УДК 629.7 https://doi.org/10.15407/itm2024.02.003

А. П. АЛПАТОВ, Ю. М. ГОЛЬДШТЕЙН

МЕТОДИКА БАЛІСТИЧНОГО ПЛАНУВАННЯ МІСІЙ НИЗЬКООРБІТАЛЬНОГО СЕРВІСНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ З МАЛОЮ ПОСТІЙНОЮ ТЯГОЮ РУШІЙНИХ СИСТЕМ

Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: aalpatov@ukr.net; jura_gold@meta.ua

Сучасний етап розвитку космонавтики характеризується підвищеним інтересом до розробки, розгортання та експлуатації низькоорбітальних супутникових угруповань (НСУ) для дистанційного зондування Землі і навколоземного простору у військових та цивільних цілях і забезпечення глобального та регіонального супутникового зв'язку. Космічні ракети-носії багаторазового використання суттєво знизили вартість виведення супутників на орбіти. Завдяки цьому супутникові оператори розробляють і розгортають великомасштабні НСУ з різноманітною орбітальною структурою і великою чисельністю космічних апаратів (КА). За існуючими оцінками, понад 70 % з усіх діючих супутників працюють на низьких навколоземних орбітах (ННО) на висотах від 160 км до 2 000 км. Оскільки супутники на ННО, як правило, набагато дешевші, ніж супутники на геостаціонарних орбітах, вони не були основним об'єктом досліджень стосовно можливостей проведення їх орбітального сервісного обслуговування (ОСО). Проте використання ОСО на ННО має перспективу зростання. На теперішній час вже розроблено і продовжується розробка методик для балістичного планування місій низькоорбітального сервісного обслуговування. До недоліків наближених методик належить використання спрощених моделей динаміки польоту. Більшість існуючих точних методик базуються на використанні повних математичних моделей динаміки польоту і методу стрільби для розв'язку крайової задачі міжорбітального перельоту. Використання методу стрільби потребує завдання досить точного початкового наближення, яке важко визначити. Для отримання другого наближення використовують, головним чином, методи оптимізації, які не завжди приводять до глобального мінімуму. У зв'язку із цим виникає потреба в розробці нових методик, які позбавлені перелічених недоліків. Метою статті є розробка методики балістичного планування місій низькоорбітального сервісного обслуговування з рушійними системами малої постійної тяги. Методика включає в себе визначення перспективних для проведення ОСО областей ННО, математичну модель динаміки збурених низькоорбітальних перельотів ОСО в модифікованих рівноденних змінних і алгоритм розв'язку крайової задачі з параметрами для визначення керуючих параметрів орбіт збурених низькоорбітальних перельотів ОСО. Методами розв'язку задачі є методи статистичного аналізу, динаміки польоту, стрільби, генетичної оптимізації і математичного моделювання. Новизна отриманих результатів полягає у визначенні перспективних для проведення ОСО областей ННО, розробці математичної моделі динаміки в модифікованих рівноденних змінних і алгоритм визначення керуючих параметрів орбіт збурених низькоорбітальних перельотів ОСО. Результати роботи можуть бути використані при обґрунтуванні і плануванні місій ОСО на ННО та формуванні вимог до рушійних систем низькоорбітальних місій ОСО.

Ключові слова: *модифіковані рівноденні змінні, генетичний алгоритм оптимізації, метод стрільби, орбітальне сервісне обслуговування, мала тяга.*

The current stage of space development is characterized by an increased interest in the development, deployment and operation of low satellite constellations (LSC) for remote sensing of the earth and near-Earth space for military and civilian purposes and for global and regional satellite communications. Reusable space launch vehicles have significantly reduced the cost of launching satellites into orbit. As a result, satellite operators are developing and deploying large-scale LSC with a diverse orbital structure and a large number of spacecraft (SC). According to current estimates, more than 70% of all operating satellites operate in low Earth orbit (LEO) at altitudes between 160km and 2,000 km. Since LEO satellites are generally much cheaper than satellites in geostationary orbits, they have not been the main focus of research on the possibilities of conducting on-orbit service maintenance (OOS). However, the use of LEO OOS has growth prospects. Techniques for ballistic planning of LEO OOS missions have been and are being developed. The disadvantages of approximate techniques include the use of simplified flight dynamics models. Most of the existing exact techniques are based on the use of full mathematical models of flight dynamics and the shooting method to solve the boundary value problem of an interorbital flight. Using the shooting method requires setting a sufficiently accurate initial approximation, which is difficult to determine. To obtain a second approximation, optimization methods are mainly used, which do not always lead to a global minimum. In this regard, there is a need to develop new techniques that are free from the above disadvantages. The purpose of the article is to develop the technique for ballistic planning of low-orbit service missions with low constant thrust propulsion systems. The methodology includes the identification of promising LEO OOS areas, the mathematical model of dynamics of the orbits of disturbed OOS flights in equinoctial orbital elements, and an algorithm for determining the control parameters of the orbits of disturbed OOS flights. The methods used to solve the problem are statistical analysis, flight dynamics, shooting, genetic optimization, and mathematical modeling. The novelty of the obtained results lies in the identification of promising areas of LEO for conducting OOS, the development of a mathematical model of dynamics in equinoctial orbital elements and an algorithm for determining the control parameters of the orbits of disturbed low-orbit OOS flights. The results of the work can be used in the justification and planning of LEO OOS missions and the formation of requirements for propulsion systems for LEO missions.

Keywords: *equinoctial orbital elements, genetic optimization algorithm, shooting method, on- orbit service, low thrust.*

Вступ. Сучасний етап розвитку космонавтики характеризується підвищеним інтересом до розробки, розгортання та експлуатації низькоорбітальних супутникових угруповань (НСУ) для дистанційного зондування Землі і навколоземного простору у військових та цивільних цілях і забезпечення глобального та регіонального супутникового зв'язку. Космічні ракети-носії багаторазового використання суттєво знизили вартість виведення супутників на орбіти. Завдяки цьому супутникові оператори розробляють і розгортають великомасштабні НСУ з різноманітною орбітальною структурою і великою чисельністю космічних апаратів (КА). Найбільш показовим прикладом таких розробок є Starlink компанії SpaceX, яка планує побудувати НСУ високошвидкісної, великої пропускної здатності космічної глобальної системи зв'язку з низькою затримкою сигналів. Побудова аналогічних НСУ планується в КНР та ЄС. Серед інших НСУ доцільно відзначити OneWeb, Iridium Next і Globalstar. Крім того, компанії Samsung, Boeing, Telesat і Amazon запропонували свої проєкти НСУ.

Різним вимогам до НСУ відповідає ціла низка конфігурацій їх орбітальної структури з різною кількістю орбітальних площин, що рівномірно розподілені за довготою висхідного вузла (ДВВ) на дугах 180° або 360°. У більшості конфігурацій геометрія НСУ повинна бути незмінною при дії орбітальних збурень. Для забезпечення однакового впливу орбітальних збурень, орбіти супутників НСУ обираються однаковими за висотою, ексцентриситетом і нахилом.

За існуючими оцінками [1] понад 70 % з усіх діючих супутників працюють на низьких навколоземних орбітах (ННО) на висотах від 160 км до 2 000 км. Оскільки супутники на ННО, як правило, набагато дешевші, ніж супутники на геостаціонарних орбітах, вони не були основним об'єктом досліджень стосовно можливостей проведення їх орбітального сервісного обслуговування (ОСО). Проте використання ОСО на ННО має перспективу зростання [2, 3]. Аналіз можливостей застосування сервісних космічних апаратів (СКА) з електричними ракетними двигунами (ЕРД) показує їхню перевагу в завданнях, коли час польоту не є критичним параметром. Перельоти між ННО з використанням рушійних систем малої тяги, мають вигляд спіралеподібних багатооборотних траєкторій і потребують великих енергетичних та часових витрат. При математичному моделюванні перельотів між ННО необхідно враховувати орбітальні збурення. На ННО збурення, що походить від несиметрії гравітаційного поля Землі і аеродинамічного спротиву, мають найбільший вплив. На теперішній час, з використанням підходу Едельбаума [4], вже розроблено і продовжується розробка наближених методик для оперативного математичного моделювання міжорбітальних перельотів КА. Рівняння Едельбаума [4] для майже кругових орбіт було переглянуте в [5] з метою включення орбітальних збурень і, зокрема, несиметрії геопотенціалу Землі. Подібну техніку також використано в нещодавно опублікованих роботах [6 – 10]. На теперішній час вже розроблено і продовжується розробка методик для балістичного планування місій низькоорбітального сервісного обслуговування. До недоліків наближених методик належить використання спрощених моделей динаміки польоту. Більшість існуючих точних методик базуються на використанні повних математичних моделей динаміки польоту і методу стрільби для розв'язку крайової задачі міжорбітального перельоту. Використання методу стрільби потребує завдання досить точного початкового наближення, яке важко визначити. Для отримання другого наближення, головним чином, використовують методи оптимізації, які не завжди приводять до глобального мінімуму. У зв'язку із цим виникає потреба в розробці нових методик, які позбавлені перелічених недоліків. Метою статті є розробка методики балістичного планування місій низькоорбітального сервісного обслуговування з рушійними системами малої постійної тяги. Методика включає в себе визначення перспективних для проведення ОСО областей ННО, математичну модель динаміки збурених низькоорбітальних перельотів ОСО в модифікованих рівноденних змінних і алгоритм визначення керуючих параметрів орбіт збурених низькоорбітальних перельотів ОСО. Методами розв'язку задачі є методи статистичного аналізу, динаміки польоту, стрільби, генетичної оптимізації і математичного моделювання. Новизна отриманих результатів полягає у визначенні перспективних для проведення ОСО областей ННО, розробці математичної моделі динаміки в модифікованих рівноденних змінних і алгоритму розв'язку крайової задачі з параметрами визначення керуючих параметрів орбіт збурених низькоорбітальних перельотів ОСО. Результати роботи можуть бути використані при обґрунтуванні і плануванні місій ОСО на ННО та формуванні вимог до рушійних систем низькоорбітальних місій ОСО.

Постановка задачі. Розглядається задача розробки методики балістичного планування місій низькоорбітального сервісного обслуговування з рушійними системами малої постійної тяги. Складовими частинами цієї задачі є: визначення перспективних для проведення ОСО областей ННО, математична модель динаміки збурених низькоорбітальних перельотів ОСО в модифікованих рівноденних змінних і алгоритм визначення керуючих параметрів орбіт збурених низькоорбітальних перельотів ОСО. За умовами задачі передбачено, що СКА місії ОСО обладнаний електрореактивною рушійною системою. В процесі виконання ОСО СКА виконує переліт з орбіти свого базування на орбіту КА, що обслуговується, а після завершення обслуговування повертається на орбіту базування. За умовами задачі вважається, що орбіта базування СКА і орбіти КА, що обслуговуються, близькі до кругових і мало відрізняються за нахилом, але можуть суттєво відрізнятися за висотою і довготою висхідного вузла орбіти. В задачі передбачено, що висота орбіти базування СКА суттєво більше за висоту орбіти КА, що обслуговується. Завдяки цьому орбіта базування СКА і орбіти КА, що обслуговуються, мають різні швидкості прецесії ДВВ за рахунок несиметрії геопотенціалу Землі. Наявність прецесії ДВВ за рахунок несиметрії геопотенціалу Землі дозволяє таким чином обрати час початку перельоту СКА з орбіти базування на орбіту КА, що обслуговується, щоб наприкінці перельоту їх ДВВ збігалися. Це дозволяє уникнути неприпустимо великих енергетичних витрат для вирівнювання ДВВ орбіт базування СКА і КА, що обслуговуються. Проміжок часу очікування СКА на орбіті базування суттєво зростає зі зростанням різниці ДВВ його орбіти базування і орбіти КА, що обслуговується. За умовами задачі при визначенні енергетичних і часових витрат перельоту СКА з орбіти базування на орбіту КА, що обслуговуються, не береться до уваги дія гравітаційних збурювань більш високого порядку, ніж ті, що пов'язані із впливом другої зональної гармоніки геопотенціалу Землі, збурювань за рахунок тяжіння інших планет і сонячного тиску.

Визначення перспективних для проведення ОСО областей ННО. Для визначення перспективних для проведення ОСО областей ННО використано дані від 22.10.23 з бази даних параметрів орбіт космічних об’єктів (КО) сайту www.space-track.org NORAD міністерства оборони США. Ці дані наведено в базі даних у вигляді списку дворядкових наборів орбітальних елементів. Аналіз орбітальної структури ННО проведено після перерахунку списку дворядкових наборів орбітальних елементів каталогу КО до масивів кеплерових елементів орбіт та візуалізації з використанням графіків розсіювання та гістограм розподілу кількості орбіт КО. На рис. 1 наведено гістограму розподілу кількості ННО КО в залежності від ексцентриситету.

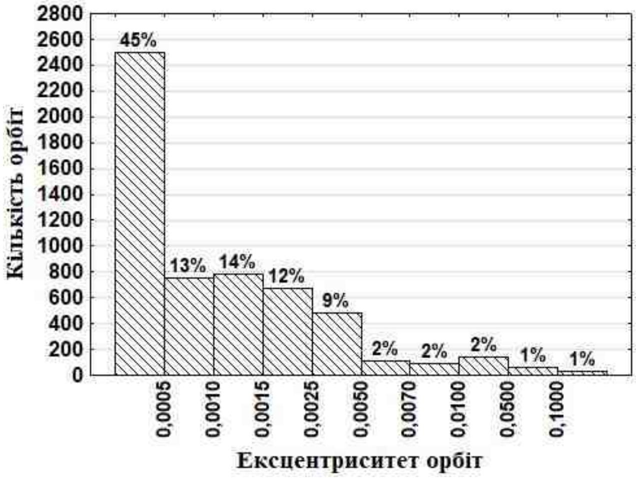

Рис. 1 – Розподіл кількості ННО КО в залежності від ексцентриситету

З наведеної на рис. 1 гістограми випливає, що біля 92 % ННО КО мають значення ексцентриситету менше за 0.005 і близькі до кругових.

На рис. 2 наведено графік розсіювання ННО КО в залежності від висоти і нахилу орбіти з гістограмами розподілу кількості ННО КО в залежності від висоти і нахилу орбіт.

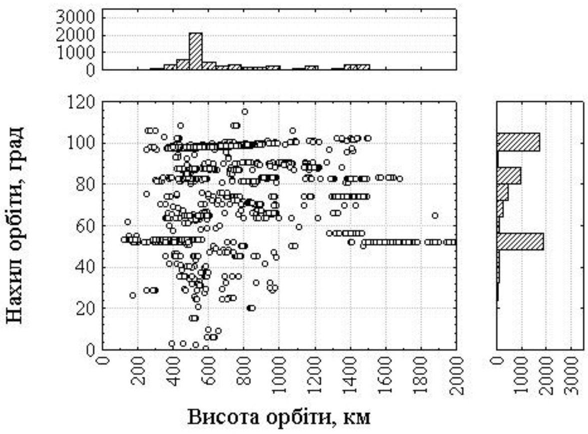

Рис. 2 – Графік розсіювання ННО КО в залежності від висоти і нахилу орбіти з гістограмами розподілу кількості ННО КО в залежності від висоти і нахилу орбіт

Графік розсіювання на рис. 2 надає загальну картину розподілу ННО КО за висотою і нахилом. На графіку розподілу спостерігається скупчення орбіт КО в області сонячно синхронних орбіт і наявність декількох багатосупутникових орбітальних угруповань. З гістограми розподілу кількості ННО КО в залежності від висоти орбіти випливає, що ННО КО найбільше сконцентровані між висотами перигею 400 км – 800 км і майже відсутні між висотами 160 км – 200 км і 1600 км – 2000 км. З гістограми розподілу кількості ННО КО в залежності від нахилу випливає, що ННО КО найбільше сконцентровані на двох ділянках між нахилами 40°– 60° і 80° – 100°.

Висотна смуга від 500 км до 700 км використовується в основному супутниками дистанційного зондування Землі (ДЗЗ), оскільки в ній поєднуються вимоги щодо роздільної здатності одержуваних знімків і витрати на утримання висоти орбіти. Для супутників систем зв'язку висота орбіти, як правило, вище 700 км.

На рис. 3 наведено графік розсіювання ННО КО в залежності від висоти і ДВВ з гістограмами розподілу кількості ННО в залежності від висоти перигея і ДВВ.

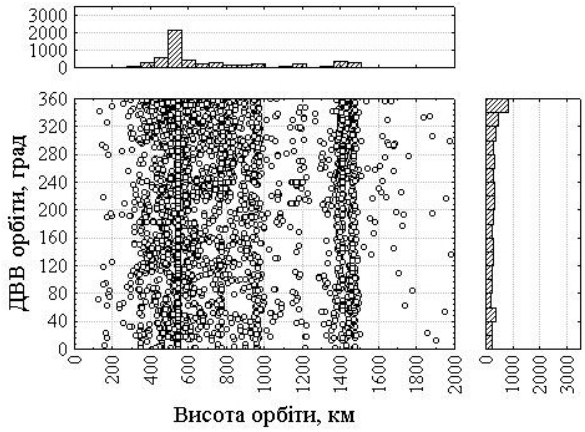

Рис. 3 – Графік розсіювання ННО КО в залежності від висоти і ДВВ з гістограмами розподілу кількості ННО КО в залежності від висоти і ДВВ орбіт

Графік розподілу на рис. 3 надає загальну картину наповненості ННО в залежності від висоти і ДВВ орбіт. З гістограми розподілу кількості ННО в залежності від ДВВ випливає, що ННО приблизно рівномірно розподілені в залежності від ДВВ, що пояснюються різною швидкістю прецесії ННО за рахунок несферичності Землі.

З проведеного аналізу орбітальної структури ННО КО випливає, що перспективними для проведення ОСО є області найбільшої концентрації ННО між висотами перигею 400 км – 800 км і нахилами 40°– 60° і 80° – 100°.

Математична модель динаміки збурених низькоорбітальних перельотів в модифікованих рівноденних змінних. Для математичного моделювання багатовиткових орбіт міжорбітальних перельотів СКА з малою тягою зручно використовувати систему диференційних рівнянь динаміки польоту в модифікованих рівноденних орбітальних змінних [11 – 13].

Модифіковані рівноденні орбітальні змінні – це набір орбітальних змінних, що є корисними для аналізу та оптимізації траєкторій. Вони справедливі для кругових, еліптичних і гіперболічних орбіт. Рівняння в модифікованих рівноденних змінних не мають сингулярності за нульового ексцентриситету і нахилів орбіти, що дорівнюють 0 і 90 градусам. Однак сингулярність присутня для нахилу орбіти 180 градусів. Залежності між модифікованими рівноденними та класичними орбітальними змінними має наступний вигляд:

$$p = a\left(1-e^2\right),\quad f = e\cos(\omega+\Omega),\quad g = e\sin(\omega+\Omega),$$
$$h = \tan(i/2)\cos\Omega,\quad k = \tan(i/2)\sin\Omega,\quad L = \Omega+\omega+\theta,$$

де p – фокальний параметр, a – велика піввісь, e – ексцентриситет орбіти, i – нахил орбіти, ω – аргумент перигею, Ω – довгота висхідного вузла, θ – істинна аномалія, L – істинна довгота.

Залежності між класичними та модифікованими рівноденними орбітальними змінними має наступний вигляд:

$$a = \frac{p}{1-f^2-g^2},\quad e = \sqrt{f^2+g^2},\quad i = 2\arctan\sqrt{\left(h^2+k^2\right)},$$
$$\omega = \arctan\left(g/f\right) - \arctan\left(k/h\right),\quad \Omega = \arctan\left(k/h\right),$$
$$\theta = L - (\Omega+\omega) = L - \arctan\left(g/f\right),$$
$$u = \omega+\theta = \arctan\left(h\sin L - k\cos L,\ h\cos L + k\sin L\right),$$

де u – аргумент широти.

Вираз $\arctan(a,b)$ вказує на обчислення оберненого тангенса в чотирьох квадрантах.

Система рівнянь орбітального руху в модифікованих рівноденних орбітальних змінних має наступний вигляд.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{2p}{w}\sqrt{\frac{p}{\mu}}\Delta_t,$$
$$\frac{df}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}}\left\{\Delta_r\sin(L) + [(w+1)\cos L + f]\frac{\Delta_t}{w} - (h\sin L - k\cos L)\frac{g\Delta_n}{w}\right\},$$
$$\frac{dg}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}}\left\{-\Delta_r\cos(L) + [(w+1)\sin L + g]\frac{\Delta_t}{w} + (h\sin L - k\cos L)\frac{g\Delta_n}{w}\right\},$$
$$\frac{dh}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}}\frac{s^2\Delta_n}{2w}\cos L,$$
$$\frac{dk}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}}\frac{s^2\Delta_n}{2w}\sin L,$$
$$\frac{dL}{dt} = \sqrt{\mu p}\left(\frac{w}{p}\right)^2 + \frac{1}{w}\sqrt{\frac{p}{\mu}}(h\sin L - k\cos L)\Delta_n,$$
$$\frac{dm}{dt} = -q\,\delta(t) = -\frac{T}{W}\delta(t),$$

де $s^2 = 1+h^2+k^2$, $w = 1+f\cos L + g\sin L$, Δ_r, Δ_t, Δ_n – відповідно, компоненти вектора прискорення СКА в радіальному, тангенціальному і нормальному напрямках і мають наступний вигляд:

$$\Delta_r = \Delta_{J_{2r}} + \Delta_{D_r} + \Delta_{T_r},$$
$$\Delta_t = \Delta_{J_{2t}} + \Delta_{D_t} + \Delta_{T_t},$$
$$\Delta_n = \Delta_{J_{2n}} + \Delta_{D_n} + \Delta_{T_n},$$

де $\Delta_{J_{2r}}$, $\Delta_{J_{2t}}$, $\Delta_{J_{2n}}$ – компоненти вектора прискорення СКА, що обумовлені дією другої зональної гармоніки геопотенціала Землі, Δ_{D_r}, Δ_{D_t}, Δ_{D_n} – компоненти вектора прискорення СКА, що обумовлені дією опору атмосфери Землі, Δ_{T_r}, Δ_{T_t}, Δ_{T_n} – компоненти вектора прискорення СКА, що обумовлені дією сили тяги рушійної системи. T – тяга рушійної системи, m – поточна маса СКА, q і W – витрата палива і швидкість витікання робочого тіла, $\delta(t)$ –релейна функція увімкнення–вимкнення двигуна.

Компоненти вектора прискорення СКА, $\Delta_{J_{2r}}$, $\Delta_{J_{2t}}$, $\Delta_{J_{2n}}$, мають наступний вигляд:

$$\Delta_{J_{2r}} = -\frac{3\mu J_2 R_e^2}{2r^4}\left[1 - \frac{12(h\sin L - k\cos L)^2}{1+h^2+k^2}\right],$$

$$\Delta_{J_{2t}} = -\frac{12\mu J_2 R_e^2}{r^4}\left[\frac{(h\sin L - k\cos L)(h\cos L + k\sin L)}{1+h^2+k^2}\right],$$

$$\Delta_{J_{2n}} = -\frac{6\mu J_2 R_e^2}{r^4}\left[\frac{(1-h^2-k^2)(h\sin L - k\cos L)}{1+h^2+k^2}\right],$$

де μ – гравітаційний параметр Землі, r – геоцентричний радіус СКА, R_e – екваторіальний радіус Землі, J_2 – друга зональна гармоніка Землі.

Компоненти вектора прискорення СКА Δ_{D_r}, Δ_{D_t}, Δ_{D_n} мають наступний вигляд:

$$\Delta_{D_r} = -\frac{1}{2}\rho S C_D v v_r,$$

$$\Delta_{D_t} = -\frac{1}{2}\rho S C_D v v_t,$$

$$\Delta_{D_n} = 0,$$

де ρ – щільність атмосфери, S – площа міделевого перерізу, C_D – коефіцієнт лобового опору, v – модуль швидкості,

$$v_r = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(f\sin L - g\cos L), \quad v_t = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1 + f\cos L + g\sin L).$$

Вектор швидкості $\bar{v}$ в проєкціях на осі геоцентричної системи координат має наступний вигляд:

$$\bar{v} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{s^2}\sqrt{\frac{\mu}{p}}\left(\sin L + a^2\sin L - 2hk\cos L + g - 2fhk + a^2 g\right) \\ -\frac{1}{s^2}\sqrt{\frac{\mu}{p}}\left(-\cos L + a^2\cos L + 2hk\sin L - f + 2ghk + a^2 f\right) \\ \frac{2}{s^2}\sqrt{\frac{\mu}{p}}\left(h\cos L + k\sin L + fh + gk\right) \end{bmatrix},$$

де $a^2 = h^2 - k^2$, $s^2 = 1 + h^2 + k^2$, $r = \dfrac{p}{w}$, $w = 1 + f\cos L + g\sin L$.

Компоненти вектора прискорення СКА Δ_{T_r} , Δ_{T_t} , Δ_{T_n} мають наступний вигляд:

$$\Delta_{T_r} = \frac{T}{m}\sin(\theta),$$
$$\Delta_{T_t} = \frac{T}{m}\cos(\theta)\cos(\psi),$$
$$\Delta_{T_n} = \frac{T}{m}\cos(\theta)\sin(\psi).$$

де T – тяга, m – маса СКА, а θ і ψ – кути тангажа і рискання.

Алгоритм визначення керуючих параметрів міжорбітальних перельотів ОСО. Розглянемо переліт СКА ОСО з малою постійною тягою з орбіти базування з параметрами $a_{á}$, $i_{á}$ на орбіту КА, що обслуговується, з параметрами $a_{ê}$, $i_{ê}$ Наявність прецесії ДВВ за рахунок несиметрії геопотенціалу Землі дозволяє таким чином обрати час початку перельоту СКА з орбіти базування на орбіту КА, що обслуговується, щоб наприкінці перельоту їх ДВВ збігалися. За умовами задачі на правому і лівому краях параметри орбіти перельоту задані. Рушійна система СКА працює весь час перельоту. Час міжорбітального перельоту $t_{ï}$ є вільним параметром, що обмежений зверху часом $t_n^{\max}$ використання запасу палива СКА.

Керування міжорбітальним перельотом СКА здійснюється при нульовому куті тангажа за рахунок зміни величини і напрямку кута рискання ψ . Керуючий кут рискання ψ змінює знак кожні пів-обороту орбіти при значеннях аргументу широти u , які дорівнюють $\frac{\pi}{2}$ і $\frac{3}{2}\pi$, та має вигляд [14,15]:

$$\psi = \begin{cases} -\tilde{\psi} & u \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right] \\ \tilde{\psi} & u \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right] \end{cases},$$

де $\tilde{\psi} \in [-\pi, \pi]$. $\tilde{\psi}$ є вільним і постійним для міжорбітального перельоту параметром.

Задача міжорбітального перельоту є двопараметричною крайовою задачею з керуючими параметрами $t_{ï}$ і $\tilde{\psi}$. В результаті розв’язку потрібно знайти значення керуючих параметрів $t_{ï}^{*}$ і $\tilde{\psi}^{*}$, для яких розв’язок системи диференційних рівнянь орбітального руху в модифікованих рівноденних орбітальних змінних задовольняє наступним крайовим умовам:

$$a(0) = a_{á},\ i(0) = i_{á},\ a(t_{ï}, \tilde{\psi}) = a_{ê},\ i(t_{ï}, \tilde{\psi}) = i_{ê}.$$

Для розв’язання задачі використано метод стрільби, який має ітераційний характер і зводить розв’язок керуючих параметрів $t_{ï}$ і $\tilde{\psi}$ крайової задачі до розв’язку послідовності задач Коші. Задачі Коші мають фіксовані початкові умови, які збігаються з параметрами орбіти базування СКА і послідовністю значень керуючих параметрів $t_{ï}$ і $\tilde{\psi}$, які визначаються в процесі мінімізації наступної цільової функції

$$\left(t_{ï}^{*}, \tilde{\psi}^{*}\right) = \arg\min_{\substack{t\in\left[0,\, t_{n}^{\max}\right] \\ \tilde{\psi}\in[-\pi,\, \pi]}} \left(\frac{a_{ê} - a_{á}}{\max\left(a_{ê}, a_{á}\right)}\right)^{2} + \left(\frac{i_{ê} - i_{á}}{\max\left(i_{ê}, i_{á}\right)}\right)^{2}.$$

В роботі мінімізацію проведено з використанням еволюційного алгоритму глобальної генетичної оптимізації. Його переваги, у порівнянні з градієнтними методами оптимізації з лінійним і квадратичним прогнозом кроку полягають в тому, що він не має вимог до точності початкового наближення, дозволяє оперувати великим числом параметрів для регулювання точності та часу оптимізації, не залежить від виду цільової функції, області її визначення та типів змінних оптимізації.

Приклад визначення керуючих параметрів міжорбітальних перельотів ОСО. Розглянуто міжорбітальні керовані перельоти малої постійної тяги з використанням електричних ракетних рушійних установок. Характеристики деяких сучасних ЕРД наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Характеристики ЕРД

ЕРД	Тяга, мН	Питомий імпульс, $\times 10^{3}$ с	Потужність, кВт	Маса, кг	Ресурс, годин
СПД-140	290	1770	5	7,5	11000
RIT-22	175	4000	4,4	7	26000
XIPS-25	165	3500	4,215	13,7	16000

Перельоти здійснюються між орбітою базування СКА з параметрами $a_{á} = 7378.14$ êì , $e_{á} = 0.001$, $i_{á} = 56°$, $\omega_{á} = 21°$, $\Omega_{á} = 37°$, $\theta = 25°$ та орбітою КА, що обслуговується, з параметрами $a_{ê} = 6978.14$ км, $i_{ê} = 57°$. Час початку перельоту СКА обрано таким чином, щоб наприкінці перельоту ДВВ цих орбіт збігалися. Маса СКА дорівнює 1500 кг.

Розрахунки проведено для варіантів рушійних систем СКА з різними типами та кількістю ЕРД: один СПД-140, два СПД-140, один RIT-22, два RIT-22, один XIPS-25, два XIPS-25. Результати розрахунків наведено у табл. 2.

Таблиця 2 – Результати розрахунків

Склад рушійної системи	Тривалість перельоту, діб	Витрати палива, кг	Модуль кута рискання, град.
один СПД-140	17.05	24.60	135.37
два СПД-140	8.73	25.18	135.5
один RIT-22	29.64	11.42	135.74
два RIT-22	10.03	11.6	135.84
один XIPS-25	30.7235	12.76	135.52
два XIPS-25	10.2	12.7	135.46

Аналіз проведених розрахунків ілюструє суттєву перевагу рушійних систем СКА з ЕРД RIT-22.

Висновки. Для СКА із рушійними системами малої постійної тяги розроблено методику балістичного планування місій низькоорбітального сервісного обслуговування. Методика включає в себе визначення перспективних для проведення ОСО областей ННО, математичну модель динаміки збурених низькоорбітальних перельотів ОСО в модифікованих рівноденних змінних і алгоритм визначення керуючих параметрів орбіт збурених низькоорбітальних перельотів ОСО. Методами розв'язку задачі є методи статистичного аналізу, динаміки польоту, стрільби, генетичної оптимізації і математичного моделювання. Новизна отриманих результатів полягає у визначенні перспективних для проведення ОСО областей ННО, розробці математичної моделі динаміки в модифікованих рівноденних змінних і алгоритму розв'язку крайової задачі з параметрами визначення керуючих параметрів орбіт збурених низькоорбітальних перельотів ОСО. Результати роботи можуть бути використані при обґрунтуванні і плануванні місій ОСО на ННО та формуванні вимог до рушійних систем низькоорбітальних місій ОСО.

1. База даних параметрів орбіт космічних об'єктів NORAD міністерства оборони США. URL: https://www.space-track.org NORAD/ (Дата звернення:20.03.2024).
2. *Hastings D. E., Putbrese B. L., La Tour, P. A.* When Will On-Orbit Servicing Be Part of the Space Enterprise?. Acta Astronautica. 2016. Vol. 127. P. 655–666. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.07.007
3. *Ho K., Wang H., DeTrempe P. A., du Jonchay T. S.* Semi-Analytical Model for Design and Analysis of On-Orbit Servicing Architecture. Journal of Spacecraft and Rockets. 2020. P. 1–10. https://doi.org/10.2514/1.A34663
4. *Edelbaum T. N.* Optimal nonplanar escape from circular orbits. AIAA J. 1971. P. 2432–2436. http://dx.doi.org/10.2514/3.50047
5. *Kechichian J. A.* The streamlined and complete set of the nonsingular J2-perturbed dynamic and adjoint equations for trajectory optimization in terms of eccentric longitude. J. Astronaut. Sci. 2007. P. 325–348. http://dx.doi. org/10.1017/9781108560061.013
6. *Cerf M.* Low-thrust transfer between circular orbits using natural precession. J. Guid. Control Dyn. 2016. Vol. 39, №10. P. 2232–2239. https://doi.org/10.2514/1.G001331
7. *Zhang S., Han C., Sun X.* New solution for rendezvous between geosynchronous satellites using low thrust. J. Guid. Contr. Dynam. 2018. Vol. 41, № 3. P. 1–10. https://doi.org/10.2514/1.G003270
8. *Alpatov A. P., Holdstein Y. M.* On the choice of the ballistic parameters of an on-orbit service spacecraft. Tekhnical mekhaniks. 2019. № 1. P. 25–37.
9. *Гольдштейн Ю. М.,* Фоков О. А. Оптимізація перельотів між низькими орбітами з суттєвою різницею довгот висхідних вузлів. Технічна механіка. 2022. № 3. С. 63–74. https://doi.org/10.15407/itm2022.03.063
10. *Li H., Chen S., Baoyin H.* J2-perturbed multitarget rendezvous optimization with low thrust. J. Guid. Control Dyn. 2018. Vol. 41, № 3. P. 802–808. https://doi.org/10.2514/1.G002889
11. NASA. Modified equinoctial orbital elements. URL:https://spsweb.fltops.jpl.nasa.gov/portaldataops/mpg/MPG_Docs/Source%20Docs/EquinoctalElements-modified.pdf/ (Дата звернення:20.03.2024).
12. *Shimane Yu., Gollins N., Ho Koki*. Orbital Facility Location Problem for Satellite Constellation Servicing Depots Journal of Spacecraft and Rockets Published Online:25 Mar 2024. URL: https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.A35691/ (Дата звернення:20.03.2024).
13. *Walker M., Ireland B., Owens J.* A set of modified equinoctial orbit elements. Celestial Mechanics. 1985. Vol. 36, № 4. P. 409–419. https://doi.org/10.1007/BF01227493
14. *Zhang S., Han C., Sun X.* New solution for rendezvous between geosynchronous satellites using low thrust. J. Guid. Contr. Dynam. 2018. Vol. 41, №3. P. 1397–1406. https://doi.org/10.2514/1.G003270
15. *Han C., Zhang S., Wang X.* On-orbit servicing of geosynchronous satellites based on low-thrust transfers considering perturbations. Acta Astronautica. 2019. № 159. P. 658–675. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.01.041

Отримано 13.05.2024,
в остаточному варіанті 16.06.2024