УДК 532.528:518.12 https://doi.org/10.15407/itm2022.03.016

О. В. ПИЛИПЕНКО, Н. В. ПЕТРУШЕНКО, Ю. О. КВАША

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ТЕЧІЇ В ГІДРАВЛІЧНІЙ СИСТЕМІ ЗА КАВІТУЮЧОЮ ШАЙБОЮ

Інститут технічної механіки Національної академії наук України
і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: office.itm@nas.gov.ua

У роботі розглядається питання побудови раціональної математичної моделі для її використання при чисельному моделюванні нестаціонарних течій рідини у гідравлічних системах з кавітуючими місцевими опорами. Використовувані нині підходи до моделювання кавітації засновані або на урахуванні двохфазності течії, або на представленні кавітуючого потоку у вигляді гомогенного середовища змінної густини. В останньому випадку для зв'язку тиску і густини застосовується баротропне рівняння стану парорідинної суміші. Мета даної роботи – перевірка застосовності моделі кавітації, заснованої на використанні баротропного рівняння стану парорідинної суміші, при чисельному моделюванні нестаціонарної течії в гідросистемі за кавітуючою шайбою. Метод дослідження – чисельне моделювання течії в осесиметричному наближенні на основі повних усереднених рівнянь Нав'є–Стокса. Показано, що використання баротропного рівняння стану парорідинної суміші при чисельному моделюванні нестаціонарної течії в гідросистемі за кавітуючою шайбою дозволяє отримати задовільне узгодження результатів розрахунку з наявними в літературі експериментальними даними. Вказане узгодження досягнуто по значеннях розмаху величини тиску, що коливається, на стінці трубопроводу поблизу виходу з кавітуючої шайби і по наявності вираженої періодичної компоненти у функції, що визначає залежність тиску від часу. Розрахунковим шляхом показано, що параметри нестаціонарної течії за кавітуючою шайбою змінюються при переході від місця встановлення шайби до місця схлопування кавітаційних каверн, при цьому зростають значення розмаху величини тиску, що коливається, на стінці трубопроводу і збільшується вклад високочастотних періодичних компонент у функцію, що описує залежність тиску від часу. Видається доцільним подальше уточнення використовуваної моделі турбулентності для коректного моделювання кавітаційних коливань, що генеруються періодично-зривною кавітацією в трубках Вентурі, які використовуються в різних кавітаційно-імпульсних установках.

Ключові слова: *чисельне моделювання, модель кавітації, баротропне рівняння стану, кавітуюча шайба, величина тиску, що коливається.*

This paper addresses the construction of an efficient mathematical model to be used in the numerical simulation of unsteady liquid flows in hydraulic systems with cavitating restrictors. Existing approaches to cavitation simulation are based either on accounting for a two-phase flow structure or on representing a cavitating flow as a homogeneous medium of variable density. In the latter case, the pressure and the density are related via the barotropic equation of liquid–vapor mixture state. The goal of this work is to verify the applicability of a cavitation model based on the barotropic equation of liquid–vapor mixture state to the numerical simulation of an unsteady flow in a hydraulic system with a cavitating ring plate. The method employed is a numerical flow simulation in the axisymmetric approximation using the complete averaged Navier–Stokes equations. It is shown that the use of the barotropic equation of liquid–vapor mixture state provides a satisfactory agreement between the computed results and the experimental data available in the literature. In agreement are the peak-to-valley values of the oscillating pressure on the pipe wall immediately downstream of the cavitating ring plate and the presence of a pronounced periodic component in the pressure vs. time relationship. It is shown that the parameters of the unsteady flow downstream of the cavitating ring plate vary when going from the ring plate to the cavity collapse location: the peak-to-valley value of the oscillating pressure on the pipe wall increases and so does the contribution of high-frequency periodic components to the pressure vs. time relationship. It seems desirable that the turbulence model employed be refined further to correctly simulate cavitation oscillations generated by periodically detached cavitation in Venturi tubes, which are used in various cavitation pulse plants.

Keywords: *numerical simulation, cavitation model, barotropic equation of state, cavitating ring plate, oscillating pressure value.*

Явище кавітації істотно впливає на характеристики грібних гвинтів, насосного устаткування і часто призводить до погіршення експлуатаційних характеристик гідромашин і гідравлічних систем внаслідок виникнення кавітаційної ерозії і вібрації. І хоча у багатьох випадках кавітація небажана, існують технології, в яких кавітація використовується як корисне явище, наприклад [1]. Усе це обумовлює інтерес до теоретичного і експериментального дослідження цього явища.

Складність теоретичного вивчення течії у кавітуючих елементах гідравлічних систем обумовлена наявністю меж розділу пари і рідини, областей зворотно-циркуляційної течії, проявом нестаціонарності потоку в широкому діапазоні зміни режимних параметрів. Коректне врахування цих особливостей може бути здійснено тільки на основі чисельного інтегрування повних рівнянь Нав'є–Стокса з використанням відповідної моделі кавітації.

У наш час є ряд робіт, присвячених розрахунковому дослідженню течії у кавітуючих елементах гідравлічних систем [2 – 6]. У цих роботах як тестові елементи розглядаються в основному плоскі трубки Вентурі, що забезпечують невеликі (від 4 до 8 градусів) кути повороту потоку після критичного перерізу. Для моделювання кавітації найчастіше використовуються наступні три підходи.

1. У місці передбачуваного утворення каверни в рідину штучно вводяться численні бульбашки, заповнені парою, які зносяться вниз по потоку і розміри яких змінюються відповідно до рівняння Релея [2, 3].

2. Використовуються спрощені співвідношення, що враховують наявність в потоці рідкої і парової фази і взаємодію між ними [4 – 6].

3. Кавітуючий потік розглядається як течія гомогенного середовища змінної густини, для зв'язку тиску і густини застосовується баротропне рівняння стану парорідинної суміші [4, 5].

Слід зауважити, що жодна з вказаних моделей кавітації не є загальноприйнятою.

У роботах [5, 6] відмічено певну трудність при моделюванні турбулентності в кавітаційних течіях. Розрахункова величина турбулентної в'язкості поблизу кавітаційних утворень часто виявляється занадто великою, що призводить до стаціонарних каверн і суперечить експериментальним даним. Для коректного опису течії вводяться різні обмежувачі у використовувані моделі турбулентності.

Результати експериментальних досліджень течій в кавітуючих елементах гідросистем широко представлені в монографії [7], деякі експериментальні дані про нестаціонарний потік в кавітуючій трубці Вентурі приведені в [8].

Відмічені вище обставини призводять до необхідності продовження досліджень процесів в гідравлічних системах з кавітуючими елементами.

У роботі [9] виконано чисельне моделювання нестаціонарної осесиметричної течії в гідравлічній системі за кавітуючою трубкою Вентурі з кутом розкриття дифузора 10°20´, в [10] – кавітаційної течії за дисковою діафрагмою. У обох роботах кавітація моделювалася на основі баротропного рівняння стану парорідинної суміші.

Мета даної роботи – подальша перевірка застосовності моделі кавітації, заснованої на використанні баротропного рівняння стану парорідинної суміші, при чисельному моделюванні нестаціонарної течії в гідросистемі за кавітуючою шайбою.

Постановка завдання полягає в такому.

Досліджується течія рідини на ділянці трубопроводу зі встановленою на ній кавітуючою шайбою при постійних значеннях повного тиску в рідині на вході в розрахункову область і статичного тиску на виході з неї. Для опису течії використовується осесиметричне наближення. У зв'язку з відміченими вище труднощами моделювання турбулентності в кавітаційних течіях коефіцієнт турбулентної в'язкості μ приймається постійним в усій розрахунковій області (перша модель Прандтля). Проточна частина шайби є ділянкою циліндричної форми з переходом у дифузор з кутом розкриття 90°.

Математична модель течії заснована на системі повних рівнянь Навьє–Стокса [11, 12], представлених в інтегральній формі

$$\iint_S \frac{r}{a^2}\frac{\partial p}{\partial t}dS + \oint_L \rho r v_n\, dL = 0\,, \tag{1}$$

$$\iint_S r\frac{\partial \rho v_z}{\partial t}dS + \oint_L \rho r v_n\, v_z\, dL = -\oint_L p\, r\, n_z\, dL + \mu\oint_L grad(v_z)\cdot \vec{n}\, r dL +$$
$$+\frac{\mu}{3}\oint_L div(\vec{v})\, r\, n_z\, dL\,, \tag{2}$$

$$\iint_S r\frac{\partial \rho v_r}{\partial t}dS + \oint_L \rho r v_n\, v_r\, dL = -\oint_L p\, r\, n_r\, dL + \iint_S p\, dS +$$
$$+\mu\oint_L grad(v_r)\cdot \vec{n}\, r dL - \mu\iint_S \frac{v_r}{r}dS + \frac{\mu}{3}\oint_L div(\vec{v})\, r\, n_r\, dL - \frac{\mu}{3}\iint_S div(\vec{v})dS\,, \tag{3}$$

де r, z – циліндричні координати; S – площа, обмежена замкнутим контуром L у площині rz; ρ – густина парорідинної суміші; p – тиск; a – швидкість звуку в потоці; v_r, v_z – радіальна і осьова складові вектора швидкості $\vec{v}$; n_r, n_z – компоненти вектора зовнішньої нормалі $\vec{n}$ до елемента контуру dL; $v_n = \vec{v}\cdot\vec{n}$.

Використовуване баротропне рівняння стану парорідинної суміші представляється у вигляді функції $\rho(p)$, що залежить від чотирьох параметрів: ρ_l – густини рідини; ρ_v – густини пари; діапазону тисків (p_1, p_2), в якому існує суміш пари і рідини. У діапазоні (p_1, p_2) густина парорідинної суміші змінюється лінійно від ρ_v до ρ_l, швидкість звуку в цьому випадку визначається по співвідношенню $a = 1\big/\sqrt{d\rho/dp}$.

Методику чисельного інтегрування рівнянь (1) – (3) описано в [9]. Для підвищення точності апроксимації конвективних членів у дискретних аналогах рівнянь руху рідини використано схему Колгана MinMod [13].

З урахуванням викладеного підходу виконано чисельне моделювання нестаціонарної течії рідини на ділянці гідравлічної системи з кавітуючою шайбою. Відповідно до приведених в [7] експериментальних даних вибрано наступні значення геометричних параметрів шайби і трубопроводу: діаметр отвору шайби – 0,014 м; внутрішній діаметр трубопроводу – 0,06 м. Довжина ділянки трубопроводу, розташованого за шайбою, прийнята рівною 0,4 м для того, щоб врахувати відстань від критичного перерізу шайби до області, де схлопуються кавітаційні каверни [7]. Значення повного тиску в рідині на вході в розрахункову область прийнято рівним 3 МПа, статичний тиск на виході з розрахункової області складав 0,6 МПа.

При проведенні розрахунків задавалися наступні значення параметрів баротропного рівняння стану парорідинної суміші: p_1 = 0 МПа; p_2 = 0,4 МПа; ρ_v = 0,01 ρ_l (ρ_l = 1000 кг/м^3). Коефіцієнт турбулентної в'язкості μ задано (як і в роботі [10]) у вигляді $50\mu_l$, де μ_l – коефіцієнт молекулярної в'язкості рідини. Швидкість звуку в рідині покладалася рівною 800 м/с, швидкість звуку в парі – 400 м/с.

У роботах [9, 10] показано, що при зіставленні результатів чисельного моделювання з наявними експериментальними даними "тиск у каверні" слід вважати рівним p_2. З урахуванням цього припущення значення критерійного параметра кавітації [7] для даного режиму течії в гідросистемі з кавітуючою шайбою склало 0,077.

Зміну в часі розрахункової картини течії в меридіональній площині даної ділянки гідросистеми приведено на рис. 1. Потік рухається зліва направо. Показано половину меридіонального перерізу трубопроводу, розташовану знизу від осі симетрії. Сукупність цих зображень зон зниженої густини пароріддинної суміші (які називатимемо "кавернами") відповідає проміжку часу, приблизно рівному 3 мс. Простежується виникнення "каверн" поблизу критичного перерізу шайби, їх зростання і рух з подальшим схлопуванням "каверн" поблизу виходу з розрахункової області. Згідно з результатами розрахунків навколо "каверн", що рухаються, утворюється вихровий рух рідини. Простежується також тонка приєднана "каверна" на поверхні циліндричної ділянки отвору шайби.

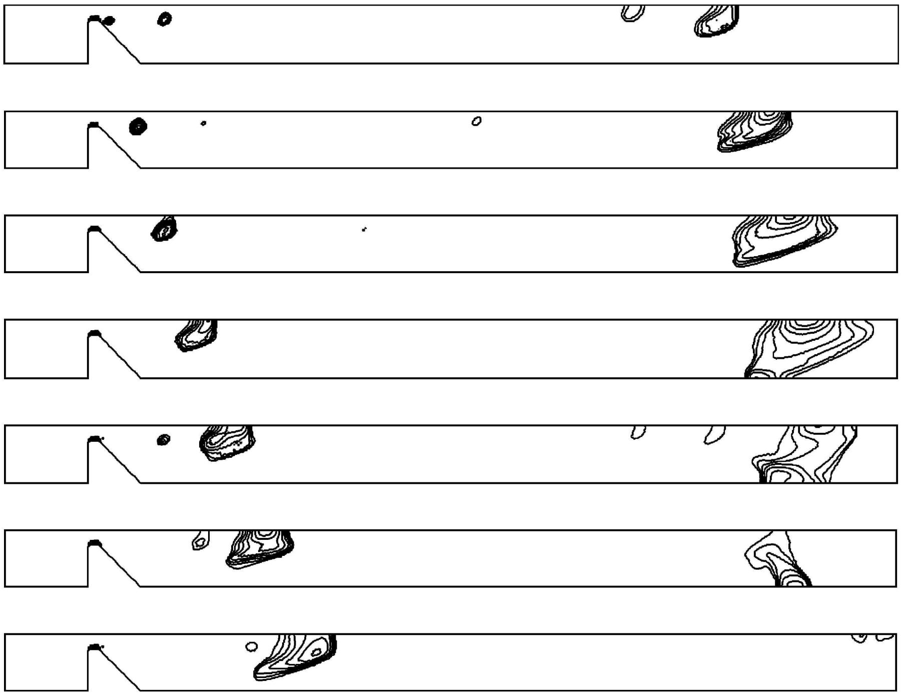
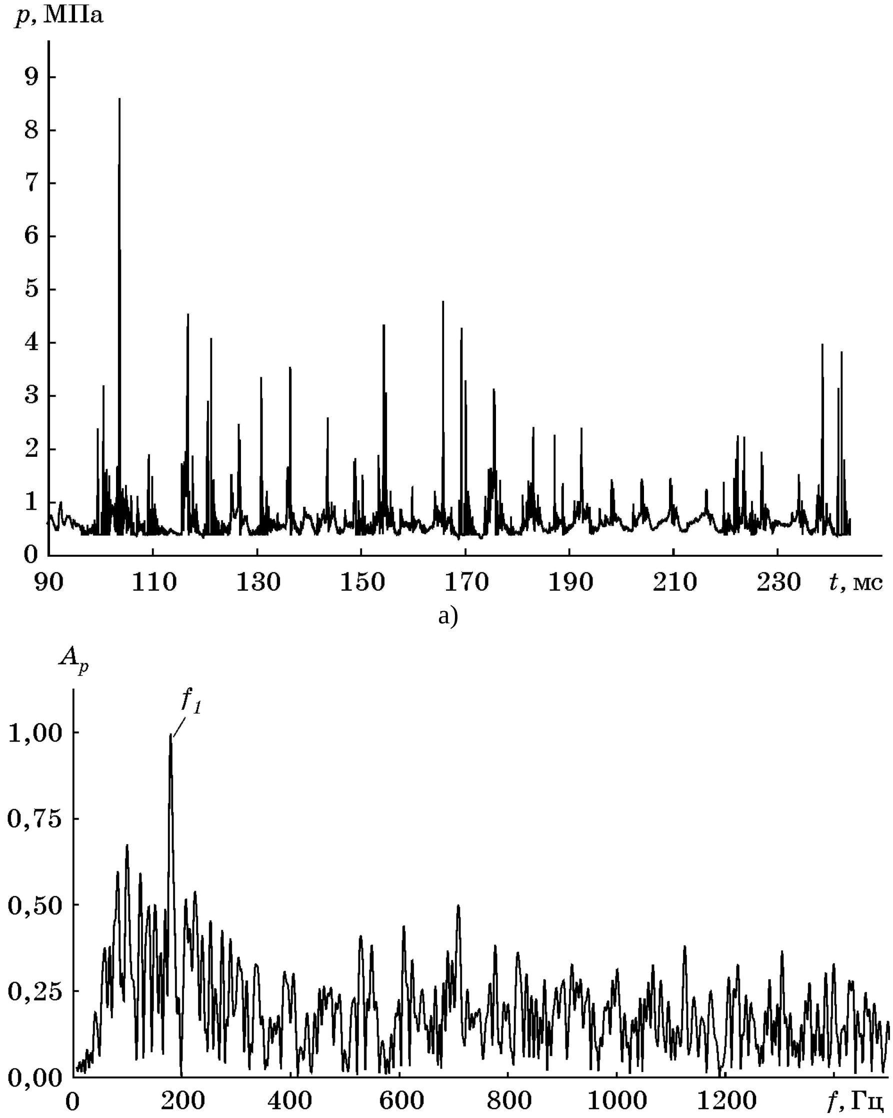


Рис. 1

На рис. 2, а) приведено зміну в часі тиску $p(t)$ на стінці трубопроводу на відстані 0,06 м від шайби. Проявляється істотно негармонійний характер процесу, імпульси тиску мають різну величину, але мінімальні значення тиску не опускаються нижче величини p_2 = 0,4 МПа. Перший (максимальний) імпульс при $t = 103$ мс обумовлений, ймовірно, встановленням процесу коливань.

Розрахункові значення розмаху величини тиску, що коливається, на рис. 2, а) в цілому узгоджуються з відповідними експериментальними даними [7], де вказана величина при тих же режимних параметрах течії складає приблизно 4,4 МПа.

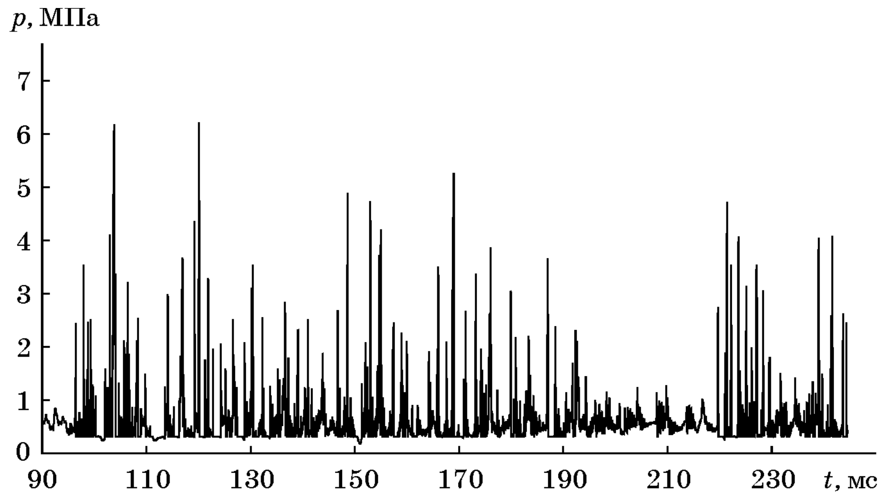


б)

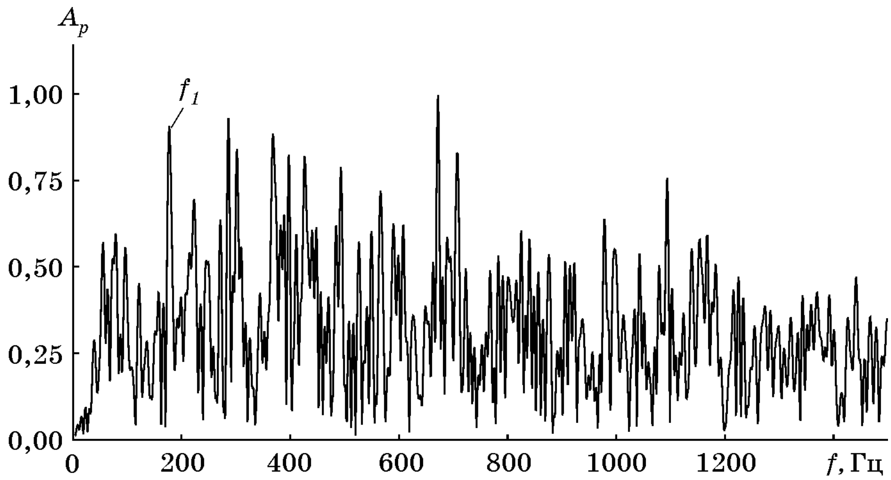
Рис. 2

Амплітудний спектр функції $p(t)$ (у безрозмірному вигляді) показано на рис. 2, б). Видно, що у функції $p(t)$ виділяється періодична компонента з частотою f_1 = 179 Гц. Ця частота узгоджується з приведеним в [7] експериментальним значенням частоти кавітаційних коливань в гідросистемі за шайбою, яке складає приблизно 170 Гц.

На рис. 3 представлено результати розрахунків, аналогічні показаним на рис. 2, проте тиск на стінці трубопроводу визначався на відстані 0,06 м вгору по потоку від вихідної межі розрахункової області. У цій області, згідно [7], відбувається схлопування каверн при даному режимі течії. Приведені на рис. 3, а) результати показують, що імпульси тиску мають дещо більшу величину, ніж на рис. 2, а), при цьому у функції $p(t)$ виражені більш високочастотні компоненти, що видно з порівняння рис. 3, б) і рис. 2, б).



а)



б)

Рис. 3

Висновки. Виконано оцінку застосовності моделі кавітації, заснованої на використанні баротропного рівняння стану пароріднинної суміші, при чисельному моделюванні нестаціонарної течії в гідросистемі за кавітуючою шайбою. Показано, що використання цієї моделі дозволяє отримати задовільне узгодження результатів розрахунку з наявними в літературі експериментальними даними.

Показано, що параметри нестаціонарної течії за кавітуючою шайбою змінюються при переході від місця встановлення шайби до місця схлопування кавітаційних каверн, при цьому зростають значення розмаху величини тиску, що коливається, на стінці трубопроводу і збільшується вклад високочастотних періодичних компонент у функцію, що описує залежність тиску від часу.

Надалі представляється необхідним уточнення використовуваної моделі турбулентності для коректного моделювання кавітаційних коливань, що генеруються періодично-зривною кавітацією в трубках Вентурі з різними геометричними параметрами.

1. *Pilipenko O. V., Zapol'sky L. G., Kvasha Y. A.* Use of the cavitation pulse generator of high-frequency, high-amplitude self-oscillations for dispersing suspensions. ID: CAV-2003-OS-2-3-004, Fifth International Symposium on Cavitation (CAV 2003). (Osaka, Japan, November 1–4, 2003). 6 p. URL: http://flow.me.es.osaka-u.ac.jp/cav2003/Papers/Cav03-OS-2-3-004.pdf (Last accessed: 28.08.2022).
2. *Palau-Salvador G., Gonzalez-Altozano P., Arviza-Valverde J.* Numerical modelling of cavitating flows for simple geometrics using FLUENT V6.1. Spanish Journal of Agriculture Research. 2007. Vol. 5. P. 460–469. https://doi.org/10.5424/sjar/2007054-269
3. *Ahuja V., Hosangadi A.* Simulations of cavitation in orifice and Venturis. Proc. of the ASME PVP 2007 / CREEP 8-11 Conf. (Hyatt Regency San Antonio, Texas, USA, July 22–26, 2007). San Antonio (USA), 2007. 9 p.
4. *Goncalves E., Fortes Patella R.* Numerical simulation of cavitating flows with homogeneous models. Computers & Fluids. 2009. Vol. 38 (9). P. 1682–1696. https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2009.03.001
5. *Charriere B., Decaix J., Goncalves E.* A comparative study of cavitation models in a Venturi flow. European Journal of Mechanics – B/Fluids. 2015. Vol. 49. P. 287–297. https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2014.10.003
6. *Charriere B., Goncalves E.* Numerical investigation of periodic cavitation shedding in a Venturi. International Journal of Heat and Fluid Flow. 2017. Vol. 64. P. 41–54. https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2017.01.011
7. *Пилипенко В. В.* Кавитационные автоколебания. Киев: Наук. думка, 1989. 316 с.
8. *Aeschlimann V., Barre S., Djeridi H.* Unsteady cavitation analysis using phase averaging and conditional approaches in a 2D Venturi flow. Open Journal of Fluid Dynamics. 2013. Vol. 3, No. 3. P. 171–183. https://doi.org/10.4236/ojfd.2013.33022
9. *Болотова Н. В., Кваша Ю. А.* Численное моделирование нестационарного течения в гидравлической системе с кавитирующей трубкой Вентури на неструктурной расчетной сетке. Техническая механика. 2011. № 3. С. 61–67.
10. *Болотова Н. В., Кваша Ю. А.* Численное моделирование кавитационных автоколебаний в гидравлической системе за дисковой диафрагмой. Техническая механика. 2013. № 1. С. 61–67.
11. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. Москва: Наука, 1978. 736 с.
12. *Абрамович Г. Н.* Прикладная газовая динамика. Москва: Наука, 1976. 888 с.
13. *Колган В. П.* Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики. Ученые записки ЦАГИ. 1972. Т. 3, № 6. С. 68–77.

Отримано 13.09.2022,
в остаточному варіанті 27.09.2022