

МЕТОДИ КОМПЕНСАЦІЇ СПОТВОРЕНЬ ОЦІНОК ФАЗИ У БАГАТОЗОНДОВИХ МІКРОХВИЛЬОВИХ ВИМІРЮВАЧАХ

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара,
просп. Науки, 72, 49000, Дніпро, Україна; e-mail: tigozavr@gmail.com

В даній роботі розглядається питання точності безконтактного вимірювання відносних відстаней за допомогою багатозондової вимірювальної лінії в мікрохвильовому діапазоні. Основна увага надається похибкам вимірювання, що з'являються внаслідок неточності позиціонування зондів та вимірювання кроку між ними разом з неточністю налаштування частоти генератора. Дані неточності можуть з'являтися внаслідок надмірних вібрацій та температурних змін. В роботі подається огляд двох стандартних методів: методу дискретного перетворення Фур'є та двохзондового методу. Також досліджуються нові підходи на основі методу Проні та методу корекції нормованої сталої поширення. Підхід на основі методу Проні використовує модифікований варіант методу для зменшення необхідної кількості зондів. Оригінальний підхід базується на апроксимації моделі сигналу шляхом лінійної апроксимації гармонічної складової зі зсунутим значенням нормованої сталої поширення. Показано можливість значного придушення ефектів спотворення сигналу для методу Проні та достатність підвищення якості та кращу швидкість розрахунку для методу корекції нормованої сталої поширення. Всі методи були спочатку перевірені на детерміністичній моделі без шуму з фазовими спотвореннями внаслідок зсуву сталої поширення. Подальші тести проводяться для моделі, в якій наявні як похибка оцінки нормованої сталої поширення, так і білий адитивний гаусів шум. Проведені числові експерименти демонструють емпіричні границі застосовності для кожного з методів, зважаючи на їхню результативність. Показано, що дані границі є достатніми для застосувань в реальному експерименті. Показано, що дані границі в основному накладають обмеження на точність вимірювання кроку внаслідок того, що прийнятні межі похибки частоти генератора значно перевищують можливості сучасної техніки. Продемонстровано, що методи здатні покращувати оцінку відносної відстані для моделі хвильовідної системи, що піддається вібраціям, які впливають на міжзондову відстань.

Ключові слова: параметричний спектральний аналіз, параметричний підхід, метод Проні, коефіцієнт відбиття, цифрова обробка даних, багатозондові вимірювання, вимірювання вібрацій, оцінка параметрів, обернені задачі.

This paper addresses the problem of the accuracy of contactless relative displacement measurement with the help of a multiprobe measuring line in the microwave range. Attention is given to measurement errors that arise from inaccuracies in the probe placement and probe spacing measurement and inaccuracies in oscillator frequency setting. These inaccuracies can be caused by excessive vibrations and temperature variations. The paper overviews two standard methods: the discrete Fourier transform method and the two-probe method. New approaches based on Prony's method and the normalized propagation constant correction method are studied. Prony's method approach uses a modified version of Prony's method in order to reduce the required number of probes. The novel approach is based on approximating the signal model with the help of a linear approximation of the harmonic component with a shifted value of the normalized propagation constant. The former method significantly reduces the signal distortion, while the latter is sufficient for small distortions and shows a faster computational speed. The methods were first tested on a deterministic noiseless model with phase distortions due to errors in the propagation constant followed by testing them on a model both with propagation constant errors and with additive white Gaussian noise present. The tests gave empirical ranges of applicability of each of the methods including the standard ones based on their performance. For the proposed methods, these ranges are sufficient for real-world applications, and they mainly impose restrictions on the probe spacing measurement accuracy because the oscillator frequency accuracy provided by modern equipment lies well within them. The methods improve the relative displacement measurement accuracy for a waveguide system model subject to vibrations that affect the electrical probe spacing.

Keywords: parametric spectral analysis, parametric approach, Prony's method, reflection coefficient, digital data processing, multiprobe measurements, vibration measurements, parameter estimation, inverse problems.

Вступ. При дослідженні механічних систем однією із актуальних задач є задача вимірювання вібрацій, що є важливим при експериментальному опрацюванні виробів для запобігання можливого входження в резонанс з таким руйнуванням [1]. Ця задача належить до більш загальної задачі, яка передбачає вимірювання відстані, що математично є оберненою задачею, оскільки за результатами непрямих вимірів мають бути визначені первісні параметри структури. Серед безконтактних методів визначення відстані до

об'єкта традиційним є використання 6-плечих(5-плечих) вимірювачів комплексного коефіцієнта відбиття (КВ) [2]. За сутністю мають бути виміряні фазові залежності [3], які є більш стабільними на відміну від модуля КВ при зміні відстані до об'єкту [4, 5]. Такі засоби мають певні переваги: відсутність механічного контакту з об'єктом контролю і здатність працювати в умовах запилення та задимлення.

Багатозондові мікрохвильові датчики є найбільш компактними зі всіх 6-плечих вимірювачів [6], типовим є застосування чотирьох або трьох зондів. При цьому зазвичай вимірювання проводяться за допомогою діодних детекторів при припущенні, що результуючий сигнал є пропорційним до квадрату напруженості загального електричного поля. Зниження кількості зондів спрощує конструкцію вимірювальної хвилевідної секції, що має значення у випадках, коли маса й розміри приладів мають бути якомога меншими, наприклад, при розміщенні в складі певних працюючих агрегатів для відстеження рівнів вібрації. У роботах [7, 8] продемонстровано можливість визначення переміщення за допомогою двозондових вимірювань. Такі двозондові вимірювання передбачають попереднє вимірювання струмів детекторів при роботі вимірювача на узгоджене навантаження, і тому вони потребують, щоб амплітуда набіжної хвилі лишалася без змін на протязі всього процесу вимірювань. Якщо ця умова не виконується, слід використовувати тризондові вимірювання, при яких амплітуда набіжної хвилі виключається. У роботі [9] запропоновано методику врахування КВ рупорної антени при тризондових вимірюваннях переміщення.

У випадку, коли вимірювальна установка є частиною певного механізму, вона може піддаватися таким ефектам, як теплове розширення зі зміною відстані між зондами, деформація перерізу хвилеводу зі зміною сталої поширення та вібрації. Внаслідок цього результати вимірювань мають погіршуватися. Неможливою є повна гарантія точності налаштування частоти генератора, яка також може змінюватись в залежності від умов, в яких експлуатується генератор електромагнітних хвиль. При реалізації багаточастотних методів вимірювання [4] за допомогою багатозондової вимірювальної лінії, коли перестроювання частоти вносить похибку в значення розрахункової частоти, необхідна розробка апарату врахування відповідних відхилень частоти. Вимірювання на двох частотах дозволяє позбавитися від неоднозначності у фазових вимірах.

В даній роботі розглядається можливість використання методів параметричного спектрального аналізу, зокрема модифікації метода Проні [10] та методу корекції оцінки сталої поширення, для усунення залежності результатів вимірювань від неточності оцінки кроку між зондами, значення сталої поширення.

Методи оцінки коефіцієнта відбиття. За припущенням залежності від часу $e^{+j\omega t}$ електромагнітна хвиля в хвилеводі із сталою поширення β в залежності від координати z вздовж вимірювальної лінії може бути подана у вигляді суперпозиції падаючої та відбитої хвиль з комплексними амплітудами відповідно $\underline{E}^+$ та $\underline{E}^-$ [1]:

$$\underline{E}(z) = \underline{E}^+ e^{-j\beta z} + \underline{E}^- e^{j\beta z}. \quad (1)$$

Якщо вважати, що падаюча хвиля поширюється в напрямку додатних значень z , а відстань l до зонду відраховувати відповідно у від'ємному напрямку значень z , причому початок координат $l=0$ розмістити в перерізі, де розташований зонд, який є найближчим до випромінювача, то для $l > 0$ поле в лінії передачі в точці з координатою l дорівнюватиме

$$\begin{aligned}\underline{E}(l) &= \underline{E}^+ e^{+j\beta l} + \underline{E}^- e^{-j\beta l} = \underline{E}^+ e^{+j\beta l} + \underline{\Gamma}_0 \underline{E}^+ e^{-j\beta l} = \\ &= \underline{E}^+ e^{+j\beta l} (1 + \underline{\Gamma}_0 e^{-2j\beta l}) = \underline{E}^+ e^{+j\beta l} (1 + \underline{\Gamma}(l)),\end{aligned}\quad (2)$$

де $\underline{\Gamma}(l) = \underline{\Gamma}_0 e^{-2j\beta l}$ — значення комплексного коефіцієнта відбиття в точці l , а $\underline{\Gamma}_0$ — власне значення коефіцієнта відбиття при $l=0$. Фаза $\underline{\Gamma}_0$ містить інформацію про відстань до об'єкта дослідження.

Для діодних детекторів, сигнал, який буде викликаний полем (2), може бути записаний як

$$x(l) = k |\underline{E}(l)|^2 = k \underline{E}^*(l) \underline{E}(l) = k |\underline{E}^+|^2 (1 + |\underline{\Gamma}(l)|^2 + 2\Re\{\underline{\Gamma}(l)\}),$$

де $\Re$ позначає дійсну частину. Будемо вважати, що сигнал є нормованим на значення $k |\underline{E}^+|^2$ як:

$$x_n = x(n\Delta l) = 1 + |\underline{\Gamma}_0|^2 + \underline{\Gamma}_0 e^{-2j\beta n\Delta l} + \underline{\Gamma}_0^* e^{2j\beta n\Delta l}, \quad (3)$$

де Δl — відстань між зондами, n — номер зонда, який змінюється від 0 до $N-1$, N — кількість зондів, та враховано, що $|\underline{\Gamma}(l)|^2 = |\underline{\Gamma}_0|^2$. Як можна побачити, сигнал (3) має комплексно-експоненціальну структуру і отже є зручним для обробки різнманітними методами спектрального аналізу, зокрема методом Проні.

Для обробки результатів подібних вимірювань знаходить застосування метод на основі дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) [11]. При цьому можливі реалізації даного методу на основі двох- та трьохзондової вимірювальної лінії. Для двохзондової лінії з довільним кроком між зондами значення коефіцієнта відбиття може бути розраховано за відповідним алгоритмом [11].

Для випадку використання трьох зондів значення КВ може бути оцінене по одній точці ДПФ [11] як

$$\begin{aligned}\underline{\Gamma}_0 &= [H_1]^{-1} \begin{bmatrix} \Re \underline{S}_1 \\ \Im \underline{S}_1 \end{bmatrix}, \quad [H_1] = \frac{2}{N} \begin{bmatrix} \Re \underline{\vec{E}}^T \\ \Im \underline{\vec{E}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re \underline{\vec{e}} & \Im \underline{\vec{e}} \end{bmatrix}, \\ \underline{\vec{E}} &= \begin{bmatrix} e^{2j\beta_m \cdot 0\Delta l} & \dots & e^{2j\beta_m (N-1)\Delta l} \end{bmatrix}^T, \quad \beta_m = \frac{\pi}{N\Delta l} m, \\ \underline{\vec{e}} &= \begin{bmatrix} e^{2j\beta \cdot 0\Delta l} & \dots & e^{2j\beta (N-1)\Delta l} \end{bmatrix}, \quad \beta = \frac{2\pi}{\Lambda},\end{aligned}\quad (4)$$

де $\Im$ позначає уявну частину, а Λ – довжину хвилі у вимірювальній лінії; $\bar{\Gamma}_0$, $\bar{E}$ та $\bar{e}$ – відповідні векторні величини. Для випадку $\Delta l = \frac{\pi}{N\beta}$ розрахунок (4) значно спрощується до

$$\bar{\Gamma}_0 = \bar{S}_1.$$

Окрім цього, існують алгоритми, які не потребують розрахунку ДПФ [7, 8]. Дані алгоритми також були розглянуті.

Оскільки методи параметричного спектрального аналізу оцінюють не лише комплексні амплітуди, а і частоти сигналу, для них не є обов'язковим знання про відстань між зондами. Внаслідок цього достатньо лише задовольнити умову еквідистантного розташування зондів. Оскільки наявність константи у виразі (3) суттєво погіршує точність оцінок методом Проні, був застосований різницевий фільтр [10], який прибирає постійну складову, але вимагає наявності додаткового відліку, тобто зонда.

Якщо сигнал (3) пропустити через різницевий фільтр $s_n = x_{n+1} - x_n$, то отриманий сигнал буде мати вигляд

$$\begin{aligned} s_n &= (e^{-2j\beta\Delta l} - 1)\bar{\Gamma}_0 e^{-2j\beta n\Delta l} + (e^{2j\beta\Delta l} - 1)\bar{\Gamma}_0^* e^{2j\beta n\Delta l} = \\ &= \underline{A} e^{-2j\beta n\Delta l} + \underline{A}^* e^{2j\beta n\Delta l}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для побудови алгоритму методу Проні для сигналу з порядком моделі M необхідно розрахувати коефіцієнти лінійного передбачення c_m

$$c_0 s_n + c_1 s_{n+1} + \dots + c_M s_{n+M} = 0. \quad (6)$$

З метою зменшення необхідної кількості точок була використана відома схема методу Проні для незагасаючих сигналів. Відомо [10], що коефіцієнти лінійного передбачення (5) в такому випадку можуть бути застосовані і для комплексно-спряженого оберненого сигналу як

$$c_0 s_{n+M}^* + c_1 s_{n+M-1}^* + \dots + c_M s_n^* = 0.$$

В такому випадку для коефіцієнтів лінійного передбачення може бути записана така система лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР):

$$\begin{bmatrix} s_0 & s_1 & \dots & s_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N-M-1} & s_{N-M} & \dots & s_{N-1} \\ s_{N-1}^* & s_{N-2}^* & \dots & s_{N-M-1}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_M^* & s_{M-1}^* & \dots & s_0^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_M \end{bmatrix} = \vec{0}.$$

Таким чином, для сигналу (5) необхідна кількість точок складає $N = 3$. При цьому важливо врахувати те, що застосування різницевого фільтру до скінченного сигналу зменшує його довжину на 1, даючи таким чином необхідне значення точок $N = 4$.

В якості альтернативного методу для покращення якості оцінки КВ, який потребує менше часу для розрахунку, пропонується метод коригування нормованого коефіцієнта поширення (методом корекції $\tilde{\beta}$). Даний метод дозволяє виправляти відносно невеликі помилки в оцінці нормованого хвильового числа сигналу, що еквівалентно коригуванню помилки в кроці дискретизації сигналу.

Припустимо, що необхідно проаналізувати сигнал типу

$$s_n = \underline{A} e^{-2j\beta n \Delta l} + \underline{A}^* e^{2j\beta n \Delta l} = \underline{A} e^{-2j\tilde{\beta} n} + \underline{A}^* e^{2j\tilde{\beta} n},$$

для якого значення $\beta \Delta l = \tilde{\beta}$ відомі з певною похибкою $\Delta \tilde{\beta}$. Відхилення $\tilde{\beta}$ може бути обумовлено як неточністю налаштування частоти, так і наслідками деформації хвильовідного каналу зі зміною хвильового числа або відстані між зондами. В якості оцінки нормованого хвильового числа $\tilde{\beta}_0$ можуть бути взяті розрахункові значення, виходячи з відомого значення відстані між зондами та сталої поширення у хвильоводі для заданої частоти, або значення, які були отримані за допомогою метода Проні. Розкладемо експоненціальну частину $e^{\mp 2j\tilde{\beta} n}$ в ряд Тейлора в точці $\tilde{\beta}_0$, обмежившись лінійною складовою. В такому випадку для сигналу отримаємо:

$$\tilde{s}_n = s_n(\tilde{\beta}_0 + \Delta \tilde{\beta}) \approx \underline{A} \left(e^{-2j\tilde{\beta}_0 n} + \frac{d}{d\tilde{\beta}} e^{-2j\tilde{\beta} n} \bigg|_{\tilde{\beta}=\tilde{\beta}_0} \Delta \tilde{\beta} \right) + \text{с.с.}, \quad (7)$$

де +с.с. означає «плюс комплексно спряжене» (complex conjugate), а $\underline{A} = \left(e^{-2j(\tilde{\beta}_0 + \Delta \tilde{\beta}) \Delta l} - 1 \right) \Gamma_0$.

Значення похідної в (7) можуть бути обчислені як

$$\frac{d}{d\tilde{\beta}} e^{\mp 2j\tilde{\beta} n} \bigg|_{\tilde{\beta}=\tilde{\beta}_0} = \mp 2jn e^{\mp 2j\tilde{\beta}_0 n}.$$

Роблячи підстановку в (7) отримаємо таке рівняння для наближеного значення сигналу:

$$\tilde{s}_n \approx \underline{A} e^{-2j\tilde{\beta}_0 n} - 2jn \underline{A} \Delta \tilde{\beta} e^{-2j\tilde{\beta}_0 n} + \underline{A}^* e^{2j\tilde{\beta}_0 n} + 2jn \underline{A}^* \Delta \tilde{\beta} e^{2j\tilde{\beta}_0 n}. \quad (8)$$

Оскільки значення $\Delta \tilde{\beta}$ можна вважати незалежними від $\underline{A}$, значення $-\underline{A} \Delta \tilde{\beta} = \alpha_1$ та $\underline{A}^* \Delta \tilde{\beta} = \alpha_2$ можуть розглядатись як окремі невідомі величини. В такому випадку рівняння знову стає лінійним відносно всіх змінних і може бути записано в матричній формі як

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ z^{-2} & z^2 & 2jz^{-2} & 2jz^2 \\ z^{-4} & z^4 & 4jz^{-4} & 4jz^4 \\ z^{-6} & z^6 & 6jz^{-6} & 6jz^6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{A} \\ \underline{A}^* \\ \underline{\alpha}_1 \\ \underline{\alpha}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{s}_0 \\ \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_2 \\ \tilde{s}_3 \end{bmatrix}.$$

(9)

Під z розуміється z -змінна, тобто $e^{j\tilde{\beta}_0}$. Для розв'язку такої системи може бути застосований метод власного вектору [10]. Для отримання 4 значень виходу різницевого фільтру необхідно отримати значення сигналів з 5 зондів. Отримані значення $\underline{A}$ та $\underline{A}^*$ далі використовуються для оцінки значень поправки $\Delta\tilde{\beta} = \frac{\alpha_1}{-\underline{A}} = \frac{\alpha_2}{\underline{A}^*}$. Після отримання оцінки значення $\tilde{\beta} = \tilde{\beta}_0 + \Delta\tilde{\beta}$ значення $\underline{\Gamma}_0$ можуть бути отримані з оцінених значень $\underline{A}$ та $\underline{A}^*$ у відповідності до (5). При цьому з метою часткового придушення похибок пари $\underline{A}$ та α_1 і $\underline{A}^*$ та α_2 використовуються для окремого пошуку оцінок $\hat{\underline{\Gamma}}_0$ та $\hat{\underline{\Gamma}}_0^*$ з подальшою оцінкою значення КВ $\underline{\Gamma}_0$ згідно з

$$R\underline{\Gamma}_0 = \frac{\hat{\underline{\Gamma}}_0 + \hat{\underline{\Gamma}}_0^*}{2}, \quad I\underline{\Gamma}_0 = \frac{\hat{\underline{\Gamma}}_0 - \hat{\underline{\Gamma}}_0^*}{2j}.$$

Альтернативно значення $\underline{\Gamma}_0$ після корегування значення $\tilde{\beta}$ можуть бути отримані шляхом пошуку коренів такої СЛАР:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & z^{-1} & z^1 \\ 1 & z^{-2} & z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + |\underline{\Gamma}_0|^2 \\ \underline{\Gamma}_0 \\ \underline{\Gamma}_0^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Для випадку найменшої необхідної кількості точок $N = 5$ можуть бути застосовані всі відліки з використанням методу найменших квадратів. Дана кількість точок є найбільшою для віх розглянутих методів, проте дане підвищення може бути скомпенсовано кращою швидкістю методу в порівнянні з методом Проні.

Результати чисельного моделювання. Для оцінки здатності методів до протистояння випадковим змінам в кроці між зондами було проведено моделювання для електромагнітної хвилі з частотою 10 ГГц, якій відповідає довжина хвилі у вільному просторі $\lambda = 3$ см, що відповідає параметрам для реальної вимірювальної установки [7].

Враховуючи, що вимірювання виконуються всередині прямокутного хвильоводу, значення довжини хвилі на ділянці, на якій проводиться вимірювання, має бути перераховане за стандартною формулою як [12, 13]

$$\Lambda = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{4a^2}}},$$

де a – довжина більшої сторони хвилеводу, що для даного випадку ($a = 23$ мм) дає довжину хвилі $\Lambda \approx 3,96$ см.

Для початкових випробувань для всіх методів, які порівнювалися, було побудовано залежність похибки від співвідношення нормованої сталої поширення, яка змінювалася в межах від 0,7 до 0,9.

Під час початкових випробувань було згенеровано 1000 значень $\tilde{\beta}$ на еквідистантній сітці в заданих межах результатів вимірювання напруги на зондах згідно моделі (3). При цьому тут і далі в якості центрального значення відстані між зондами було обрано $d = \Lambda/8$, що є стандартним та відповідає двохзондовому методу, при цьому нормована стала поширення $\tilde{\beta} \approx 0,785$. Слід відмітити, що на відміну від інших підходів метод Проні передбачає оцінювання нормованої сталої поширення $\tilde{\beta}$, метод корекції використовує значення $\tilde{\beta} \approx 0,785$ як таке, до якого вноситься корекція, для інших методів вважається, що в експерименті спостерігається саме таке значення. Для двохзондового методу були використані дані для двох зондів, що є найближчими до вимірювального навантаження.

Результати оцінювання модуля відносної похибки КВ можна побачити на рис. 1. Залежність точності оцінки фази КВ від значення нормованої сталої поширення наведена на рис. 2. Як можна побачити, в обох випадках методи корекції частот та Проні дозволили розширити допустимі межі похибки установки частоти або дотримання кроку розташування зондів.

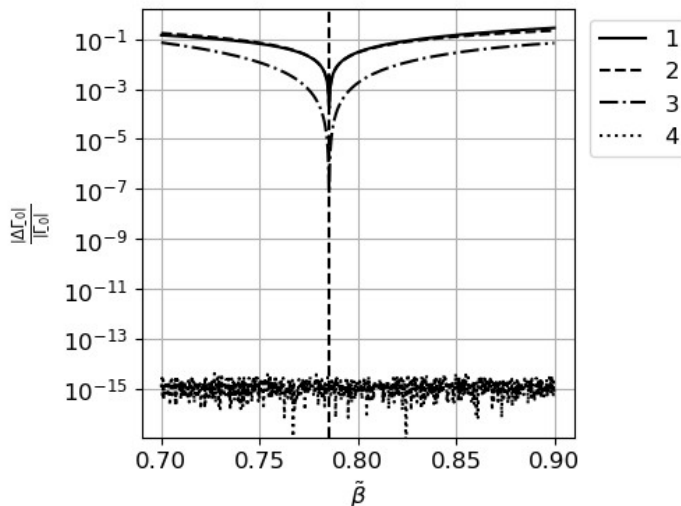


Рис. 1 – Залежність модуля відносного відхилення комплексного КВ в точці $l = 0$ від варіації значення $\tilde{\beta}$ для різних методів за умови відсутності адитивного вимірювального шуму в даних: 1 – метод ДПФ, 2 – двохзондовий метод, 3 – метод корекції $\tilde{\beta}$, 4 – метод Проні

При цьому похибка позиціонування вважалася зумовленою здебільшого температурним розширенням хвильоводу. Для матеріалу подібних конструкцій, як правило, використовується латунь, що має коефіцієнт лінійного розширення $\alpha \approx 19 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, що дає значення відхилення $\sigma_{\Delta z} = \Delta l / \alpha \Delta T = \frac{\lambda}{8} \alpha \Delta T \approx 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ см}$ для діапазону зміни температур в 30 K, яке було використане в якості стандартного відхилення білого шуму при проведенні експерименту.

Початкові випробування проводились для «чистого сигналу» з похибкою позиціонування. Як можна побачити на рис. 2, 3, підхід на основі методу Проні дозволяє значно покращити результат вимірювання, в той час як метод коригування $\tilde{\beta}$ також дозволяє покращити результат. Важливо також звернути увагу на середній час розрахунку, який показано в табл. 1.

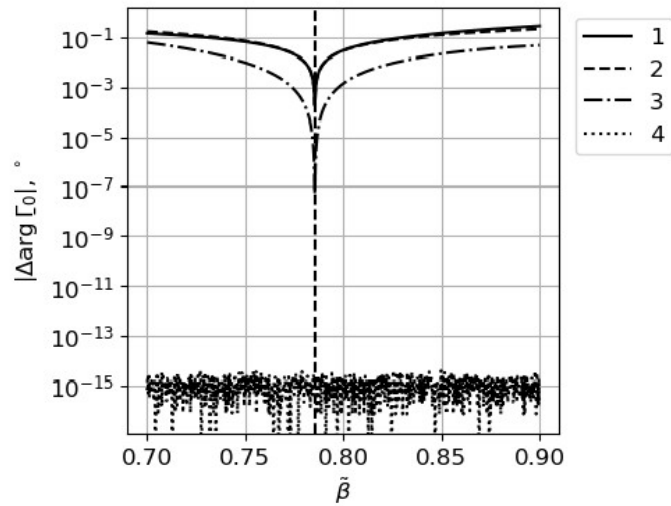


Рис. 2 – Залежність модуля відхилення фази комплексного КВ в точці $l = 0$ від варіації значення $\tilde{\beta}$ для різних методів за умови відсутності адитивного вимірювального шуму в даних: 1 – метод ДПФ, 2 – двохзондовий метод, 3 – метод корекції $\tilde{\beta}$, 4 – метод Проні

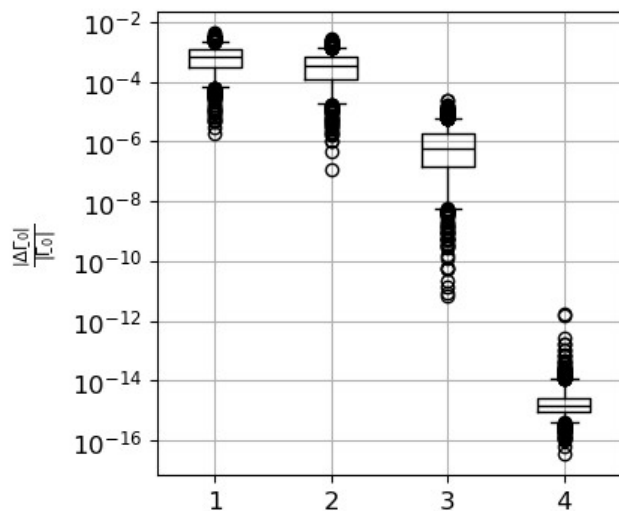


Рис. 3 – Розподіл модуля відносного відхилення оцінки КВ для різних методів при відсутності адитивного білого шуму в сигналі: по осі абсцис 1 – метод ДПФ, 2 – двохзондовий метод, 3 – метод корекції $\tilde{\beta}$, 4 – метод Проні

Тут і далі значення «вусів» відповідають 5 та 95 процентилям розподілу, в той час як «коробка» разом з горизонтальною лінією всередині неї відповідає першому, другому та третьому квантилям.

Варто зазначити, що значення в таблиці будуть змінюватись в залежності від наявного апаратного забезпечення, проте їх співвідношення має при цьому зберігатись.

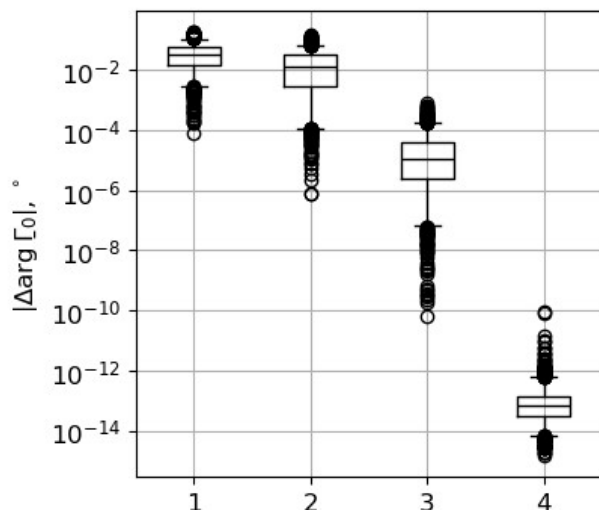


Рис. 4 – Розподіл модуля відхилення оцінки фази КВ різних методів при відсутності адитивного білого шуму в сигналі: по осі абсцис 1 – метод ДПФ, 2 – двохзондовий метод, 3 – метод корекції $\tilde{\beta}$, 4 – метод Проні

Таблиця 1

Метод	Середня тривалість розрахунку, мс
Метод ДПФ	71
Двохзондовий метод	80

Метод корекції $\tilde{\beta}$	97
Метод Проні	285

Як можна побачити з таблиці, метод корекції $\tilde{\beta}$ надає значний вииграш в тривалості розрахунку, і тому є доцільним для використання у випадках, коли необхідна швидкодія.

Для отримання кращого розуміння про межі та доцільність застосовності різних методів обробки було проведено експеримент для залежності медіанного значення відхилення похибки оцінки модуля КВ та його фази від стандартного відхилення похибки кроку між зондами. В даному випадку до сигналу було додано білий шум із відношенням сигнал/шум на рівні 30 дБ, що може вважатися прийнятним для подібних вимірювань. Для охоплення більшості можливих ситуацій найменшим значенням середньоквадратичного відхилення кроку було обрано таке, що є в 10 разів меншим за теплове. Найбільше значення середньоквадратичного відхилення було обрано таким, щоб воно було втричі меншим за номінальне значення кроку, оскільки це забезпечує малу ймовірність обнуління кроку або інверсії його знаку. Таким чином, значення $\sigma_{\Delta L}$ лежали в межах від $2,8 \cdot 10^{-7}$ м до $1,65 \cdot 10^{-3}$ м. При цьому КВ утворюваний їм на нульовому зонді дорівнював $-0,2$ (рис. 5, 6).

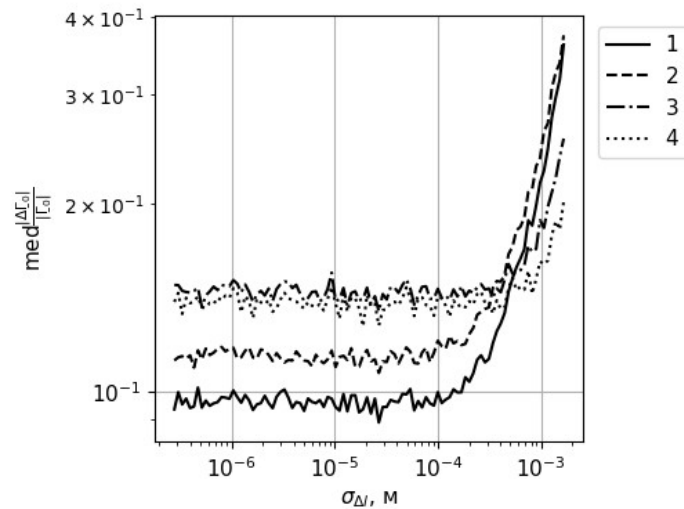


Рис. 5 – Залежність медіанного відносного відхилення оцінки КВ від стандартного відхилення кроку між зондами за умови $SNR = 30$ дБ : 1 – метод ДПФ, 2 – двохзондовий метод, 3 – метод корекції $\tilde{\beta}$, 4 – метод Проні

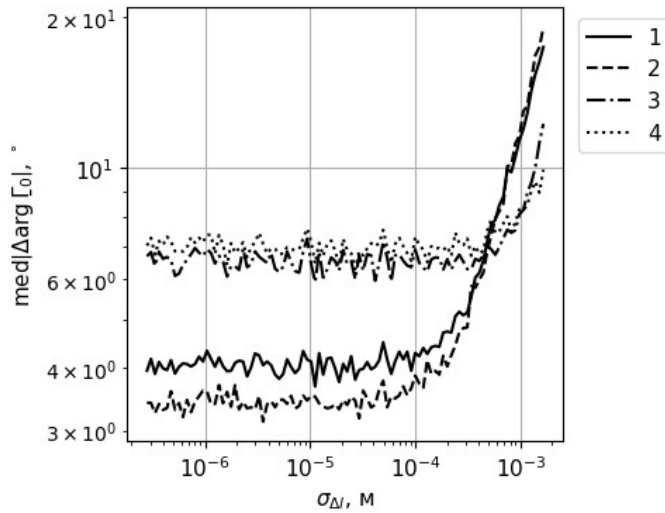


Рис. 6 – Залежність медіанного відхилення оцінки фази КВ від стандартного відхилення кроку між зондами за умови $SNR = 30$ дБ: 1 – метод ДПФ, 2 – двохзондовий метод, 3 – метод корекції $\tilde{\beta}$, 4 – метод Проні

Як можна побачити, методи Проні та метод корекції частоти починають вигравати за точністю за умови $\sigma_{\Delta} \geq 6 \cdot 10^{-2}$ см, що відповідає $\frac{\sigma_{\Delta}}{\Lambda} = 0.01$.

З метою детального дослідження меж застосовності кожного з методів було проведено моделювання задля побудови мапи застосовності методів в залежності від комбінації середньоквадратичного відхилення нормованого коефіцієнта поширення та SNR (рис. 7, 8).

Значення найкращих варіантів відносного абсолютного відхилення та відхилення фази КВ можна побачити на рис. 9 та рис. 10. Для порівняння наводиться також мапа залежності найкращого методу в сенсі медіанного відхилення фази та значень цього відхилення для випадку використання лише стандартних методів: методу ДПФ та двохзондового методу на рис. 11, 12. Застосування запропонованих методів здатне на порядок покращити результати оцінки фази в межах їх застосування.

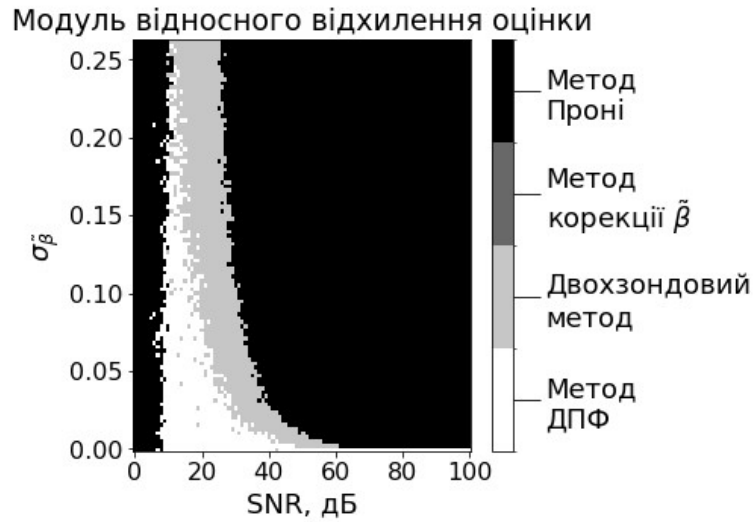


Рис. 7 – Мапа залежності найкращого методу від комбінації дисперсії відхилення нормованого коефіцієнту поширення та SNR на основі медіанного відхилення повного відхилення

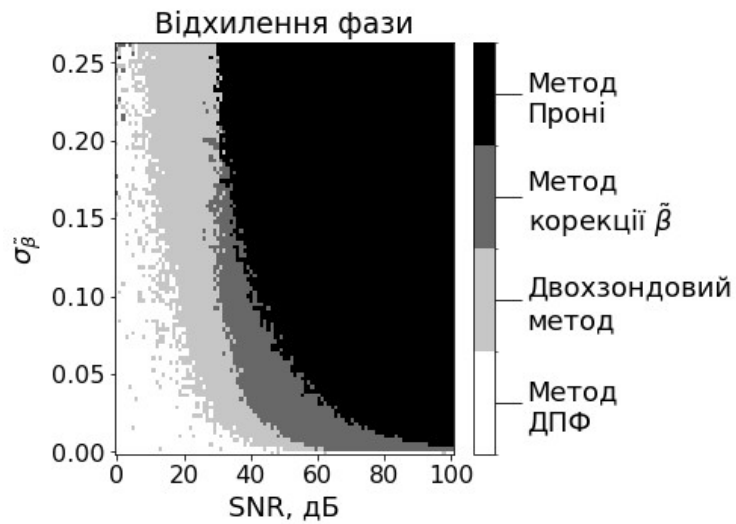


Рис. 8 – Мапа залежності найкращого методу від комбінації дисперсії відхилення нормованого коефіцієнту поширення та SNR на основі медіанного відхилення фази

Для оцінки фази коефіцієнта відбиття, метод Проні надає кращі значення для випадків високих значень SNR більших за 40 дБ та високих значень стандартного відхилення нормованого коефіцієнта поширення. Метод корекції $\tilde{\beta}$ при цьому дає найкращі результати в області низьких відхилень нормованого коефіцієнта поширення.

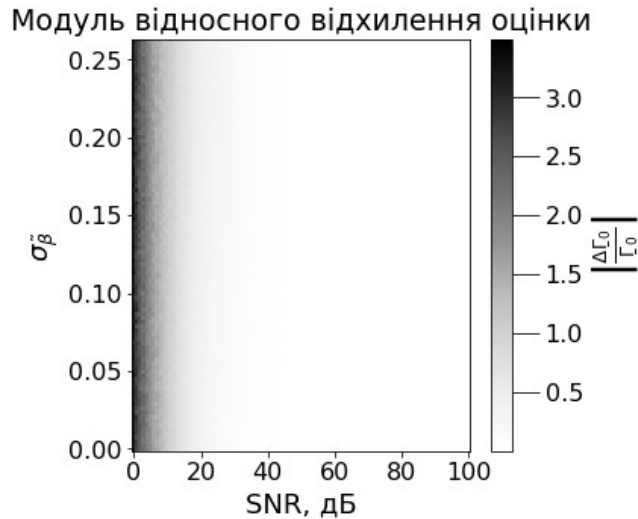


Рис. 9 – Мапа залежності найкращого медіанного модуля відносного відхилення оцінки комплексного коефіцієнта відбиття від комбінації дисперсії відхилення нормованого коефіцієнту поширення та SNR

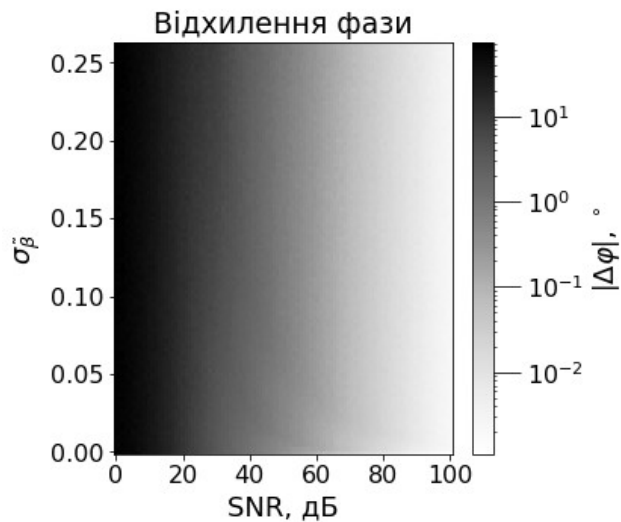


Рис. 10 – Мапа залежності найкращого медіанного модуля відхилення оцінки фази комплексного коефіцієнта відбиття від комбінації дисперсії відхилення нормованого коефіцієнту поширення та SNR

Оцінене значення σ_{β} відповідає значенню стандартного відхилення відносного кроку $\sigma_{\frac{\Delta}{\Lambda}} \approx 0,016$. Для обраних параметрів хвильоводу та частоти електромагнітної хвилі дане значення стандартного відхилення відносної похибки може бути перераховане в $\sigma_{\Delta} \approx 0,63$ мм. Дане значення є цілком прийнятним для сучасної техніки, оскільки розташування зондів навіть для випадків простих вимірювальних ліній зазвичай регулюється з точністю до десятків мікрометрів. З іншого боку, подібне значення стандартного відхилення відносного коефіцієнта поширення наближено відповідає значенню $\sigma_f \approx 0,7$ ГГц, що також є цілком досяжним для сучасних приладів.

Таким чином, можна зробити висновок, що метод корекції частот є більш доцільним для використання, ніж метод Проні, особливо зважаючи на його кращу швидкість розрахунку.

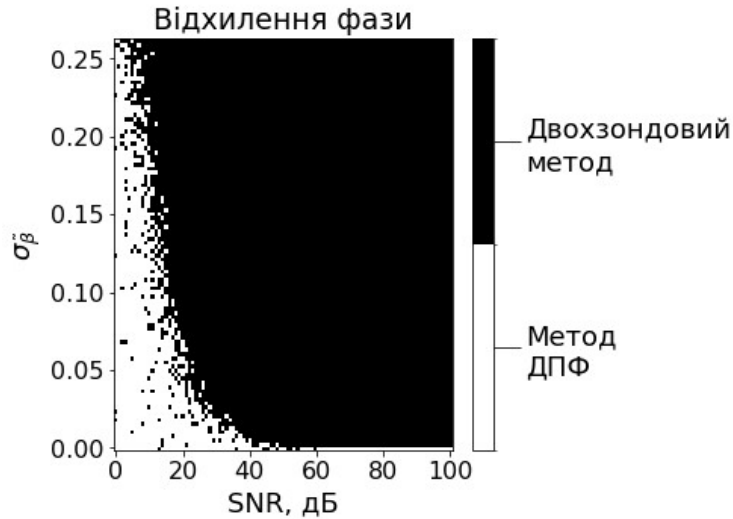


Рис. 11 – Мапа залежності найкращого методу в сенсі медіанного модуля відхилення оцінки фази КВ від комбінації дисперсії відхилення нормованого коефіцієнту поширення та SNR для методу ДПФ та двохзондового методу

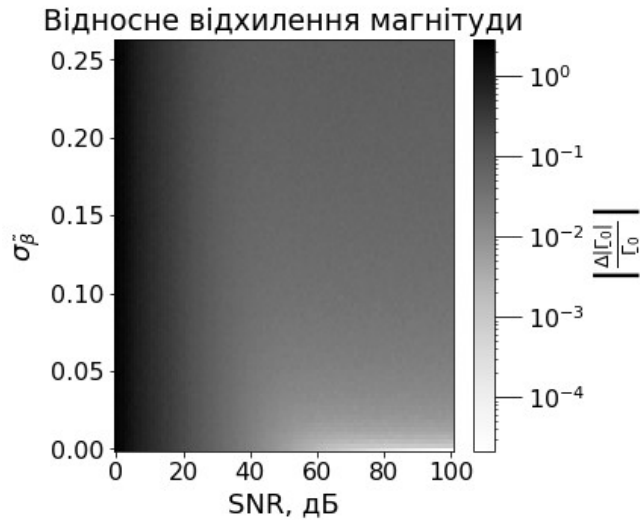


Рис. 12 – Мапа залежності найкращого медіанного модуля відхилення оцінки фази КВ від комбінації дисперсії відхилення нормованого коефіцієнту поширення та SNR для методу ДПФ та двохзондового методу

Значення SNR, що дорівнюють або перевищують 40 дБ, є цілком досяжними для сучасного вимірювального обладнання, і тому використання описаних методів є доцільним для проведення відповідних досліджень. Зважаючи на це, можна сказати, що метод корекції $\tilde{\beta}$ на сучасному обладнанні є доцільним для використання при очікуваному значенні $\sigma_{\tilde{\beta}} \leq 0,1$.

В якості кінцевої перевірки працездатності методів їх було застосовано для оцінки відносного переміщення цілі на математичній моделі хвильоводу, вздовж якого поширюються поперечні механічні коливання. Будемо вважати, що внаслідок цих коливань значення $\Delta\tilde{\beta}$ складає 0,08 внаслідок коливань сталої поширення в зв'язку з коливаннями поперечного перерізу хвильоводу. Припустимо також, що в системі існує шум з $\text{SNR} = 40$ дБ. Результати вимірювань для цілі у вигляді осцилюючого відбивача з амплітудою осциляції $0,2\lambda = 6$ мм можна побачити у табл. 2.

Метод корекції $\tilde{\beta}$ і метод Проні були здатними надати значно кращі результати оцінки в медіанному сенсі. Середньоквадратичне значення методу Проні в даному випадку є завищеним внаслідок його чутливості до певних комбінацій шумових послідовностей за малої кількості точок в сигналі.

Таблиця 2

Метод	Середньоквадратичне відхилення, мм	Медіанне відхилення, мм
Метод ДПФ	0,41	0,300
Двохзондовий метод	0,21	0,110
Метод корекції $\tilde{\beta}$	0,11	0,070
Метод Проні	0,95	0,079

Висновки. Було показано, що за значень SNR більших за 35 дБ є доцільним використання методу корекції $\tilde{\beta}$ та методу Проні. За умови того, що значення $\sigma_{\tilde{\beta}}$ не перевищує 0,1, що є цілком досяжним для сучасного обладнання, метод корекції $\tilde{\beta}$ здатен надавати кращі значення оцінок фази за метод Проні до $\text{SNR} = 50$ дБ. Дане значення є порівняно високим, і тому більше значення для вибору методу в даному випадку грає значення $\sigma_{\tilde{\beta}}$. Метод Проні доцільно застосовувати за умови $\sigma_{\tilde{\beta}} \geq 1,5$. У відповідних зонах застосування запропоновані методи здатні надавати похибку оцінки фази порядку десятих градуса, в той час як стандартні методи дають похибки порядку одиниць градусів. Подібне покращення підвищує точність оцінки відстані приблизно на порядок. Було показано, що метод корекції $\tilde{\beta}$ здатен проводити розрахунки швидше за метод Проні, але при цьому вимагає більшої мінімальної кількості зондів.

1. Doronin A. V., Gorev N. B., Kodzhespirova I. F., Privalov E. N. A way to improve the accuracy of displacement measurement by a two-probe implementation of microwave interferometry. Progress in Electromagnetics Research M. 2013. Vol. 30. P. 105–116. <https://doi.org/10.2528/PIERM13020504>
2. Ghannouchi F. M., Mohammadi A. The Six-Port Technique with Microwave and Wireless Applications. Artech House, 2009. 236 p.
3. Pylypenko O. V., Gorev N. B., Doronin A. V., Kodzhespirova I. F. Phase ambiguity resolution in relative displacement measurement by microwave interferometry. Technical Mechanics. 2017. № 2. P. 3–11.

4. *Drobakhin O. O.* Development of measurement methods in microwave and terahertz ranges of electromagnetic waves in Ukraine (Review). *Radioelectronics and Communications Systems*. 2024. Vol. 67(4). P. 161–179. <https://doi.org/10.3103/S0735272724040034>
5. *Andreev M. V., Drobakhin O. O., Saltykov D. Yu.* Techniques of measuring reflectance in free space in the microwave range. 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves, MSMW 2016. 2016. June. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/MSMW.2016.7538213>
6. *Ghannouchi F. M., Bosisio R. G.* A wideband millimeter wave six-port reflectometer using four diode detectors calibrated without a power ratio standard. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 1991. Vol. 40. № 6. P. 1043–1046. <https://doi.org/10.1109/19.119791>
7. *Doronin A. V., Gorev N. B., Kodzheshirova I. F., Privalov E. N.* Displacement measurement using a two-probe implementation of microwave interferometry. *Progress in Electromagnetics Research C*. 2012. Vol. 32. P. 245–258. <https://doi.org/10.2528/PIERC12071805>
8. *Pylypenko O. V., Gorev N. B., Doronin A. V., Kodzheshirova I. F.* Experimental verification of a two-probe implementation of microwave interferometry for displacement measurement. *Technical Mechanics*. 2017. № 1. P. 5–12.
9. *Andreev M. V., Drobakhin O. O., Saltykov D. Yu., Gorev N. B., Kodzheshirova I. F.* Three-probe microwave interferometry for measuring displacement of mechanical objects with account for antenna reflectivity. *Radioelectronics and Communications Systems*. 2022. Vol. 65. P. 177–185. <https://doi.org/10.3103/S0735272722040021>
10. *Drobakhin O. O.* Prony's-method identification of parameters of model which is sum of exponential functions. *Optoelectronics, instrumentation, and data processing*. 1989. № 4. P. 37–42.
11. *Andreev M. V., Drobakhin O. O., Saltykov D. Yu.* Complex reflection coefficient determination via digital spectral analysis of multiprobe reflectometer output signals. 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON). Proceedings. 2017. P. 180–183. <https://doi.org/10.1109/UKRCON.2017.8100468>
12. *Дробахін О. О., Плаксін С. В., Рябчій В. Д., Салтиков Д. Ю.* Техніка та напівпровідникова електроніка НВЧ, третє вид. Навчальний посібник. Дніпро: ДНУ, 2018. 344 с.
13. *Pozar D. M.* Microwave engineering – 4th ed. US: John Wiley & Sons, Inc., 2011. 752 p.

Отримано 16.05.2025,
в остаточному варіанті 16.06.2025