УДК 519.6 https://doi.org/10.15407/itm2023.01.105

О. М. САВОНІК

ІНТЕРВАЛЬНА ОЦІНКА ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ВИПРОБУВАНЬ КОМПОНЕНТІВ СКЛАДНОЇ СИСТЕМИ

Інститут технічної механіки Національної академії наук України
і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: office.itm@nas.gov.ua

Метою роботи є знаходження нижньої оцінки імовірності безвідмовної роботи (ІБР) складної монотонної невідновлюваної системи за результатами незалежних біноміальних випробувань її елементів. З використанням загального логіко-ймовірнісного метода ІБР розглядається у вигляді багаточлена ймовірнісної функції, яка є лінійним багаточленом по відношенню до кожної з S змінних (S – кількість типів елементів, з яких складається система). На основі методу довірчих множин нижня оцінка ІБР знаходиться як мінімум функції від невідомого багатовимірного параметра при ймовірності сукупних результатів випробувань (успішної роботи) елементів, яка дорівнює одиниці мінус гарантований коефіцієнт довіри. Отримано систему рівнянь, кожне з яких для двох типів елементів встановлює зв'язок між похідними ІБР по надійності елемента (ще одне рівняння встановлює зв'язок між надійністю елементів та коефіцієнтом довіри). Знайдено умови, яким повинна відповідати початкова точка для чисельного розв'язання отриманої системи нелінійних рівнянь (кількість умов дорівнює кількості типів елементів мінус один; кожна умова – це однаковий знак для двох функцій, кожна з яких залежить від ймовірності результатів випробувань окремого типу елементів та похідної даної ймовірності по надійності елемента). В деяких конкретних випадках за рахунок простої структури багаточлена ймовірнісної функції вдається скоротити розмірність задачі. Розроблений метод дозволяє отримувати для складних систем, які не зводяться до послідовно-паралельної або паралельно-послідовної структури та складаються з елементів з довільним типом розподілу напрацювання до відмови, довірчу оцінку надійності з гарантованим коефіцієнтом довіри. Метод дозволяє отримувати оцінку при малій кількості випробувань, а також при малій кількості або за відсутності відмов, що є особливо актуальним для високонадійних систем.

Ключові слова: *складна система, біноміальні випробування, надійність, довірчі множини, монотонна система.*

The goal of this work is to find the lower estimate of the no-failure probability (NFP) of a complex monotonic nonrecoverable system from the results of independent binomial tests of its components. Using the general-and-probabilistic method, the NFP is considered as a probability function polynomial, which is a linear homogeneous polynomial in each of the S variables where S is the number of system component types. Based on the method of confidence sets, the NFP lower estimate is found as the minimum of a function of an unknown multidimensional parameter at a probability of the aggregate test results (failure-free operation) of the system components equal to one minus the guaranteed confidence coefficient. The paper reports a system of equations, each of which for two component types relates the component reliability derivatives of the NFP (and one more equation relates the component reliability and the confidence coefficient). Conditions are found for the initial guess in a numerical solution of the above system of nonlinear equations (the number of the conditions is equal to the number of the component types minus one; each condition is a like sign for two functions each of which depends on the probability of the test results of a particular component type and the component reliability of this probability). In some specific cases, the program dimension can be reduced due to the simple structure of the probability function polynomial. The presented method gives a confidence reliability estimate with a guaranteed confidence coefficient for complex system that cannot be reduced to a serial-parallel or a parallel-serial structure and consist of components with an arbitrary type of failure time distribution. The method allows one to get an estimate at a small number of tests and a small number of failures or in their absence, which is of especial importance for high-reliability systems.

Keywords: *complex system, binomial tests, reliability, confidence sets, monotonic system.*

Вступ. Оцінка надійності системи за результатами випробування її компонентів є однією з найскладніших задач у теорії надійності і водночас ця задача має велике практичне значення. Експериментальні методи оцінки показників надійності технічних об'єктів відіграють важливу роль у визначенні досягнутого рівня надійності об'єкта або його складових частин, обґрунтуванні або перевірці ефективності заходів з доопрацювання конструкції, корекції системи технічного обслуговування та ремонту, розв'язанні різних оптимізаційних задач [1].

Вирішення цієї задачі дозволить подолати основну проблему – відсутність масовості випробувань самих систем у режимах, що нас цікавлять. Як

© О. М. Савонік, 2023

правило, загальна кількість однотипних систем, що працюють в однакових режимах, невелика (не більше 100); в той же час число однотипних елементів, що входять до цих систем, є досить великим [2]. Тому існує потреба у максимальному використанні фактичної інформації про надійність елементів для об'єктивного судження (висновків) про надійність самої системи.

Огляд раніше розроблених методів для побудови довірчих границь для показників надійності складних систем за результатами випробувань можна знайти в [1, 3]. Серед останніх робіт можна вказати наступні.

В роботі [4] отримано аналітичне розв'язання одновимірної задачі Клопера–Пірсона у вигляді функції від кількості випробувань до виникнення першої відмови. У статті [5] доведено теорему, яка дозволяє в простій формі (у вигляді коренів рівнянь Клопера–Пірсона, що є функцією від кількості випробувань та відмов елементів) дати вирішення задачі зі знаходження γ-нижньої границі для показника $R = R_1 R_2 \ldots R_m$ надійності системи з m послідовно з'єднаних об'єктів за результатами їх автономних біноміальних випробувань.

У статті [6] на основі методу довірчих множин отримано формули для верхньої та нижньої границі функції $R(\theta)$ багатовимірного параметра за результатами випробувань. На основі цих формул знайдено верхні та нижні оцінки надійності для послідовної системи для біноміальних випробувань з зупинкою (зупинка після r-ї відмови).

У статті [7] для складної системи, поданої у вигляді мінімальних шляхів, використовується непараметричний критерій для перевірки двох гіпотез: надійність системи більша або менша заданої величини. Знайдено граничний розподіл статистики, на основі якого можна отримати довірчий інтервал для надійності системи.

Переліченим методам притаманні один або декілька основних недоліків: обмеження на структуру системи (в основному розглядаються послідовні системи), обмеження на функцію розподілу напрацювання елементів, надто широкий довірчий інтервал надійності.

В статті [8] описано статистичний метод отримання інтервальних оцінок показників надійности структурно-складної системи, що не зводиться до послідовно-паралельної або паралельно-послідовної структури. Для знаходження ймовірності безвідмовної роботи системи застосовується загальний логіко-ймовірнісний метод моделювання і розрахунку надійності систем [2, 9]. Наведено приклад розрахунків для системи з 15 елементів.

Ще один статистичний метод розглядається у статті [10]. Використовується метод мінімальних шляхів. Дані моделювання аналізуються і робиться висновок про розподіл строку служби системи. Оцінюється критерій згоди, точкова оцінка і довірчий інтервал параметрів, а також показники надійності.

Слід зазначити, що при аналізі високонадійних систем з великою кількістю елементів з допомогою статистичних методів виникають проблеми, пов'язані з великими витратами машинного часу, потрібного для обчислень з заданою точністю.

Таким чином, нерозв'язаною раніше проблемою є розроблення досить швидкого методу інтервальної оцінки надійності монотонних невідновлюваних систем за результатами випробування елементів системи, придатного для будь-якого типу функції розподілу напрацювання елементів.

Мета і задачі. Позначимо через $R(\theta)$ імовірність безвідмовної роботи (ІБР) системи. Нехай є s незалежних подій, для кожної з яких дано n_i – кількість випробувань i-го типу елементів, D_i – кількість відмов.

Потрібно оцінити функцію $R(\theta)$ на області визначення Θ s-вимірного параметра за результатами випробувань, ймовірності яких визначаються невідомим значенням вектора $\theta = f(p_1, \dots, p_s)$. Точніше кажучи, треба зазначити випадкові границі R_* та R^*, що задовольняють умові $P_\theta\left(R_* \le R \le R^*\right) \ge \gamma$ при заданому γ, $0 < \gamma < 1$.

Позначимо через $\Omega = \{\omega\}$ множину можливих результатів випробувань і зафіксуємо довільний скінченний впорядкований набір її підмножин X_v, $v = \overline{0, n}$ такий, що

$$X_0 \cup X_1 \cup \ldots \cup X_n = \Omega \text{ та}$$

$$X_{v_1} \cap X_{v_2} = \text{O при } v_1 \ne v_2 .$$

Візьмемо $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ge 0$ с $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1 - \gamma$; нехай для будь-якого $i = \overline{0, n-1}$

$$Y_i = \bigcup_{v'=0}^{i} X_{v'} \text{ та}$$

$$K_i^1 = \{\theta : P_\theta(\omega \in Y_i) > \varepsilon_1\},\ K_n^1 = \Theta, \tag{1}$$

тобто
$$K_i^1 = \left\{\theta : \sum_{v'=0}^{i} P_\theta\left(\omega \in X_{v'}\right) > \varepsilon_1\right\}; \tag{2}$$

причому з (2) видно, що

$$\text{O} \subseteq K_{i_1}^1 \subseteq K_{i_2}^1 \text{ при } i_1 < i_2 . \tag{3}$$

Аналогічно для будь-якого $j = \overline{1, n}$

$$Z_j = \bigcup_{v'=j}^{n} X_{v'} \text{ та}$$

$$K_j^2 = \{\theta : P_\theta(\omega \in Z_j) > \varepsilon_2\},\ K_0^2 = \Theta,$$

тобто
$$K_j^2 = \left\{\theta : \sum_{v'=j}^{n} P_\theta\left(\omega \in X_{v'}\right) > \varepsilon_2\right\};$$

причому
$$K_{j_1}^2 \supseteq K_{j_2}^2 \supseteq \text{O при } j_1 < j_2 .$$

Результату випробувань ω поставимо у відповідність випадкову множину $K_\omega = K_\omega^1 \cap K_\omega^2$, де $K_\omega^1 = K_\nu^1$ та $K_\omega^2 = K_\nu^2$, якщо $\omega \in X_\nu$.

У [6] було доведено наступну теорему та зауваження до неї.

Теорема 1. Випадковий інтервал $\left[R_*, R^*\right]$, де

$$R_* = \inf_{\theta \in K_\nu^1 \cap K_\nu^2} R(\theta),\ R^* = \sup_{\theta \in K_\nu^1 \cap K_\nu^2} R(\theta),\ \text{якщо } \omega \in X_\nu, \tag{4}$$

має коефіцієнт довіри не менше ніж γ. (При $K_\nu^1 \cap K_\nu^2 = \text{O}$ як $\left[R_*, R^*\right]$ береться довільний інтервал).

Зауваження 1. Якщо функція $R(\theta)$ є неперервною, неспадною і така ж ліва частина нерівності в (2) з областю значень $[0, 1]$, то у (4) $\inf$ ($\min$) слід брати по множині

$$\partial K_\nu^1 = \left\{\theta : P_\theta(\omega \in Y_\nu) = \varepsilon_1\right\} \text{ при } \nu \neq n, \tag{5}$$

а $\sup$ ($\max$) – по множині

$$\partial K_\nu^2 = \left\{\theta : P_\theta(\omega \in Z_\nu) = \varepsilon_2\right\} \text{ при } \nu \neq 0. \tag{6}$$

Для знаходження ймовірності безвідмовної роботи системи $R(\theta)$ буде застосовуватися загальний логіко-ймовірнісний метод моделювання і розрахунку надійності систем [2, 9]. Логічна модель системи будується за допомогою апарату схем функціональної цілісності (СФЦ). Докладний опис апарату СФЦ та загального логіко-ймовірнісного методу наведено у [11, 12].

Всі етапи загального логіко-ймовірнісного методу реалізовано у вигляді програмного комплексу "АРБИТР" [13]. Наслідком виконання цих етапів є отримання $R(\theta)$ у вигляді ймовірнісного багатогочлена, що є лінійним однорідним багаточленом ступеня s, тобто частинна похідна ймовірнісної функції по будь-якій змінній не буде залежати від цієї змінної:

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_j} = g\left(p_1, \ldots, p_{j-1}, p_{j+1}, \ldots, p_s\right) = \sum_{t_j=1}^{T_j} \prod_{\substack{u_{t_j}=1 \\ u_{t_j} \neq j}}^{s} p_{u_{t_j}}^{(t_j)},\ \ j = \overline{1, s},$$

де $P_c = f(p_1, \ldots, p_s)$ – ймовірність безвідмовної роботи системи; T_j – кількість складників у похідній $\frac{\partial P_c}{\partial p_j}$; а $p_{u_{t_j}}^{(t_j)}$ може набувати одне з 4-х значень: 1; -1; $p_{u_{t_j}}$; $1 - p_{u_{t_j}}$.

Зауважимо, що P_c є різницею двох опуклих функцій.

Результати дослідження. Для кожного елемента система підмножин результатів випробувань буде наступною: підмножина $X_{\nu_l}^{(l)}$, $\nu_l = \overline{0, n_l}$ включатиме всі випробування, для яких $D_l = \nu_l$. Очевидно, що

$$P_\theta\left(\omega \in Y_i^l\right) = \sum_{d_l=0}^{D_l} C_{n_l}^{d_l} p_l^{n_l - d_l} (1 - p_l)^{d_l}.$$

Підмножини сукупних результатів випробувань $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s)$ сформуємо наступним чином:

$$X_v = \left\{ \omega : \bigwedge_{l=1}^{s} \left(\omega_l \in X_{v_l}^{(l)}, v = \max_{l=\overline{1,s}} v_l \right) \right\}.$$

Звідси випливає:

$$P_\theta(\omega \in Y_i) = \prod_{l=1}^{s} P_\theta\left(\omega \in Y_i^{(l)}\right).$$

Щоб скористатися теоремою 1, треба розв'язати задачу:

$$P_c = f(p_1, \dots, p_s) \to \min_{p_1, \dots, p_s} \tag{7}$$

за умови

$$\prod_{l=1}^{s} \sum_{d_l=0}^{D_l} C_{n_l}^{d_l} p_l^{n_l - d_l} (1 - p_l)^{d_l} - (1 - \gamma) = 0 . \tag{8}$$

Похідні від функції Лагранжа матимуть вигляд:

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_j} + \lambda \left(\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^{s} \sum_{d_l=0}^{D_l} C_{n_l}^{d_l} p_l^{n_l - d_l} (1 - p_l)^{d_l} \right) \times$$

$$\times \frac{d}{dp_j} \sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j - d_j} (1 - p_j)^{d_j} = 0 , \quad j = \overline{1, s} .$$

Враховуючи рівність (8), отримуємо:

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_j} + \lambda (1 - \gamma) \frac{\frac{d}{dp_j} \sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j - d_j} (1 - p_j)^{d_j}}{\sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j - d_j} (1 - p_j)^{d_j}} = 0 , \quad j = \overline{1, s} . \tag{9}$$

З останньої рівності (поклавши для визначеності $j = 1$) знайдемо вираз для величини $\lambda(1 - \gamma)$. Підставивши цей вираз в інші рівняння (при $j = \overline{2, s}$), отримаємо:

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_j} \frac{\frac{d}{dp_j} \sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j - d_j} (1 - p_j)^{d_j}}{\sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j - d_j} (1 - p_j)^{d_j}} - \frac{\partial P_c}{\partial p_1} \frac{\frac{d}{dp_1} \sum_{d_1=0}^{D_1} C_{n_1}^{d_1} p_1^{n_1 - d_1} (1 - p_1)^{d_1}}{\sum_{d_1=0}^{D_1} C_{n_1}^{d_1} p_1^{n_1 - d_1} (1 - p_1)^{d_1}} = 0 , \; j = \overline{2, s} .$$

Якщо подати у вигляді

$$C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j - d_j} (1 - p_j)^{d_j} = p_j^{n_j} C_{n_j}^{d_j} \left(\frac{1 - p_j}{p_j} \right)^{d_j} , \; d_j \geq 1 ;$$

то

$$\sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j-d_j}(1-p_j)^{d_j} = p_j^{n_j} + p_j^{n_j}\sum_{d_j=1}^{D_j} C_{n_j}^{d_j}\left(\frac{1-p_j}{p_j}\right)^{d_j}.$$

Тоді для $D_j \ge 1$

$$\frac{d}{dp_j}\sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j-d_j}(1-p_j)^{d_j} = n_j p_j^{(n_j-1)} +$$

$$+ n_j p_j^{(n_j-1)}\sum_{d_j=1}^{D_j} C_{n_j}^{d_j}\left(\frac{1-p_j}{p_j}\right)^{d_j} + p_j^{n_j}\sum_{d_j=1}^{D_j}\left(-\frac{d_j}{p_j^2}\right) C_{n_j}^{d_j}\left(\frac{1-p_j}{p_j}\right)^{d_j-1}.$$

А для $D_j = 0$

$$\frac{d}{dp_j}\sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j-d_j}(1-p_j)^{d_j} = n_j p_j^{(n_j-1)}.$$

Звідси

$$\frac{\frac{d}{dp_j}\sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j-d_j}(1-p_j)^{d_j}}{\sum_{d_j=0}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} p_j^{n_j-d_j}(1-p_j)^{d_j}} = \frac{n_j}{p_j} -$$

$$-\operatorname{sign}(D_j)\frac{1}{p_j^2}\frac{\sum_{d_j=1}^{D_j} d_j C_{n_j}^{d_j}\left(\frac{1-p_j}{p_j}\right)^{d_j-1}}{1+\sum_{d_j=1}^{D_j} C_{n_j}^{d_j}\left(\frac{1-p_j}{p_j}\right)^{d_j}}, \quad j=\overline{1,s}. \qquad (10)$$

Отримуємо рівняння:

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_j}\left[\frac{n_j}{p_j} - \operatorname{sign}(D_j)\frac{1}{p_j^2}\frac{\sum_{d_j=1}^{D_j} d_j C_{n_j}^{d_j}\left(\frac{1-p_j}{p_j}\right)^{d_j-1}}{1+\sum_{d_j=1}^{D_j} C_{n_j}^{d_j}\left(\frac{1-p_j}{p_j}\right)^{d_j}}\right] -$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_1}\left[\frac{n_1}{p_1} - \operatorname{sign}(D_1)\frac{1}{p_1^2}\frac{\sum_{d_1=1}^{D_1} d_1 C_{n_1}^{d_1}\left(\frac{1-p_1}{p_1}\right)^{d_1-1}}{1+\sum_{d_1=1}^{D_1} C_{n_1}^{d_1}\left(\frac{1-p_1}{p_1}\right)^{d_1}}\right] = 0, \quad j=\overline{2,s}. \qquad (11)$$

У підсумку отримуємо систему рівнянь (8), (11) для визначення $p_1, \ldots, p_s$.

Враховуючи, що розглядаються монотонні системи, маємо нерівність $\frac{\partial P_c}{\partial p_j} \geq 0$, $j = \overline{1, s}$. Тоді для того, щоб виконувалось (11), маємо наступні умови (для $D_j \geq 1$, $D_1 \geq 1$):

$$\operatorname{sign}\left\{ n_j p_j \left[1 + \sum_{d_j=1}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} \left(\frac{1-p_j}{p_j} \right)^{d_j} \right] - \left[\sum_{d_j=1}^{D_j} d_j C_{n_j}^{d_j} \left(\frac{1-p_j}{p_j} \right)^{d_j - 1} \right] \right\} =$$

$$\operatorname{sign}\left\{ n_1 p_1 \left[1 + \sum_{d_1=1}^{D_1} C_{n_1}^{d_1} \left(\frac{1-p_1}{p_1} \right)^{d_1} \right] - \left[\sum_{d_1=1}^{D_1} d_1 C_{n_1}^{d_1} \left(\frac{1-p_1}{p_1} \right)^{d_1 - 1} \right] \right\}, \ j = \overline{2, s}. \quad (12)$$

Початкові значення $p_1 = p_{1(0)}, \ldots, p_s = p_{s(0)}$ задаємо, виходячи з умови (12).

Приклад. Розрахуємо граничні оцінки надійності місткової схеми, зображеної на рис. 1.

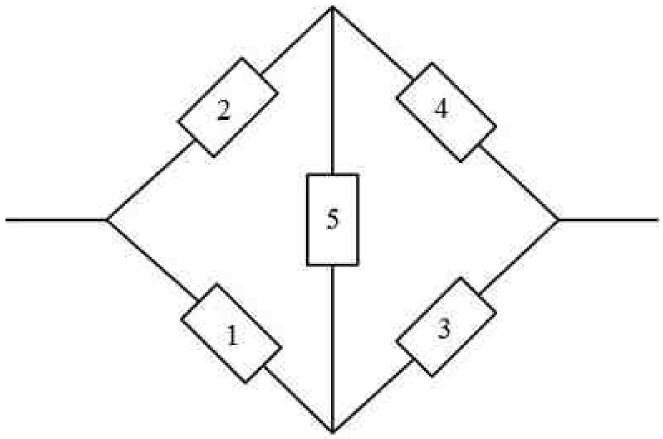

Рис. 1

У цьому випадку маємо наступні вирази для ІБР системи та часткових похідних:

$$P_c = p_3 p_4 \left(p_1 p_2 + (1 - p_1) p_2 p_5 + p_1 (1 - p_2) p_5 \right);$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_1} = p_3 p_4 \left(p_2 - p_2 p_5 + (1 - p_2) p_5 \right); \quad (13)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_2} = p_3 p_4 \left(p_1 + (1 - p_1) p_5 - p_1 p_5 \right); \quad (14)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_3} = p_4 \left(p_1 p_2 + (1 - p_1) p_2 p_5 + p_1 (1 - p_2) p_5 \right); \quad (15)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_4} = p_3 \left(p_1 p_2 + (1 - p_1) p_2 p_5 + p_1 (1 - p_2) p_5 \right); \quad (16)$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial p_5} = p_3 p_4 \left(\left(1 - p_1\right) p_2 + p_1 \left(1 - p_2\right) \right). \qquad (17)$$

У таблиці 1 наведено результати розрахунків для декількох варіантів початкових даних. Розрахунки проводилися за допомогою вільно поширюваної програми scilab (версія 5.5.2) шляхом чисельного розв'язання системи рівнянь (8), (11), куди були підставлені конкретні вирази для часткових похідних (13) – (17). Початкові значення $p_1 = p_{1(0)}, \ldots, p_s = p_{s(0)}$ задавалися наступним чином:

– якщо $D_j \geq 1$, то $p_j = p_{j(0)}$ знаходилося з рівняння:

$$n_j p_j \left[1 + \sum_{d_j = 1}^{D_j} C_{n_j}^{d_j} \left(\frac{1 - p_j}{p_j} \right)^{d_j} \right] - \left[\sum_{d_j = 1}^{D_j} d_j C_{n_j}^{d_j} \left(\frac{1 - p_j}{p_j} \right)^{d_j - 1} \right] = 0 ;$$

– якщо $D_j = 0$, то $p_j = p_{j(0)}$ приймалося рівним 0.9.

Таблиця 1 – Результати розрахунків нижньої границі ІБР системи

Кількість випробувань	Кількість відмов елементів					Нижня границя ІБР системи	
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	$\gamma = 0{,}9$	$\gamma = 0{,}95$
10	0	2	1	0	1	0,665	0,607
10	1	1	2	1	0	0,521	0,465
10	0	1	2	2	1	0,458	0,402
15	0	2	1	0	1	0,767	0,723
15	1	1	2	1	0	0,657	0,611
15	0	1	2	2	1	0,606	0,557
20	0	2	1	0	1	0,820	0,785
20	1	1	2	1	0	0,735	0,694
20	0	1	2	2	1	0,692	0,651

Висновки. Розроблений метод дозволяє отримувати інтервальну оцінку надійності для складних систем, які не зводяться до послідовно-паралельної або паралельно-послідовної структури і складаються з елементів з довільним розподілом напрацювання.

Доцільно продовжити пошук способів скоротити розмірність задачі (в деяких конкретних випадках це вдається зробити).

1. Надежность технических систем: справочник / под ред. И. А. Ушакова. Москва: Радио и связь, 1985. 608 с.
2. *Рябинин И. А.* Надежность и безопасность структурно-сложных систем. Санкт-Петербург: Политехника, 2000. 248 с.
3. *Павлов И. В.* Статистические методы оценки надежности сложных систем по результатам испытаний. Москва: Радио и связь, 1982. 168 с.
4. *Казакова Н. Ф.* Аналітичне розв'язання одновимірної задачі Клопера–Пірсона. Радиотехника. Харків: Харківський національний університет радіотехніки, 2002. Выпуск № 128. С. 97–99.
5. *Скопа О. О., Гундерич Г. А.* Знаходження γ-нижньої границі показника надійності системи з m послідовно з'єднаних об'єктів за результатами їх автономних біноміальних випробувань. Наукові записки УНДІЗ. 2008. № 5(7). С. 73–77.
6. *Ревяков М. И.* Интервальная оценка надежности системы по результатам испытаний. Кибернетика и системный анализ. 1992. № 4. С. 92–97.

7. *Zhou Y., Fu L., Zhang J., Hui Y.* A Reliability Test of a Complex System Based on Empirical Likelihood. 2016. PLOS ONE 11(10): e0163557. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0163557
8. *Струков А. В.* Интервальная оценка показателей надежности структурно-сложной системы по результатам биномиальных испытаний ее компонент. URL: https://studylib.ru/doc/2716656/strukov-a.v. (дата звернення: 27.01.2022).
9. *Рябинин И. А., Черкесов Г. Н.* Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. Москва: Радио и связь, 1981. 286 с.
10. *Chunyu Yu, Yuanlin Guan, Xixin Yang*. Reliability Synthesis and Prediction for Complex Electromechanical System: A Case Study. Frontiers in Energy Research. 2022. Vol. 10. March. P. 1–10. https://doi.org/10.3389/fenrg.2022.865252
11. *Можаев А. С.* Общий логико-вероятностный метод анализа надежности структурно сложных систем: уч. пос. Ленинград: ВМА, 1988. 68 с.
12. *Можаев А. С.* Общий логико-вероятностный метод автоматизированного структурно-логического моделирования надежности, безопасности и риска сложных систем / Безопасность России. Анализ риска и проблем безопасности. В 4-х частях. Часть 1. Основы анализа и регулирования безопасности. Москва: МГФ “Знание”, 2006. С.153–197.
13. *Можаев А. С.* Автоматизированное структурно-логическое моделирование систем: учебник. Санкт-Петербург: ВМА им. Кузнецова Н.Г., 2006. 590 с.

Отримано 02.11.2022,
в остаточному варіанті 01.03.2023