УДК 681.51 https://doi.org/10.15407/itm2024.02.092

**С. В. ТАРАСОВ, О. Н. МОЛОТКОВ**

# СТАБІЛІЗАЦІЯ ОБЕРТАННЯ РОТОРА ДАР'Є СУМІСНИМИ ЗМІНАМИ ДОВЖИНИ ЛОПАТЕЙ І ТРАВЕРС

*Інститут транспортних систем і технологій*
*Національної академії наук України,*
*вул. Писаржевського, 5, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: olegmolotkov57@gmail.com*

В умовах постійно зростаючих цін, зростаючої потреби у традиційних видах палива та зниження їх доступності відновлювані джерела енергії, такі як енергія вітру, набувають величезної популярності. Насамперед ця галузь "зеленої" енергетики екологічно чиста. У всьому світі спостерігається значне зростання використання вітрових електростанцій. Сучасні вітроенергетичні установки (ВЕУ) можуть бути двох типів: вертикально- або горизонтально-осьовими. Вертикально-осьові ВЕУ, на відміну від горизонтально-осьових, мають низку специфічних конструктивних переваг, таких як, наприклад, нечутливість до змін напряму вітру, що суттєво спрощують конструкцію і підвищують надійність ВЕУ. Експлуатація вертикально-осьових ВЕУ тісно пов'язана із необхідністю стабілізації режимів їх роботи, серед яких головною є забезпечення стабільного виробництва електроенергії при змінах швидкості вітру, яка здійснюється відповідними системами стабілізації (СС). При розробці СС широко застосовуються різноманітні алгоритми керування, що створюють підґрунтя для залучення фізичних принципів побудови СС. Останнім часом серед СС широке розповсюдження набули системи, що будуються на змінах площі, яка охоплюється лопатями турбіни. Такі системи, на відміну від систем, що побудовані на змінах, наприклад, навантаження генератора, фактично використовують адаптацію ВЕУ до змін швидкості вітру, не пов'язані із необхідністю механічного розсіяння надлишкової енергії за рахунок сил опору, а також в меншій мірі пов'язані із необхідністю її передачі на опору. Останнє суттєво зменшує навантаження на системи передачі енергії від ротора до генератора, а в ВЕУ, розташованих на плавучих платформах, зменшує вимоги до якірних систем. За конструкцією реалізація способу стабілізації шляхом зміни площі, що омітається при обертах ротора вертикально-осьових ВЕУ, може бути виконана трьома способами: шляхом зміни довжини лопатей; шляхом зміни довжини траверс кріплення лопатей до осі обертання ротора; шляхом одночасної зміни довжини лопатей і траверс – зміною конфігурації ротора ВЕУ. Розвиток підходів для розробки алгоритмів стабілізації вертикально-осьових вітроенергетичних установок, керованих змінами конфігурації ротора, представляється задачею важливою та перспективною. Метою статті є розробка ефективних алгоритмів стабілізації швидкості обертів ротора ВЕУ змінної конфігурації, що забезпечують стійкість та працездатність каналів змін довжини лопатей і траверс при їх сумісній роботі. Методами вирішення задачі є методи класичної теорії автоматичного управління і математичного моделювання. Новизна отриманих результатів полягає в розповсюджені концепції регулювання шляхом зміни площі, що омітається, на вертикально-осьові вітроенергетичні установки із ротором Дар'є, синтезі ефективних алгоритмів стабілізації швидкості обертів ротора вертикально-осьових ВЕУ із ротором Дар'є, керованих зміною конфігурації ротора, визначенні умов їх стійкості та працездатності. Розроблені алгоритми та підхід для забезпечення працездатності можуть бути використані при обґрунтуванні конструктивних рішень під час проєктування вертикально-осьових вітроенергетичних установок із ротором Дар'є.

***Ключові слова:*** *вітроенергетичні установки, ротор Дар'є, стабілізація обертання, стійкість, працездатність, математичне моделювання.*

With the ever-increasing prices of and demand for traditional fuels and the decreasing availability thereof, renewable energy sources, such as wind energy, are gaining enormous popularity. First of all, this branch of "green" energy is environmentally friendly. A significant increase in the use of wind power plants (WPPs) is observed all over the world. Modern WPPs are of two types: vertical- and horizontal-axis ones. Vertical-axis WPPs, in contrast to horizontal-axis ones, have a number of specific design advantages, such as, for example, insensitivity to the wind direction, which significantly simplify their design and increase their reliability. The operation of vertical-axis WPPs involves the need to stabilize their operating regimes, the main objective of which is to stabilize electricity production in conditions of a variable wind speed using appropriate stabilization systems (SSs). In SS development, use is made of various control algorithms, which make a basis for harnessing physical principles of SS construction. Recently, SSs based on blade swept area variation have become widespread. Such systems, unlike systems based on, for example, generator load variation, actually use the adaptation of WPPs to a variable wind speed, and they dispense with the need for mechanical dissipation of excess energy by resistance forces and, to some extent, with the need to transfer it to the support. The last point significantly reduces the load on the rotor-to-generator transmission systems and alleviates the requirements for anchor systems in the case of WPPs installed on floating platforms. In terms of design, the stabilization of vertical-axis WPPs by swept area variation can be performed in three ways: by varying the blade length, varying the length of the traverses whereby the blades are attached to the rotor shaft, and by simultaneously varying the length of the blades and the traverses, i.e., by varying WPP rotor configuration. The elaboration of approaches to the development of algorithms for the stabilization of vertical-axis WPPs controlled by rotor configuration variation is an important and promising task. The goal of this paper is to develop efficient algorithms for stabilizing the variable-configuration WPP rotor speed providing the stability and operability of the channels of blade and traverse length variation in their simultaneous operation. The problem is solved using methods of the classical theory of automatic control and mathematical simulation. The novelty lies in extending the concept of control by swept area variation to Darrieus vertical-axis WPPs, synthesizing efficient algorithms for stabilizing the rotor speed of Darrieus vertical-axis WPPs controlled by rotor configuration variation, and determining conditions for their stability and operability. The algorithms and approach developed may be used in substantiating design solutions for Darrieus vertical-axis WPPs.

***Keywords:*** *wind power plants, Darrieus rotor, rotary speed stabilization, stability, operability, mathematical simulation.*

**Вступ.** В умовах постійно зростаючих цін, зростаючої потреби у традиційних видах палива та зниження їх доступності відновлювані джерела енергії, такі як енергія вітру, набувають величезної популярності. Насамперед ця галузь "зеленої" енергетики екологічно чиста. У всьому світі спостерігається значне зростання використання вітрових електростанцій. Сучасні вітроенергетичні установки (ВЕУ) можуть бути двох типів: вертикально- або горизонтально-осьовими. Вертикально-осьові ВЕУ, на відміну від горизонтально-осьових, мають низку специфічних конструктивних переваг, таких як, наприклад, нечутливість до змін напряму вітру, які суттєво спрощують конструкцію і підвищують надійність ВЕУ. Експлуатація вертикально-осьових ВЕУ тісно пов’язана із необхідністю стабілізації режимів їх роботи, серед яких головною є забезпечення стабільного виробництва електроенергії при змінах швидкості вітру [1], що здійснюється відповідними системами стабілізації (СС). При розробці СС широко застосовуються різноманітні алгоритми керування [2], які створюють підґрунтя для залучення фізичних принципів побудови СС. Останнім часом серед СС широке розповсюдження набули системи, що будуються на змінах площі, яка охоплюється лопатями турбіни [1]. Такі системи, на відміну від систем, що побудовані на змінах, наприклад, навантаження генератора, фактично використовують адаптацію ВЕУ до змін швидкості вітру, не пов’язані з необхідністю механічного розсіяння надлишкової енергії за рахунок сил опору, а також в меншій мірі пов’язані з необхідністю її передачі на опору. Останнє суттєво зменшує навантаження на системи передачі енергії від ротора до генератора, а в ВЕУ, розташованих на плавучих платформах, зменшує вимоги до різноманітних якірних систем.

За конструкцією реалізація способу стабілізації шляхом зміни площі, що омітається при обертах ротора вертикально-осьових ВЕУ, може бути виконана трьома способами:

1) шляхом зміни довжини лопатей;

2) шляхом зміни довжини траверс кріплення лопатей до осі обертання ротора;

3) шляхом одночасної зміни довжини лопатей і траверс – зміною конфігурації ротора ВЕУ.

Ефективність способу стабілізації швидкості обертання ротора вітроустановок шляхом зміни площі, що омітається, показана в роботі [1]. Узагальнення та розповсюдження підходу на випадок вертикально-осьових ВЕУ проведено в роботі [3], де розроблена загальна модель динаміки ротора Дар’є ВЕУ змінної конфігурації, розглянуті переваги ротора змінної конфігурації для забезпечення ефективного функціонування ВЕУ. Продовження роботи [3] виконано в роботі [4], де сформульовано задачу роздільного аналізу каналів стабілізації швидкості обертів ротора із змінами довжини лопатей і змінами довжини траверс, запропоновані та проаналізовані алгоритми стабілізації та умови забезпечення їх стійкості в одному з каналів стабілізації – каналі змін довжини лопатей. Чисельні моделювання динаміки системи стабілізації із змінами довжини лопатей, виконані в роботах [4 – 6], проаналізовані залежності показників якості регулювання від параметрів алгоритмів [4, 5], сформульовані рекомендації для обрання конструктивних параметрів ВЕУ та алгоритмів формування зворотних зв’язків [5, 6]. Математична модель динаміки ротора вертикально-осьової ВЕУ із змінною довжиною траверс як об’єкта управління розроблена в роботі [7]. В ній доведена повна динамічна подібність моделей динаміки ротора як об’єкта управління із змінною довжиною траверс і змінною довжиною лопатей за умови малих відхилень довжини траверс від номінального значення і, як слідство, незмінності моменту інерції ротора; умови стійкості алгоритмів стабілізації швидкості обертів ротора, керованого змінами довжини лопатей, розповсюджені на випадок системи стабілізації змінами довжини траверс.

В запропонованій роботі розглядаються особливості динаміки та управління швидкістю обертання ротора вертикально-осьових вітроустановок як об’єкта управління, що стабілізується одночасною зміною довжини лопатей і траверс – зміною конфігурації ротора ВЕУ. Вигода одночасного використання обох каналів стабілізації – каналів стабілізації змінами довжини лопатей і траверс – очевидна, вона сприяє ще більшій адаптації ротора турбіни до змін швидкості вітру, а значить суттєво зменшує навантаження на системи передачі енергії та вимоги до систем розсіяння надлишкової енергії. Використання принципу адаптації в системах екстреного гальмування турбіни в аварійних ситуаціях представляється вельми корисним. В зв’язку із цим продовження робіт [4, 7], спрямоване на узагальнення та розповсюдження підходу до управління обертами ротора вертикально-осьових ВЕУ одночасною зміною довжини лопатей і траверс – зміною конфігурації ротора – стає задачею актуальною, такою що має значний практичний інтерес.

Метою статті є синтез та аналіз ефективності алгоритмів стабілізації швидкості обертів ротора Дар’є вертикально-осьових ВЕУ, керованих сумісною зміною довжини лопатей і траверс. Методами вирішення задачі є методи класичної теорії автоматичного управління і математичного моделювання. Новизна отриманих результатів полягає в розповсюджені концепції регулювання шляхом зміни площі, що омітається, на вертикально-осьові ВЕУ із ротором Дар’є змінної конфігурації, синтезі ефективних алгоритмів стабілізації швидкості обертів ротора вертикально-осьових ВЕУ із ротором Дар’є, керованого сумісною зміною довжини лопатей і траверс, визначенні умов їх стійкості, а також в розробці ефективного підходу для забезпечення умов працездатності роботи каналів стабілізації. Запропоновані та проаналізовані алгоритми стабілізації та підхід до забезпечення умов працездатності роботи каналів стабілізації можуть бути використані при проєктуванні перспективних вертикально-осьових ВЕУ різної потужності.

**Постановка задачі.** Розглядається задача стабілізації швидкості обертів ротора вертикально-осьової ВЕУ із ротором Дар’є навколо оптимального значення швидкості $\mu_o$, що відповідає максимуму потужності для відповідної швидкості вітру $V_o$ [1, 2]. Відносно ротора ВЕУ вважається, що він має три лопаті, жорстко пов’язані траверсами з опорно-підшипниковим вузлом, який передає крутильний момент на генератор через трансмісію. Деформації лопатей та траверс не беруться до уваги. Ефективність передачі енергії від ротора до генератора, а також ефективність роботи генератора відображаються відповідними к.к.д., що складають сукупний к.к.д. $\text{¦}$ трансмісії і генератора. Окрім цього вважається, що відхилення параметрів руху ротора від оптимальних значень незначні і динаміка роботи повністю незалежних систем стабілізації обертів ротора, який керується змінами довжини лопатей і траверс при одночасній роботі обох систем, описується системою рівнянь, отриманих в роботах [4, 7]

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\Delta\mu_h}{dt} = (k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H - \Delta\mu_h)/T\,,\\
&\frac{d\Delta H}{dt} = K_{1h}\cdot\Delta\mu_h + K_{2h}\frac{d\Delta\mu_h}{dt}\,,\\
&\frac{d\Delta\mu_r}{dt} = (k_1\Delta V + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu_r)/T\,,\\
&\frac{d\Delta R}{dt} = K_{1r}\cdot\Delta\mu_r + K_{2r}\frac{d\Delta\mu_r}{dt}\,,\\
&\Delta\mu = \Delta\mu_h + \Delta\mu_r\,,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

де $\Delta\mu$ – результуюче відхилення швидкості обертів ротора $\mu$ від сталого значення $\mu_o$; $\Delta\mu_h$, $\Delta\mu_r$ – відхилення від сталих значень швидкості обертів ротора в каналах стабілізації, що керуються змінами довжини лопатей та траверс відповідно; $\Delta H$, $\Delta R$ – зміни довжини лопатей та траверс відповідно, $T$, $k_1$, $k_{2h}$, $k_{2r}$ – коефіцієнти лінеаризації, обчислені за конструктивними параметрами ротора ВЕУ та умовам його роботи за співвідношеннями [4, 7]

$$
\begin{gathered}
T = \frac{2J\mu_o^2}{C_p{}^{\circ}{}_o S_o V_o^3(1-\text{¦})}\,,\\
k_1 = \frac{3\mu_o}{V_o(1-\text{¦})}\,,\\
k_{2h} = \frac{2R_o\mu_o}{S_o(1-\text{¦})}\,,\quad k_{2r} = \frac{2H_o\mu_o}{S_o(1-\text{¦})}\,,
\end{gathered}
\tag{2}
$$

$K_{1h}$, $K_{2h}$, $K_{1r}$, $K_{2r}$ – коефіцієнти зворотних зв’язків в каналах стабілізації змінами довжини лопатей та траверс. Індексом "о" у співвідношеннях (2) позначені величини параметрів, які встановились. Припускається, що зміни довжини лопатей та траверс в кожному з каналів стабілізації відбуваються синхронно, а момент інерції системи ротор–трансмісія–генератор $J$ та всі інші параметри моделі $R_o$, $H_o$, $S_o$, $C_p$, ${}^{\circ}{}_o$, $\text{¦}$ в процесі роботи контуру управління вважаються незмінними.

Задача полягає в виборі та аналізі ефективності алгоритмів формування зворотного зв’язку, що забезпечують стійкість замкнутої системи ротор–регулятор, працездатність кожного каналу стабілізації, відсутність статичної помилки регулювання та задовільні значення показників якості регулювання.

**Спрощений алгоритм стабілізації.** В зазначених умовах реалізація роботи повністю незалежних каналів стабілізації потребує роздільного виміру відхилень кутових швидкостей $\Delta\mu_h$ і $\Delta\mu_r$ та їх похідних, а також використання різних коефіцієнтів зворотних зв'язків в каналах. Фізично в системі існує і може бути виміряне лише результуюче сумарне відхилення $\Delta\mu$, виділення з якого відхилень кутових швидкостей $\Delta\mu_h$ і $\Delta\mu_r$ та їх похідних не представляється можливим в силу лінійності системи (1). Використання різних коефіцієнтів зворотних зв'язків в повністю подібних з динамічної точки зору каналах стабілізації представляється невиправданою ускладненістю. Тому сформуємо спрощений алгоритм стабілізації швидкості обертів ротора змінної конфігурації, для чого:

– відмовимося від незалежності каналів стабілізації;

– будемо вважати, що вимірюються тільки результуючі відхилення кутової швидкості $\Delta\mu$;

– виміри похідних швидкості обертів ротору замінимо на праву частину відповідного рівняння динаміки – першого та третього рівнянь системи (1), в яких $\Delta\mu_h$ і $\Delta\mu_r$ замінимо на $\Delta\mu$; точні виміри $\Delta V$, $\Delta H$ та $\Delta R$ реалізувати значно простіше, ніж похідних від $\Delta\mu_h$ та $\Delta\mu_r$;

– однойменні коефіцієнти зворотних зв'язків в каналах стабілізації будемо вважати однаковими.

Тоді система рівнянь (1) перетворюється на

$$\frac{d\Delta\mu}{dt} = (k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu)/T ,$$

$$\frac{d\Delta H}{dt} = K_1 \cdot \Delta\mu + K_2(k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H - \Delta\mu)/T , \qquad (3)$$

$$\frac{d\Delta R}{dt} = K_1 \cdot \Delta\mu + K_2(k_1\Delta V + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu)/T ,$$

де $\Delta\mu$ – відхилення швидкості обертів ротора змінної конфігурації, який керується сумісними змінами довжини лопатей та траверс.

Визначимо умови сталості системи стабілізації із сумісними змінами довжини лопатей і траверс. Перетворимо систему (3) у векторно-матричну форму

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta\mu\\ \Delta H\\ \Delta R\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & \frac{k_{2h}}{T} & \frac{k_{2r}}{T} \\ \frac{K_1T - K_2}{T} & \frac{k_{2h}K_2}{T} & 0 \\ \frac{K_1T-K_2}{T} & 0 & \frac{k_{2r}K_2}{T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\mu\\ \Delta H\\ \Delta R\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\frac{k_1}{T}\\ \frac{k_1K_2}{T}\\ \frac{k_1K_2}{T}\end{bmatrix}\Delta V$$

та обчислимо її характеристичний поліном

$$det\begin{bmatrix} -\dfrac{1}{T}-\text{a} & \dfrac{k_{2h}}{T} & \dfrac{k_{2r}}{T} \\ \dfrac{K_1T-K_2}{T} & \dfrac{k_{2h}K_2}{T}-\text{a} & 0 \\ \dfrac{K_1T-K_2}{T} & 0 & \dfrac{k_{2r}K_2}{T}-\text{a} \end{bmatrix}=0,$$

або після приведення подібних

$$\text{a}^3+a_1\text{a}^2+a_2\text{a}+a_3=0, \quad (4)$$

де

$$a_1=\frac{1-K_2(k_{2h}+k_{2r})}{T},$$

$$a_2=\frac{K_2^2k_{2h}k_{2r}-K_1T(k_{2h}+k_{2r})}{T^2}, \quad (5)$$

$$a_3=\frac{K_2k_{2h}k_{2r}(2K_1T-K_2)}{T^3}.$$

Необхідною умовою стійкості системи (3) з характеристичним поліномом (4), (5) є умова позитивності коефіцієнтів $a_i, i=\overline{1,3}$ – критерій Стодоли [8, с.123]

$$a_i>0, i=\overline{1,3}. \quad (6)$$

Підставляючи коефіцієнти (5) в нерівності (6) і розв’язуючи їх відносно коефіцієнтів зворотного зв’язку, отримаємо

$$K_1<\frac{k_{2h}k_{2r}}{T(k_{2h}+k_{2r})^3}, \qquad K_2<\frac{1}{k_{2h}+k_{2r}}. \quad (7)$$

В зв’язку із тим, що всі змінні в нерівностях (7) позитивні, будь-які від’ємні коефіцієнти зворотних зв’язків $K_1$, $K_2$ забезпечують виконання критерію Стодоли.

Необхідні та достатні умови стійкості системи (3)–(5) згідно критерію Вишнеградського [8, с. 210] мають вигляд

$$A>0, \qquad B>0, \qquad AB>1, \quad (8)$$

де $A=\dfrac{a_1}{\sqrt[3]{a_3}}$, $B=\dfrac{a_2}{\sqrt[3]{a_3^2}}$ – параметри Вишнеградського.

Перетворивши третю умову (8) у вигляді нерівності відносно нуля і підставляючи в нерівності (8) коефіцієнти (5)

$$K_2^3k_{2h}k_{2r}(k_{2h}+k_{2r})-2K_2^2k_{2h}k_{2r}-K_2K_1(k_{2h}^2+k_{2r}^2)T+K_1(k_{2h}+k_{2r})T<0, \quad (9)$$

переконуємося, що будь-які від’ємні коефіцієнти зворотних зв’язків $K_1$, $K_2$ забезпечують також виконання необхідних і достатніх умов стійкості.

Якісне дослідження стійкості системи (3)–(5) надається діаграмою Вишнеградського [8, с. 209], яка дозволяє визначити зони коливальної та аперіодичної поведінки перехідних процесів в площині параметрів $A, B$, а також лінії рівності ступеню стійкості та коливальності системи (3)–(5) [8, с. 212].

Проведене дослідження дозволяє зробити висновок, що властивість пропорційно-інтегрального закону зворотного зв'язку з корекцією щодо прискорення [4, 7] – стійкість системи – зберігається для спрощеної системи.

Безпосереднє обчислення коренів характеристичного рівняння (4) доводить, що керованість ступенем стійкості та коливальністю системи (3)–(5) змінами коефіцієнтів $K_1$, $K_2$ залишається незмінною. Роздільний характер впливу коефіцієнтів на ступінь стійкості та коливальність на жаль втрачається.

**Кінцеві значення довжини лопатей та траверс, що встановлюються.** Визначимо постійні кінцеві значення $\Delta\mu$, $\Delta H$ та $\Delta R$, що встановлюються при сумісній роботі каналів стабілізації із змінами довжини лопатей та траверс. Спрямуємо похідні в лівій частині рівнянь (3) до нулів і розв'яжемо утворену систему рівнянь

$$k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu = 0\,,$$

$$K_1 \cdot \Delta\mu + K_2(k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H - \Delta\mu)/T = 0\,, \tag{10}$$

$$K_1 \cdot \Delta\mu + K_2(k_1\Delta V + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu)/T = 0\,.$$

Перенесемо вільні від невідомих члени в праву частину системи (10), залишивши члени з невідомими в лівій частині

$$-\Delta\mu + k_{2h}\Delta H + k_{2r}\Delta R = -k_1\Delta V\,,$$

$$(K_1T - K_2)\cdot\Delta\mu + k_{2h}K_2\Delta H = -k_1K_2\Delta V\,, \tag{11}$$

$$(K_1T - K_2)\cdot\Delta\mu + k_{2r}K_2\Delta R = -k_1K_2\Delta V\,.$$

Система рівнянь (11) має єдиний розв'язок при умові нерівності нулю головного визначника. Обчислюючи головний визначник системи (11), отримуємо умову існування єдиного рішення системи (11)

$$-k_{2h}k_{2r}[1 + 2(K_1T - K_2)] \neq 0 \quad \text{або} \quad K_2 \neq \frac{2K_1T + 1}{2}\,. \tag{12}$$

Умова (12) завжди може бути виконана змінами коефіцієнтів зворотного зв'язку $K_1$ і $K_2$.

Розв'язуючи систему (11), маємо

$$\Delta\mu = \frac{k_1K_2}{K_2 - 2K_1T}\Delta V\,, \quad \Delta H = \frac{k_1K_1T}{k_{2h}}\Delta V\,, \quad \Delta R = \frac{k_1K_1T}{k_{2r}}\Delta V\,. \tag{13}$$

Аналіз співвідношень (13) дозволяє зробити висновок, що спрощена система стабілізації (3) призводить до втрати нульового кінцевого значення $\Delta\mu$, яке встановлюється, що притаманне обом каналам стабілізації при їх поодинокій роботі [4,7]. Останнє змушує шукати додаткових змін алгоритмів формування зворотних зв'язків так, щоб усунути зазначений недолік.

**Корекція алгоритмів формування зворотних зв'язків.** Згрупуємо однойменні члени в двох останніх рівняннях системи (3) та введемо в них деяку вагу ¥

$$\frac{d\Delta\mu}{dt} = (k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu)/T\ ,$$
$$\frac{d\Delta H}{dt} = (k_{2h}K_2\Delta H + ((K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)¥)/T\ ,$$
$$\frac{d\Delta R}{dt} = (k_{2r}K_2\Delta R + (K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)¥)/T\ .$$

Присвоїмо вазі ¥ деяке значення, наприклад 1/2,

$$\begin{aligned} &\frac{d\Delta\mu}{dt} = (k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu)/T\ , \\ &\frac{d\Delta H}{dt} = (k_{2h}K_2\Delta H + ((K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)/2)/T\ , \\ &\frac{d\Delta R}{dt} = (k_{2r}K_2\Delta R + (K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)/2)/T \end{aligned} \qquad (14)$$

та визначимо сталі значення системи (14), що встановлюються, для чого спрямуємо похідні в лівих частинах рівнянь системи до нулів

$$(k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu)/T = 0\ ,$$
$$(k_{2h}K_2\Delta H + ((K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)/2)/T = 0\ ,$$
$$(k_{2r}K_2\Delta R + (K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)/2)/T = 0$$

та розв’яжемо систему рівнянь відносно $\Delta\mu$ , $\Delta H$ та $\Delta R$ . Отримуємо

$$K_1T\Delta\mu = 0 \quad \text{та} \quad \Delta\mu = 0\ , \quad \Delta H = -\frac{k_1}{2k_{2h}}\Delta V\ , \quad \Delta R = -\frac{k_1}{2k_{2r}}\Delta V\ .$$

Заміщуючи коефіцієнти $k_1$, $k_{2h}$ та $k_{2r}$ їх виразами (2), для кінцевих $\Delta\mu$ , $\Delta H$ та $\Delta R$ , що встановлюються, остаточно маємо

$$\Delta\mu = 0\ , \qquad \Delta H = -\frac{3H_o}{2V_o}\Delta V\ , \qquad \Delta R = -\frac{3R_o}{2V_o}\Delta V\ ,$$

тобто шукане кінцеве значення $\Delta\mu$ , що встановлюється, дорівнює нулю. Останнє доводить ефективність проведеної корекції алгоритмів формування зворотних зв’язків.

**Керування розподілом навантаження на канали стабілізації.** Попередні розрахунки проведені в роботах [4 – 6] довели, що пікові та навіть кінцеві значення $\Delta H$ та $\Delta R$ достатньо великі, а саме кінцеві значення, що встановлюються при $\Delta V$ = 1 м/сек, дорівнюють $|\Delta H|/H_o = |\Delta R|/R_o$ = 23,08 %. Якщо для каналу стабілізації із змінами довжини лопатей це не має суттєвого значення – для цього каналу умова працездатності полягає в нерівності $\max|\Delta H|/H_o < 50$ %, то для каналу стабілізації із змінами довжини траверс це неприйнятно, бо значні зміни довжини траверс викликають зміни моменту інерції ротора і, як слідство, суттєво змінюють його динаміку. В зв’язку із цим важливе значення набуває розробка підходу та методики керування розподілом навантаження на канали стабілізації, що дозволить зменшити зміни моменту інерції ротора. Використаємо вищенаведений підхід до корекції алгоритмів формування зворотних зв'язків, але в цьому випадку введемо в друге та третє рівняння системи (3) роздільні ваги $¥_1$, $¥_2$, що задовольняють умові

$$¥_1 + ¥_2 = 1, \quad \text{а саме} \quad ¥_1 = 1 - a, \qquad ¥_2 = a, \qquad a \in [0,1].$$

Будемо характеризувати навантаження каналів стабілізації величинами $\Delta H$ та $\Delta R$, які встановлюються. Система рівнянь (3), яка стає залежною від параметра $a$, приймає вигляд

$$\frac{d\Delta\mu}{dt} = (k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu)/T,$$

$$\frac{d\Delta H}{dt} = (k_{2h}K_2\Delta H + ((K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)(1-a))/T, \quad (15)$$

$$\frac{d\Delta R}{dt} = (k_{2r}K_2\Delta R + (K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)a)/T.$$

Значення $a$ на кінцях інтервалу [0,1] відповідають навантаженню тільки на один канал стабілізації: $a$ =0 – працює тільки канал змін довжини лопатей, $a$ =1 – працює тільки канал змін довжини траверс; середнє значення $a$ з інтервалу [0,1] – $a$ =1/2 – розподіляє однакове навантаження на обидва канали.

Обчислення коефіцієнтів характеристичного полінома (4)

$$a_1 = \frac{1 - K_2(k_{2h} + k_{2r})}{T},$$

$$a_2 = \frac{K_2^2k_{2h}k_{2r} - (1-a)K_1k_{2h}T - (1-a)K_2k_{2r} - a(K_1k_{2r}T + K_2k_{2h})}{T^2},$$

$$a_3 = \frac{K_1K_2k_{2h}k_{2r}}{T^2},$$

системи (15) переконує, що будь-які від'ємні коефіцієнти зворотних зв'язків $K_1$, $K_2$ забезпечують виконання умов критерію Стодоли (6), а також необхідних та достатніх умов стійкості (8) системи (15). Третя з умов (8) в цьому випадку має вигляд

$$(1-a)(K_1Tk_{2h} - K_1K_2Tk_{2h}^2 + K_2k_{2r} - K_2^2k_{2r}) + K_2^3k_{2h}k_{2r}(k_{2h} + k_{2r}) +$$
$$+ aK_2k_{2h}(1 - K_2k_{2h}) + aK_1Tk_{2r}(1 - K_2k_{2r}) - K_2Tk_{2h}k_{2r}(2K_2 + K_1) -$$
$$- K_1K_2k_{2h}k_{2r} < 0.$$

Система рівнянь для визначення кінцевих значень $\Delta\mu$, $\Delta H$ та $\Delta R$ є

$$(k_1\Delta V + k_{2h}\Delta H + k_{2r}\Delta R - \Delta\mu)/T = 0,$$

$$(k_{2h}K_2\Delta H + ((K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)(1-a))/T = 0, \quad (16)$$

$$(k_{2r}K_2\Delta R + (K_1T - K_2)\Delta\mu + k_1K_2\Delta V)a)/T = 0.$$

Розв'язуючи систему рівнянь (16) відносно $\Delta\mu$, $\Delta H$ та $\Delta R$, отримуємо

$$\Delta\mu = 0\,, \qquad \Delta H = -\frac{(1-a)k_1}{k_{2h}}\Delta V\,, \qquad \Delta R = -\frac{ak_1}{k_{2r}}\Delta V\,,$$

або після заміщення коефіцієнтів $k_1$, $k_{2h}$, $k_{2r}$ їх виразами (2), остаточно маємо

$$\Delta\mu = 0\,, \quad \Delta H = -\frac{3(1-a)H_o}{V_o}\Delta V\,, \qquad \Delta R = -\frac{3aR_o}{V_o}\Delta V\,. \qquad (17)$$

Співвідношення (17) доводять, що зміна числового значення параметру $a$ ваг ¥$_1$, ¥$_2$ змінює кінцеві значення $\Delta H$ та $\Delta R$, що встановлюються, тобто дозволяє керувати розподілом навантаження на канали стабілізації.

Обчислимо та розмістимо в таблиці 1 кінцеві значення $\Delta H$ та $\Delta R$, що встановлюються, для різних значень параметру $a$ ваг ¥$_1$, ¥$_2$ при $V_o = 13$ м/сек і $\Delta V = 1$ м/сек.

Таблиця 1 – Кінцеві значення $\Delta H$ та $\Delta R$ в залежності від $a$.

| № за порядком | Значення параметра $a$ | $\lvert\Delta H\rvert / H_o$, % | $\lvert\Delta R\rvert / R_o$, % |
|---|---|---|---|
| 1 | 1/2 | 11,54 | 11,54 |
| 2 | 1/3 | 15,38 | 7,69 |
| 3 | 1/4 | 17,31 | 5,77 |
| 4 | 1/5 | 18,46 | 4,62 |
| 5 | 0 | 23,08 | 0 |
| 6 | 1 | 0 | 23,08 |

Аналіз таблиці 1 дозволяє зробити висновок, що запропонована методика перерозподілу навантаження між каналами стабілізації дозволяє досягти працездатності обох каналів.

**Моделювання процесів стабілізації швидкості обертів ротора.** Проведемо моделювання процесів стабілізації в замкнутій системі з запропонованими алгоритмами формування зворотних зв’язків. При виконанні розрахунків приймалося, що ВЕУ з *H*-ротором Дар’є має конструктивні параметри та умови роботи близькі до ВЕУ-0420, наведені в таблиці 1 роботи [4].

Довгострокові зміни швидкості вітру моделювались одиничною ступеневою функцією $\Delta V(t) = 1(t)$. Числові значення коефіцієнтів спрощеної моделі (3) наведені в таблиці 2.

Таблиця 2 – Числові значення коефіцієнтів спрощеної моделі

| Характеристика | Значення |
|---|---|
| Постійна часу $T$, с | 297,3615 |
| Коефіцієнт $k_1$, 1/м | 6,4615 |
| Коефіцієнт $k_{2h}$, 1/(м с) | 1,12 |
| Коефіцієнт $k_{2r}$, 1/(м с) | 2,24 |
| Коефіцієнт $K_1$, м | -6 |
| Коефіцієнт $K_2$, м с | -30 |

*Спрощений алгоритм.* На рис. 1 – 3 наведено залежності від часу відхилень $\Delta\mu$ , $\Delta H$ і $\Delta R$ при сумісній роботі каналів стабілізації із змінами довжини лопатей і траверс за спрощеним (3) та скоригованим (14) алгоритмами формування зворотних зв'язків, які позначені цифрами 1 і 2 відповідно.

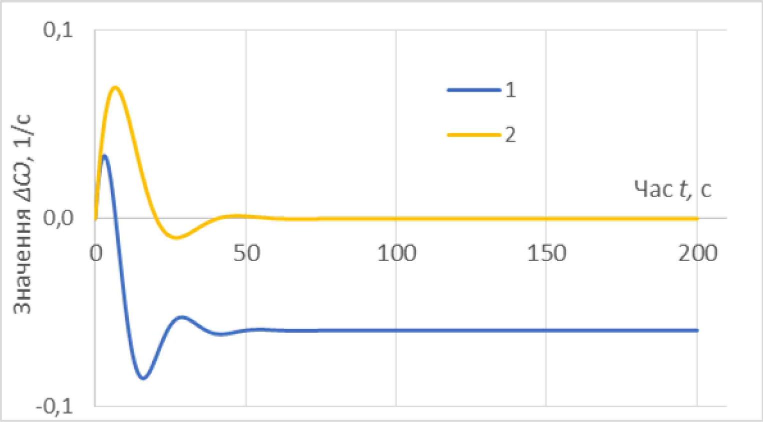


Рис. 1 – Залежності $\Delta\mu$ від часу $t$

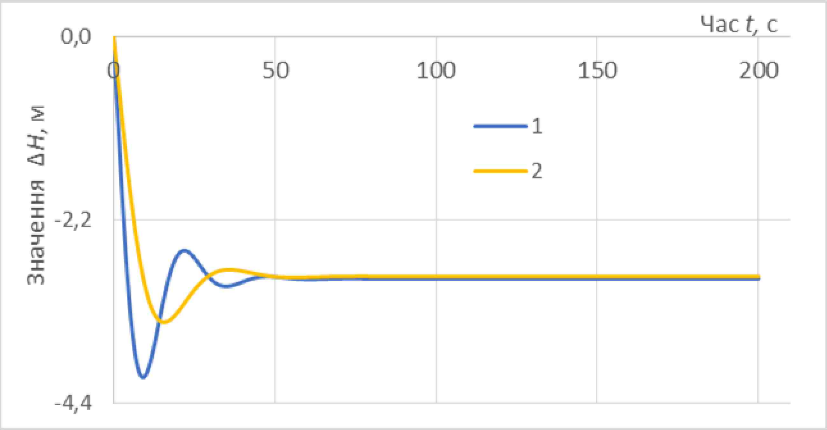


Рис. 2 – Залежності $\Delta H$ від часу $t$

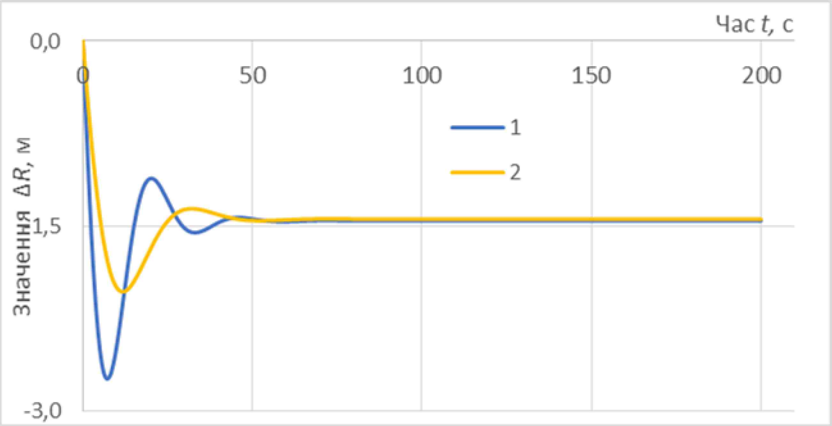


Рис. 3 – Залежності $\Delta R$ від часу $t$

Аналіз наведених на рис. 1 – 3 залежностей доводить ефективність проведеної корекції спрощеного алгоритму формування зворотних зв'язків, а саме:

– дозволяє досягти нульового кінцевого значення відхилення $\Delta\mu$ ;
– ненульові кінцеві значення відхилень $\Delta H$ і $\Delta R$ при цьому зберігаються, а їх пікові значення суттєво зменшуються.

*Керування навантаженням на канали стабілізації.* На рис. 4 – рис. 6 наведено графіки залежності від часу відхилень $\Delta\mu$ , $\Delta H$ і $\Delta R$ при сумісній роботі каналів змін довжини лопатей і траверс згідно алгоритму (15). Цифрами 1–4 позначені графіки залежностей, які відповідають строкам таблиці 1.

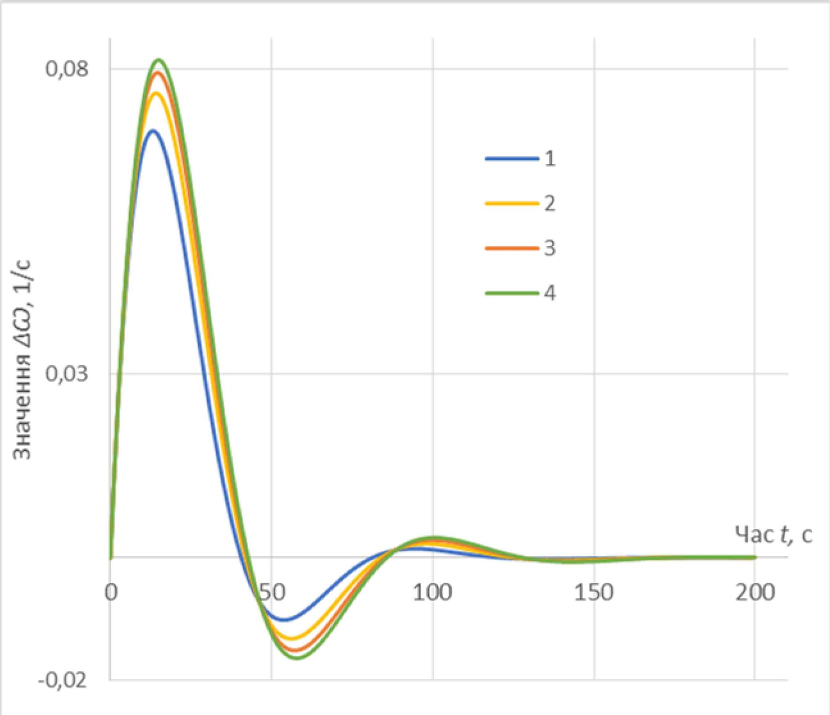


Рис. 4 – Залежності $\Delta\mu$ від часу $t$ для значень *a* з таблиці 1

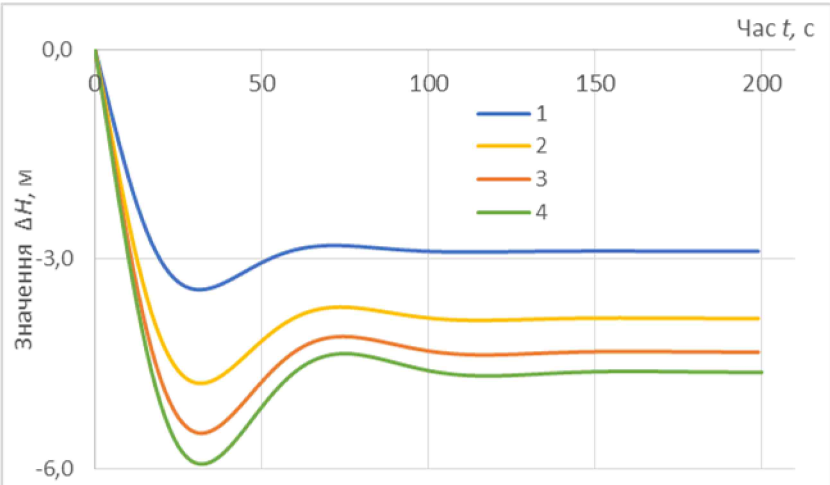


Рис. 5 – Залежності $\Delta H$ від часу $t$ для значень *a* з таблиці 1

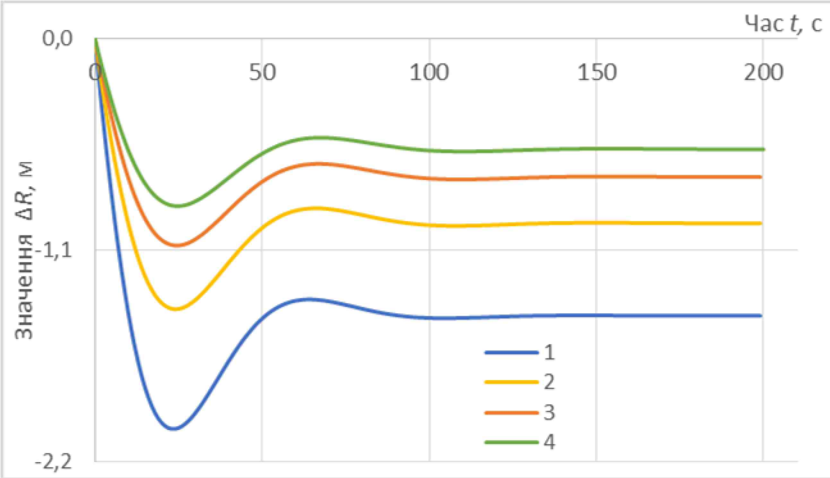


Рис. 6 – Залежності $\Delta R$ від часу $t$ для значень $a$ з таблиці 1

Аналіз наведених на рис. 4 – рис. 6 залежностей дозволяє зробити висновки, що при змінах параметра $a$ вагових коефіцієнтів $¥_1$ і $¥_2$:

– досягається нульове кінцеве значення відхилення $\Delta\mu$, що встановлюється;

– якісні показники перехідних процесів – довжина та коливальність не набувають суттєвих змін;

– пікові значення відхилення $\Delta\mu$ змінюються несуттєво;

– пікові та кінцеві значення відхилення $\Delta H$, що встановлюються, зростають із зменшенням параметру $a$ вагових коефіцієнтів $¥_1$ і $¥_2$, в той час як пікові та кінцеві значення відхилення $\Delta R$, що встановлюються, узгоджено зменшуються із зменшенням параметру $a$ вагових коефіцієнтів;

– при змінах параметра $a$ вагових коефіцієнтів $¥_1$ і $¥_2$ з $a$=1/2 до $a$=1/5 пікові та кінцеві значення $|\Delta R| / R_o$, що встановлюються, зменшується більше ніж в два рази – пікові з 16,24 % до 6,98 %, а кінцеві з 11,54 % до 4,62 %; найбільше пікове значення $|\Delta H| / H_o$ не перевищує 23,72 %;

– кінцевому значенню перехідної функції $\Delta R$, що встановлюється, змінами параметру $a$ може бути надано будь яке наперед задане мінімальне значення.

Таким чином може бути зроблений загальний висновок стосовно достатньої ефективності запропонованого підходу та методики перерозподілу навантаження між каналами стабілізації. Теоретичне обґрунтування запропонованого підходу буде предметом подальшої роботи.

**Висновки.** Запропоновано алгоритми формування зворотних зв'язків, які забезпечують стійкість замкнутої системи стабілізації обертів ротора вертикально-осьових ВЕУ, керованого сумісними змінами довжини лопатей і траверс, а також підхід та методика розподілу навантаження на канали стабілізації. Проведене моделювання довело можливість забезпечення умов працездатності каналів стабілізації, більшу ефективність і кращі показники якості регулювання. Запропоновані алгоритми та методика можуть бути використані при обґрунтуванні конструктивних рішень при проєктуванні вертикально-осьових ВЕУ із ротором Дар'є.


1. *Дзензерский В. А., Тарасов С. В., Костюков И. Ю.* Ветроустановки малой мощности. К.: Наук. думка, 2011. 592 с.
2. *Pande J., Nasikkar P., Kotecha K., Varadarajan V.* A Review of Maximum Power Point Tracking Algorithms for Wind Energy Conversion Systems. J. Mar. Sci. Eng. 2021. V. 9. P. 1187. https://doi.org/10.3390/jmse9111187
3. *Тарасов С. В., Редчиць Д. О., Тарасов А. С., Дорош О. В.* Модель динаміки ротора Дар'є змінної конфігурації. Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» (ІТММ-2023), 22 березня 2023 р. Зб. наук. праць. Дніпро: Український державний університет науки і технологій. 2023. С. 208–211. https://doi.org/10.34185/1991-7848.itmm.2023.01.057
4. *Тарасов С. В., Молотков О. Н.* Алгоритми стабілізації швидкості обертів ротора Дар'є вітроенергетичної установки, керованого змінами довжини лопатей. Технічна механіка. 2023. № 4. С. 50–59. https://doi.org/10.15407/itm2023.04.050
5. *Тарасов С. В., Молотков О. Н., Тарасов А. С., Чернявський Є. Ю.* Аналіз показників якості системи стабілізації обертів ротора Дар'є ВЕУ. Матеріали 14-ї Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні енергетичні установки на транспорті, технології та обладнання для їх обслуговування» (СЕУТТОО-2023) 16–18 березня 2023 р. Зб. наук. праць. Херсон: Херсонська державна морська академія. 2023. С. 284–286.
6. *Тарасов С. В., Молотков О. Н.* Моделювання перехідних процесів в системі стабілізації обертів ротора Дар'є вітрової турбіни. Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні» (ІТММ-2023) 22 березня 2023 р. Зб. наук. праць. Дніпро: Український державний університет науки і технологій. 2023. С. 204–207. https://doi.org/10.34185/1991-7848.itmm.2023.01.056
7. *Тарасов С. В., Молотков О. Н.* Модель динаміки ротора Дар'є, керованого змінами довжини траверс. Матеріали 15-ї Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні енергетичні установки на транспорті і технології та обладнання для їх обслуговування» (СЕУТТОО-2024) 13–15 березня 2024 р. Зб. наук. праць. Херсон: Херсонська державна морська академія. 2024. С. 224–226.
8. *Бесекерский В. А., Попов Е. Н.* Теория систем автоматического управления. СПб.: Изд-во «Професия», 2003. 752 с. (Серия: Специалист).



Отримано 08.04.2024,
в остаточному варіанті 30.05.2024