 18Cr-8Ni

Как видно из рис. 1 – 3, имеет место сильная линейная корреляция между величинами d, μ_k и температурой T и, соответственно, слабая линейная корреляция между величиной s_k^2 и температурой T.

Далее в качестве оценок параметров d, μ_k будем использовать найденные линейные зависимости (19) – (20), а в качестве оценки параметра s_k^2 – усредненное значение (21) из табл. 2

$$d = 6 \cdot 10^{-3} \cdot T - 3{,}87\,, \tag{19}$$

$$\mu_k = -3 \cdot 10^{-2} \cdot T + 19{,}51\,, \tag{20}$$

$$s_k^2 = 19 \cdot 10^{-2}\,. \tag{21}$$

В табл. 2 представлены экспериментальные и расчетные значения основных вероятностных характеристик распределения напряжения σ_j, выраженные в МПа, при фиксированной долговечности.

Таблица 2

Температура T, °С	Экспериментальное напряжение σ_i, МПа	Экспериментальное время до разрушения t_i, час	Параметры распределения экстраполируемого напряжения σ_j, МПа	Экспериментальное экстраполируемое время до разрушения t_j, час	Порядок экстраполяции $\lg(t_j / t_i)$	Экспериментальное экстраполируемое напряжение σ_j, МПа
600	216	219	98,92; 5,2	74753,6	2,53	108
650	177	59,7	63,72; 4,01	63534,9	3,02	69
700	98	622,5	45,16; 5,93	46947,1	1,88	41
750	78	241,9	44,27; 1,93	11507,5	1,68	47

Как видно из таблицы 2, теоретические результаты по напряжению хорошо согласуются с экспериментальными данными, причем для каждого экспериментального значения температуры были выбраны такие две экспериментальные пары (σ_i, t_i), (σ_j, t_j), для которых порядок экстраполяции достигал своего наибольшего значения.

На рис. 4 и 5 соответственно представлены графики функции и плотности распределения напряжения σ при долговечности $t_p = 74753{,}6$ часов и температуре $T = 600$ °С.

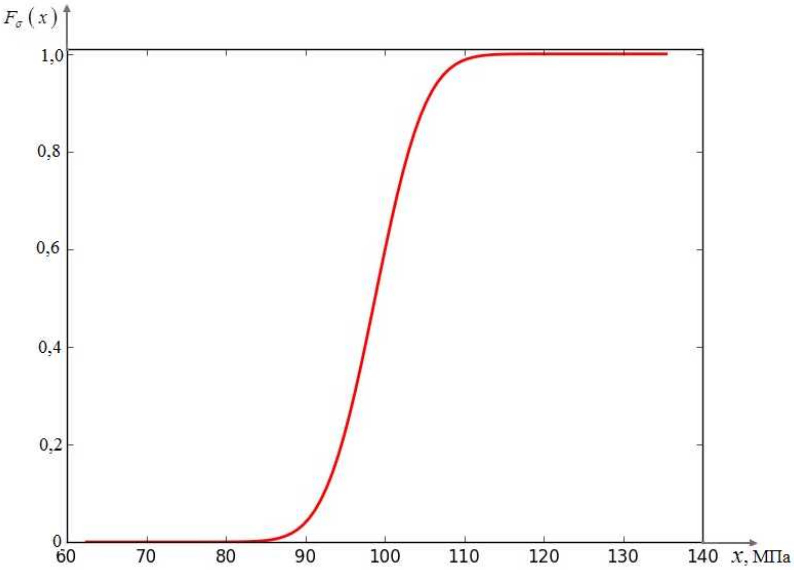

Рис. 4 – Функция распределения напряжения σ при долговечности $t_p = 74753{,}6$ часов и температуре $T = 600$ °С для стали 18Cr-8Ni

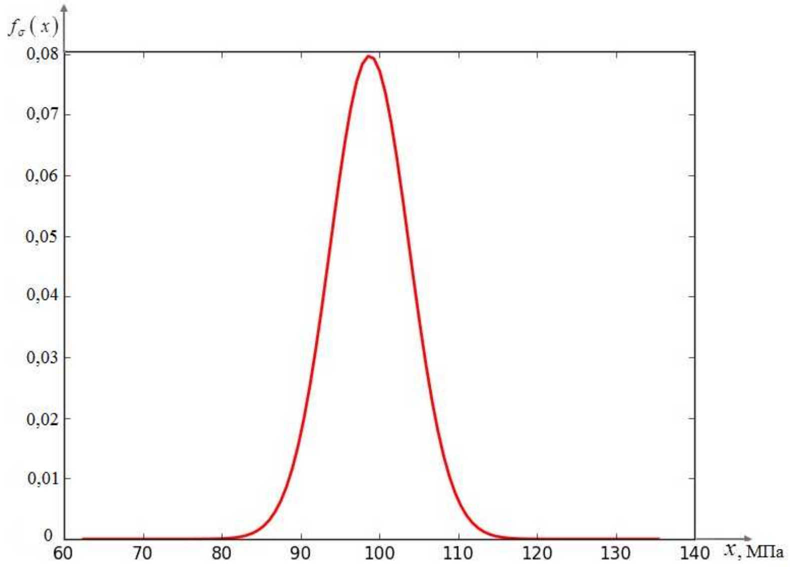

Рис. 5 – Плотность распределения напряжения σ при долговечности $t_p = 74753{,}6$ часов и температуре $T = 600$ °С для стали 18Cr-8Ni

Результаты прогнозирования длительной прочности стали 18Cr-8Ni с помощью СМБД и других известных детерминированных методов представлены в табл. 3.

Таблица 3

Температура, °С	Порядок прогнозирования	Прогнозируемые значения напряжений при фиксированной долговечности для стали 18Cr-8Ni при использовании следующих методов, МПа					
		Экспер. значения	СМБД	МБД	Мэнсона–Саккопа	Ларсона–Миллера	Орра–Шерби–Дорна
600	2,533	108	98,92	95	101	102,5	100,25
650	3,027	69	63,72	59,4	70,56	75,48	74,49
700	1,877	41	45,16	44,93	46,75	47,22	47,66
750	1,677	47	44,27	37,76	39,35	38,12	37,53

Как видно из таблицы 3, в большинстве случаев стохастический метод базовых диаграмм имеет преимущества по точности прогнозирования перед известными параметрическими методами, а с физической точки зрения он более корректный по сравнению с детерминированным методом базовых диаграмм, поскольку учитывает случайную природу длительной прочности и позволяет прогнозировать при выбранной долговечности не «усредненное» напряжение, а его вероятностное распределение.

Выводы. Предложен стохастический метод базовых диаграмм, который предназначен для экстраполяции длительной прочности конструкционных материалов на сроки службы, превышающие длительность экспериментов на несколько порядков. По заданным экспериментальным данным испытаний на длительную прочность образцов из стали 18Cr-8Ni проведены расчеты основных вероятностных характеристик распределения напряжений при фиксированных долговечностях. Проверена адекватность разработанного метода экспериментальным данным испытаний на длительную прочность образцов из нержавеющей стали 18Cr-8Ni. Данный метод может быть использован для экстраполяции диаграмм длительной прочности некоторого класса конструкционных материалов, которые широко используются в машиностроении, атомной, ракетной, аэрокосмической отрасли, а также при разработке стандартов, методических рекомендаций и других документов в области оценки долговечности конструкционных материалов в условиях ползучести.

1. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций . М.: Наука, 1966. 752 с.
2. *Пошивалов В. П.* Об одном подходе к определению времени до разрушения в условиях ползучести. Проблемы машиностроения и надежности машин. 1993. №3. С. 56 – 60.
3. *Doyar I., Poshyvalov V.* Development of a stochastic model of failure of structural materials in creep at hardening stage. Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2016. № 3 (5). С. 25 – 31.
4. *Manson S. S., Haferd A. M.* A linear time-temperature relation for extrapolation of creep and stress rupture data. NASA TN 2890. 1953.
5. *Larson F. R., Miller J.* Time-temperature relationship for rupture and creep stresses. Trans. ASME. 1952. V.74. P. 765 – 775.
6. *Orr R. L., Sherby O. D., Dorn J. E.* Correlation of rupture data for metals at elevated temperatures. Trans. ASM. 1954. V.46. P. 113 – 128.
7. *Кучер Н. К., Приходько Р. П.* Метод екстраполяції діаграм тривалої міцності жароміцних матеріалів. Вісник ТНТУ. 2013. № 2. С. 84 – 93.
8. *Кривенюк В. В., Авраменко Д. С., Приходько Р. П.* Корреляция и экстраполяция результатов испытаний на длительную прочность хромоникелевых и хромомолибденовых сталей. Ресурс, надежность и безопасность теплосилового оборудования электростанций: сб. докл. /под. ред. Е. А. Гриня. М., 2011. С. 127 – 134.
9. *Кривенюк В. В.* Прогнозирование высокотемпературной ползучести и длительной прочности. Прочность материалов и конструкций: серия монографий /под ред. В. Т. Трощенко. Киев: Институт проблем прочности им. Г. С. Писаренко НАН Украины, 2012. Т. 5. 752 с.
10. Data sheets on the elevated-temperature properties of 18Cr-8Ni steel. NRIM Creep Data Sheet. 1986. № 4B. 32 p.

Получено 25.05.2017,
в окончательном варианте 19.06.2017