

**ДВОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ПОСЛІДОВНИХ МАРШРУТІВ
БАГАТОЦІЛЬОВИХ МІСІЙ НИЗЬКООРБІТАЛЬНОГО СЕРВІСНОГО
ОБСЛУГОВУВАННЯ І ВИДАЛЕННЯ СМІТТЯ**

*Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: jura_gold@meta.ua*

З метою забезпечення стійкості космічної екосистеми розробляються нові типи місій, такі як місії орбітального сервісного обслуговування (ОСО) і активного видалення сміття (АВС). Використання ОСО і АВС на низьких навіколоземних орбітах (ННО) має велику перспективу. Однак їх реалізація стикається з суттєвими проблемами. За останні десятиліття було запущено і експлуатувалося лише кілька успішних місій ОСО, тоді як місії АВС ще не були реалізовані на орбіті. В зв'язку з цим дослідження проблем, пов'язаних з обґрунтуванням і попереднім плануванням місій ОСО і АВС є важливими для покращення нашого розуміння цих операцій, а також для підвищення їх ефективності. Здійснення ОСО і АВС тісно пов'язане з ефективністю виконання послідовності завдань орбітального маневрування в умовах обмеженості енергетичних можливостей сервісного космічного апарата (СКА). Величини показників ефективності для різних маршрутів ОСО і АВС можуть істотно відрізнятися. На теперішній час вже розроблено і продовжується розробка методів оптимізації маршрутів багатоцільових місій ОСО і АВС. Існуюча література переважно зосереджена на пошуку рішень, спрямованих на мінімізацію енергетичних витрат і скороченні загальної тривалості місій ОСО і АВС, оскільки саме ці фактори вважаються найбільш суттєвими при плануванні місій. Оптимізації маршрутів ОСО і АВС за критерієм безпеки перельотів, який суттєво впливає на вартість страхування місій, приділено суттєво менше уваги. Це обумовлює потребу в розробці оперативних методів багатокритеріальної оптимізації маршрутів ОСО і АВС з врахуванням критерію безпеки перельотів.

Метою роботи є розробка оперативного метода двокритеріальної оптимізації послідовних маршрутів багатоцільових місій ОСО і АВС, що виконуються СКА з рушійними установками малої постійної за модулем тяги. Задачу сформульовано у вигляді двокритеріальної орбітальної задачі комівояжера.

Методами розв'язку задачі є методи багатокритеріальної генетичної Парето оптимізації, усереднення диференціальних рівнянь і аналітичного моделювання міжорбітальних перельотів СКА. Використання генетичного алгоритму Парето оптимізації дозволило уникати локальних оптимальних розв'язків і обумовило прийняті обчислювальні витрати. Істотне зменшення обчислювальних витрат досягнуто також за рахунок використання аналітичного моделювання міжорбітальних перельотів СКА з рушійними установками малої постійної за модулем тяги. Новизна отриманих результатів полягає в розробці оперативного метода і двокритеріальної оптимізації послідовних маршрутів багатоцільових місій ОСО і АВС. Розроблений метод легко поширюється на збільшену кількість оціночних критеріїв. Результати роботи можуть бути використані при обґрунтуванні і попередньому плануванні місій ОСО і АВС на ННО.

Ключові слова: багатокритеріальна оптимізація, генетичний алгоритм, орбітальна задача комівояжера, метод усереднення, мала тяга.

In order to ensure the sustainability of the space ecosystem, new types of missions are being developed, such as on-orbit servicing missions (OOS) and active debris removal (ADR) missions. The use of OOS and ADR in low-Earth orbits has a great potential. However, their implementation faces significant problems. Only a few successful OOS missions have been launched and operated in recent decades, while ADR missions have not yet been implemented in orbit. Therefore, the study of the problems associated with the justification and preplanning of OOS and ADR missions is important to improving our understanding of these operations and their effectiveness. The implementation of OOS and ADR is closely related to the efficiency of performing a sequence of orbital maneuvering tasks under conditions of limited energy capabilities of the servicer. The values of the efficiency indices for different OOS and ADR routes may differ significantly. Methods for optimizing the routes of multi-purpose OOS and ADR missions have already been developed and are being developed. The existing literature is mainly focused on finding solutions aimed at minimizing the energy consumption of OOS and ADR missions and reducing their total duration because these factors are considered the most significant in mission planning. Much less attention is paid to optimizing OOS and ADR routes based on the flight safety criterion, which significantly affects the cost of mission insurance. This calls for the development of prompt methods for the multicriteria optimization of OOS and ADR routes taking into account the flight safety criterion.

The goal of this work is to develop a prompt method for the two-criteria optimization of sequential routes for multi-purpose OOS and ADR missions performed by a servicer with propulsion units of low constant thrust. The problem is formulated as a two-criteria orbital traveling salesman problem. The methods of solving the problem are multicriteria genetic Pareto optimization, averaging of differential equations, and analytical simulation of servicer orbit transfers. The use of a genetic Pareto optimization algorithm made it possible to avoid local optimal solutions and determined the adopted computational costs. A significant reduction in computational costs was also achieved by using analytical simulation of orbit transfers of a servicer with propulsion units of low constant thrust. The novelty of the obtained results lies in the development of a prompt method for the two-criteria optimization of sequential routes of multi-purpose OOS and ADR missions. The method is easily extendable to a larger number of estimation criteria. The results of this work may be used in the justification and preplanning of OOS and ADR missions in low-Earth orbits.

Keywords: multicriteria optimization, genetic algorithm, orbital traveling salesman problem, averaging method, low thrust.

Вступ. В останні десятиліття космічна галузь стрімко розвивається. Зростання інтересу до супутникових послуг призвело до різкого збільшення кількості робочих супутників на орбітах. У той же час досліджуються нові рішення для зміни парадигми експлуатації ресурсів космічного середовища. Використання одноразових технологій для космічних місій досягає вузького місця як з точки зору фінансової доцільності, так і з точки зору стійкості космічного середовища. З початку космічної ери супутники і космічні платформи використовувалися як одноразові активи для надання послуг Землі або для сприяння науковому прогресу. Зараз ця поширена практика застаріває і вивчається можливість повторного використання і обслуговування космічних апаратів, що знаходяться в експлуатації. Основна мотивація для розробки цих місій є подвійною. З одного боку, місії орбітального сервісного обслуговування (ОСО) і активного видалення сміття (АВС), переходячи від місій одноразового використання до експлуатації багаторазового використання, дадуть можливість знизити вартість обслуговування супутників. Крім того, це забезпечить можливість відновлення дорогої космічної місії і її обслуговування після збоїв або непередбачених ситуацій, коли вона вже перебуває на орбіті. З іншого боку, діяльність з видалення неконтрольованих об'єктів на низькій навколоземній орбіті (ННО) принесе користь у забезпеченні довгострокової стійкості космічного середовища.

З метою забезпечення стійкості космічної екосистеми розробляються нові типи місій, такі як місії ОСО і місії активного видалення сміття (АВС). Однак реалізація цих місій пов'язана з суттєвими проблемами. В зв'язку з цим за останні десятиліття було запущено і експлуатувалося лише кілька помітних прикладів успішних місій ОСО, тоді як місії АВС ще не були реалізовані на орбіті. Тому дослідження проблем, пов'язаних з обґрунтуванням і попереднім плануванням місій ОСО і АВС, є важливим для покращення нашого розуміння цих операцій, а також для підвищення їх ефективності.

Концепція ОСО і АВС охоплює клас місій, які передбачають необхідність дій на орбітальних об'єктах для виконання додаткових операцій, що не заплановані на етапі планування місії. Для виконання цих операцій розглядається можливість використання сервісного космічного апарата (СКА), який наближається до цільового об'єкта ОСО. СКА можуть проводити ОСО за човниковою схемою або за схемою послідовного обходу. За човникової схеми після кожної операції обслуговування здійснюється повернення СКА на базову орбіту або орбітальну станцію базування. За схеми послідовного обходу повернення СКА на базову орбіту або орбітальну станцію базування здійснюється після повного завершення обходу цільових орбіт. Ефективності ОСО і АВС тісно пов'язані з оптимальністю вибору маршруту міжорбітальних пе-

рельотів СКА. Математичні моделі і критерії оптимізації маршрутів міжорбітальних перельотів СКА для різних балістичних схем виконання ОСО і АВС можуть істотно відрізнятися. Задачу оптимізації маршрутів міжорбітальних перельотів СКА при виконанні послідовного обходу цільових орбіт ОСО формалізують у вигляді орбітальної задачі комівояжера. Орбітальна задача комівояжера відноситься до класу NP -складних задач, які, як доведено, мають високу обчислювальну складність процедури розв'язання. Клас NP -складних задач включає в себе задачі оптимізації без відомого алгоритму розв'язання за поліноміальний час. Що стосується орбітальної задачі комівояжера, то вона вимагає особливої ретельності в процедурі розв'язування. Методи розв'язання цієї задачі комбінаторної оптимізації в основному поділяються на три основні підходи [1]: явний перебір, неявний перебір методом гілок і меж та методи стохастичного програмування. Методи стохастичного програмування включають в себе евристичні методи, такі як генетичний алгоритм (ГА), імітація відпаду, оптимізація мурашиних колоній. ГА використовувалися для вирішення цієї проблеми в [2–4]. В роботі [5] використано еволюційний алгоритм, а саме оптимізацію мурашиної колонії, щоб довести, що видалення приблизно чотирьох-шести об'єктів з подібних за нахилом орбіт можливе за допомогою сучасних хімічних і електроракетних двигунів. Підходи малої тяги для проведення АВС досліджуються в роботі [6], де спрощений і швидкий алгоритм проєктування багатообертових орбіт СКА малої тяги використовується в рамках багатоцільової оптимізаційної задачі вибору маршруту АВС, що мінімізує витрати палива і загальний час місії.

Існуюча література переважно зосереджена на пошуку рішень, спрямованих на мінімізацію споживання пального СКА і скорочення загальної тривалості місії, оскільки саме ці фактори зазвичай визначають витрати при плануванні космічних місій. Тим не менш, проєктування багатокритеріальних місій з мінімальними або максимальними вартісними показниками маршруту ОСО або АВС може становити значний інтерес. В роботі [4] проведено двоцільову оптимізацію за допомогою еволюційного алгоритму і отримано оптимальне за Парето рішення, де вартість місії і ризики зіткнення були ключовими показниками вартості. В роботі [7] максимізується загальна винагорода за видалення об'єктів космічного сміття і накладені обмеження на ΔV і загальний час місії. Використовувана функція винагороди базується на потенційному ризику видалених об'єктів для працюючих космічних апаратів. Подібним чином автори в [8] також використовують максимізацію кумулятивного впливу видалення послідовності уламків, змодельовану за допомогою індексу критичності космічних апаратів з [9]. Знову ж таки, на ΔV і загальний час місії накладаються обмеження.

Комбінаторні задачі важко розв'язувати, оскільки при збільшенні розмірності задачі кількість можливих комбінацій може легко досягти мільярда і більше. Саме тому алгоритми явного і неявного перебору використовувалися в дуже небагатьох роботах. Більш ефективними є оптимізаційні методи штучного інтелекту, які зазвичай не гарантують оптимальності рішення, але можуть знаходити раціональні рішення за розумний час обчислень.

Метою роботи є розробка оперативного методу двокритеріальної оптимізації послідовних маршрутів багатоцільових місій ОСО і АВС, що виконуються СКА з рушійною установкою малої постійної за модулем тяги.

Математично задачу формалізовано у вигляді двокритеріальної орбітальної задачі комівояжера.

Методами розв'язку задачі є методи багатокритеріальної генетичної Парето оптимізації, усереднення диференціальних рівнянь і аналітичного моделювання міжорбітальних перельотів СКА з рушійною установкою малої постійної за модулем тяги [10].

Постановка задачі. Розглядається задача двокритеріальної оптимізації послідовних маршрутів багатоцільових місій низькоорбітальних ОСО або АВС з використанням модулів відведення з орбіти, що кріплять до об'єктів космічного сміття. Потрібно знайти оптимальний за критеріями енергетичних витрат і безпеки перельотів послідовний маршрут місії ОСО або АВС, що містить в собі всі n цільові орбіти тільки один раз та починається і закінчується на орбіті базування СКА. Позначимо цільову орбіту базування СКА номером один, а інші цільові орбіти ОСО або АВС номерами $\overline{2}, n$. За умовами задачі орбітальні параметри n цільових орбіт і матрицю коефіцієнтів безпеки міжорбітальних перельотів між будь-якою парою цільових орбіт задано.

В задачі вважається, що цільові орбіти близькі до кругових і мало відрізняються за нахилом, але можуть суттєво відрізнятися за великими півосями і довготами висхідних вузлів (ДВВ) орбіт. Для зміни висоти і нахилу орбіти СКА під час виконання міжорбітальних перельотів використовуються активні маневри. Для зміни ДВВ використовується пасивний маневр природного дрейфу орбіт. Наявність природного дрейфу орбіт дозволяє, таким чином, обрати час очікування початку перельоту СКА між послідовними орбітами маршруту ОСО, щоб наприкінці перельоту їх ДВВ збігалися. Варто підкреслити, що цей вибір не є ефективною стратегією з точки зору загального часу польоту всієї місії. Окрім вартості палива, час польоту місії є важливим фактором, як при розробці місії, так і при її виконанні. Якщо мінімізація загального часу польоту є настільки ж важливою, як і зменшення споживання пального для місії, слід розглянути альтернативні стратегії маршрутизації ОСО.

За умовами задачі передбачається, що СКА місії обладнаний електрореактивною рушійною системою малої тяги. Тяга, прискорення тяги і модуль кута рискання вважаються постійними під час перельоту. Переліт є квазіколовим. В процесі виконання ОСО або АВС СКА послідовно виконує перельоти за обраним маршрутом ОСО. Не береться до уваги дія гравітаційних збурювань більш високого порядку, ніж ті, що пов'язані із впливом другої зональної гармоніки геопотенціалу Землі, збурювань за рахунок тяжіння інших планет і сонячного тиску.

Активні та пасивні маневри СКА. Розглянемо активний переліт СКА між двома некомпланарними майже круговими орбітами з великими півосями a_0, a_f і нахилами i_0, i_f . Керування рухом СКА здійснюється рушійною установкою малої постійної за модулем тяги при нульовому куті тангажа за рахунок зміни напрямку кута рискання тяги β . Керуючий кут рискання β змінює знак кожні пів-обороту орбіти при значеннях аргументу

широти u рівних $\frac{\pi}{2}$ і $\frac{3}{2}\pi$ [11–13] і обчислюється за формулою (1):

$$\beta = \begin{cases} -\beta_0 & u \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right] \\ \beta_0 & u \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right] \end{cases}, \quad (1)$$

де $\beta_0 \in [-\pi, \pi]$ – модуль кута рискання тяги, який не змінюється під час перельоту.

Для коротких міжорбітальних перельотів СКА з електроракетними рушійними установками постійної за модулем малої тяги, як правило, можна знехтувати зменшенням маси СКА за рахунок витікання робочого тіла. Прискорення f СКА за рахунок тяги приблизно постійне і має такий вигляд:

$$f = \frac{T}{m_0}, \quad (2)$$

де T – тяга рушійної установки і m_0 – початкова маса СКА.

У припущенні нульового ексцентриситету орбіти міжорбітального перельоту наведемо відповідно до [11–13] усереднену за аргументом широти систему диференціальних рівнянь динаміки польоту СКА, з урахуванням впливу другої зональної гармоніки геопотенціалу Землі, в зручному для проведення аналітичних досліджень вигляді:

$$\dot{a} = 2\sqrt{\frac{a^3}{\mu}} f \cos \beta_0, \quad (3)$$

$$\dot{i} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{a}{\mu}} f \sin \beta_0, \quad (4)$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} J_2 \sqrt{\frac{\mu}{a^7}} R_3^2 \cos i, \quad (5)$$

де a – велика піввісь орбіти, i – нахил орбіти, Ω – довгота висхідного вузла орбіти, β_0 – модуль кута рискання тяги, R_3 – екваторіальний радіус Землі, μ – гравітаційний параметр Землі, J_2 – коефіцієнт другої зональної гармоніки геопотенціалу Землі.

Розглянутий активний переліт СКА між двома некомпланарними майже круговими орбітами задовольняє припущенням роботи Едельбаума [14], в якій тяга, прискорення тяги і модуль кута рискання тяги вважаються постійними під час міжорбітального перельоту, а переліт є квазіколовим (ексцентриситет залишається нульовим). Згідно з результатами роботи [14] система усереднених диференціальних рівнянь (3)–(5) має аналітичний розв’язок.

В роботі [10] Кечічян переформулював задачу Едельбаума, застосувавши теорію оптимального керування до задачі мінімізації часу перельоту і розробив аналітичний алгоритм для обчислення модуля кута рискання тяги β_0 , характеристичної швидкості міжорбітального перельоту ΔV_f , часу

міжорбітального перельоту t_f і часових залежностей швидкості $\Delta V(t)$, великої піввосі $a(t)$ і нахилу орбіти $i(t)$ під час міжорбітального перельоту для інтервалу часу $0 \leq t \leq t_f$.

Алгоритм Кечічяна починається з обчислення величини модуля кута ристання тяги β_0 за формулою (6):

$$\tan(\beta_0) = \frac{\sin[(\pi/2)\Delta i]}{(V_0/V_f) - \cos[(\pi/2)\Delta i]}, \quad (6)$$

де зміна нахилу орбіти перельоту СКА $\Delta i = |i_f - i_0|$, початкова і кінцева колові швидкості СКА, V_0 і V_f , обчислюються за

$$\text{формулами: } V_0 = \sqrt{\frac{\mu}{a_0}} \text{ і } V_f = \sqrt{\frac{\mu}{a_f}}.$$

Характеристична швидкість ΔV_f міжорбітального перельоту СКА обчислюється за допомогою формули (7):

$$\Delta V_f = V_0 \cos(\beta_0) - \frac{V_0 \sin(\beta_0)}{\tan[(\pi/2)\Delta i + \beta_0]}. \quad (7)$$

Час міжорбітального перельоту СКА при використанні безперервної тяги обчислюється за допомогою формули (8):

$$t_f = \frac{\Delta V_f}{f}. \quad (8)$$

Алгоритм Кечічяна також визначає часові залежності характеристичної швидкості $\Delta V(t)$, великої піввосі $a(t)$ і нахилу орбіти $i(t)$ міжорбітального перельоту СКА для інтервалу часу $0 \leq t \leq t_f$. Характеристична швидкість є лінійною функцією часу і розраховується за такою формулою :

$$\Delta V(t) = f t.$$

Велика піввісь під час міжорбітального перельоту обчислюється з кругової орбітальної швидкості за допомогою формули (9):

$$a(t) = \frac{\mu}{V_0^2 + f^2 t^2 - 2V_0 f t \cos(\beta_0)}, \quad (9)$$

де μ – гравітаційний параметр Землі. Нахил орбіти під час міжорбітального перельоту обчислюється за допомогою формули (10):

$$i(t) = i_0 + \operatorname{sgn}(i_f - i_0) \frac{2}{\pi} \left[\tan^{-1} \left(\frac{f t - V_0 \cos(\beta_0)}{V_0 \sin(\beta_0)} \right) + \frac{\pi}{2} - \beta_0 \right]. \quad (10)$$

За умовами задачі для зміни ДВВ при перельоті СКА між некомпланарними майже круговими цільовими орбітами ОСО використовується пасивний маневр очікування СКА на орбіті базування. Різниця швидкостей дрейфу ДВВ орбіт базування і призначення, що спричинена збуренням J_2 вресі-

решт призведе до зближення ДВВ орбіт до однакового значення (тобто до однієї площини). Потрібний час дрейфу орбіт t_d визначається формулою (11):

$$t_d = \frac{\Omega_i - \Omega_j}{\dot{\Omega}_j - \dot{\Omega}_i}. \quad (11)$$

Усереднені швидкості дрейфу ДВВ кругових цільових орбіт $\dot{\Omega}_i$, $\dot{\Omega}_j$ мають постійні значення і обчислюється за формулою (5).

Метод двокритеріальної оптимізації послідовних маршрутів багатоцільових місій ОСО або АВС. Задача двокритеріальної оптимізації послідовних маршрутів багатоцільових місій ОСО або АВС має математичне формулювання у вигляді двокритеріальної орбітальної задачі комівояжера (ДОЗК). В роботі розв'язання ДОЗК проведено в термінах змішаної задачі цілочислового лінійного програмування з лінійними обмеженнями.

Позначимо цільову орбіту базування СКА номером один, а інші цільові орбіти ОСО або АВС номерами $\overline{2, n}$.

Введемо до розгляду n^2 цілочислових змінних x_{ij} :

$$\begin{aligned} x_{ij} &= 0 \vee 1, \\ i, j &= \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (12)$$

Вважатимемо, що $x_{ij} = 1$, якщо переліт з i на j -цільову орбіту здійснюється і $x_{ij} = 0$, якщо переліт з i на j -цільову орбіту не здійснюється.

За умовами задачі орбітальні параметри n цільових орбіт і матриця C^s коефіцієнтів безпеки міжорбітальних перельотів між будь-якою парою з цільових орбіт задані. За існуючими оцінками коефіцієнт безпеки для непілотованих міжорбітальних перельотів може варіюватися від 0,9 до 0,6. Матриця $C^{\Delta V}$ характеристичних швидкостей просторових міжорбітальних перельотів СКА з рушійною установкою малої постійної за модулем тяги між будь-якою парою цільових орбіт розраховується з використанням формул (6) – (7). Матриці $C^{\Delta V}$ і C^s в загальному випадку вважають несиметричними. Розмір цих матриць $n \times n$ і їх діагональні елементи дорівнюють нулю. Інші елементи матриць $C^{\Delta V}$ і C^s за змістом задачі невід'ємні.

В якості оціночних функцій оптимізації використаємо сумарну характеристичну швидкість маршруту місії ОСО ΔV_Σ :

$$\Delta V_\Sigma = \sum_{i,j=1}^n c_{i,j}^{\Delta V} x_{i,j}, \quad (13)$$

і середній коефіцієнт безпеки маршруту місії ОСО K_m^s :

$$K_m^s = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^n c_{i,j}^s x_{i,j}. \quad (14)$$

Для визначення послідовного маршруту двоцільових місій ОСО або АВС потрібно мінімізувати оціночну вектор-функцію (15):

$$x_{i,j}^* = \arg \min_{x_{i,j}} \left[\Delta V_{\Sigma}(x_{i,j}), -K_m^s(x_{i,j}) \right]^T. \quad (15)$$

На змінні $x_{i,j}$, крім умов (12) накладено ще умови одноразового прильоту СКА на кожен цільову орбіту:

$$\sum_{i=1}^n x_{i,j} = 1, \quad j = \overline{1, n} \quad (16)$$

і умови одноразового вильоту СКА з кожної цільової орбіти:

$$\sum_{j=1}^n x_{i,j} = 1, \quad i = \overline{1, n}. \quad (17)$$

І, нарешті, потрібно, щоб маршрут перельоту був повним, тобто складався з n цільових орбіт. Адже обмеженням (16), (17) задовольняє, наприклад, система з кількох менших підциклів, які в сумі охоплюють усі вершини. Щоб усунути такі підцикли в розгляд вводяться дійсні змінні $v_i \geq 0$. Система обмежень, що усуває підцикли [15], має вигляд:

$$\begin{aligned} v_i - v_j + n x_{i,j} &\leq n - 1, \\ v_i &\geq 0, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad i \neq j. \end{aligned} \quad (18)$$

Вирази (12) – (18) визначають відповідну вихідній ДОЗК змішану задачу цілочислового лінійного програмування. Усього в задачі використано n^2 цілочислових змінних $x_{i,j}$ з обмеженнями (16), (17) і дійсні змінні $v_i \geq 0$.

Для наведеної вище двоцільової оптимізаційної задачі немає єдиного розв'язку, який би одночасно оптимізував обидві компоненти оціночної вектор-функції. Тому для проведення оптимізації використано принцип Парето. Принцип Парето [16, 17] не виділяє єдине оптимальне рішення, він лише звужує множину можливих альтернатив до репрезентативного набору оптимальних щодо Парето розв'язків (границі Парето). Для розв'язків, що належать до границі Парето, жодна з компонент оціночної вектор-функції не може бути покращена за значенням без погіршення іншої. Остаточно оптимальний за Парето розв'язок $x_{i,j}^*$ має бути обраним особою, яка приймає рішення тільки з границі Парето P , $x_{i,j}^* \in P$. Наведену вище оптимізаційну задачу розв'язано шляхом обчислення Парето-границі розв'язків відносно оціночної вектор-функції (15). Побудову Парето-границі проведено за допомогою генетичного алгоритма глобальної стохастичної оптимізації.

Приклад визначення оптимального послідовного маршруту. Для демонстрації запропонованого методу вибору оптимального маршруту ОСО наведемо приклад оптимізації маршруту послідовного обходу семи цільових орбіт ОСО. Параметри цільових орбіт наведено в таблиці 1. Вважається, що маса СКА з вантажем дорівнює 1000 кг і СКА обладнаний іонним електрора-

кетним двигуном XIPS-25 з силою тяги 165 мН і питомим імпульсом тяги 35 км/с.

Таблиця 1 – Орбітальні параметри цільових орбіт

Номер цільової орбіти	Велика піввісь орбіти, км	Нахил орбіти, град	Довгота висхідного вузла, град
1	600,0	56,00	37,00
2	640,0	56,15	36,15
3	680,0	56,45	34,35
4	740,0	57,43	35,43
5	780,0	57,51	31,61
6	860,0	57,82	30,72
7	730,0	58,00	33,10

Матриця $C^{\Delta V}$ характеристичних швидкостей просторових міжорбітальних перельотів СКА між будь-якою парою цільових орбіт розраховується з використанням формул (6) – (7). В таблиці 2 наведено матрицю $C^{\Delta V}$ характеристичних швидкостей просторових міжорбітальних перельотів СКА між будь-якою парою з цільових орбіт ОСО. Одиниці вимірювання елементів матриці $C^{\Delta V}$ – м/с.

Таблиця 2 – Матриця характеристичних швидкостей просторових міжорбітальних перельотів між будь-якою парою з цільових орбіт ОСО

Номер цільової орбіти	1	2	3	4	5	6	7
1	0,00	37,79	102,42	304,13	325,24	397,95	418,25
2	37,79	0,00	65,49	268,82	289,23	361,29	383,97
3	102,42	65,49	0,00	203,96	223,90	295,81	319,85
4	304,13	268,82	203,96	0,00	26,59	101,14	117,10
5	325,24	289,23	223,90	26,59	0,00	75,56	103,78
6	397,95	361,29	295,81	101,14	75,56	0,00	76,92
7	418,25	383,97	319,85	117,10	103,78	76,92	0,00

В таблиці 3 наведено матрицю C^s коефіцієнтів безпеки міжорбітальних перельотів між будь-якою парою з цільових орбіт ОСО.

Таблиця 3 – Матриця коефіцієнтів безпеки міжорбітальних перельотів між будь-якою парою з цільових орбіт ОСО

Номер цільової орбіти	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0,61	0,87	0,82	0,89	0,67	0,82
2	0,61	0	0,85	0,84	0,83	0,80	0,69
3	0,87	0,85	0	0,82	0,69	0,71	0,78
4	0,82	0,84	0,82	0	0,83	0,86	0,84
5	0,89	0,83	0,69	0,83	0	0,62	0,81
6	0,67	0,80	0,71	0,86	0,62	0	0,75
7	0,82	0,69	0,78	0,84	0,81	0,75	0

На рисунку 1 наведено границю Парето маршрутів послідовної двоцільової місії ОСО.

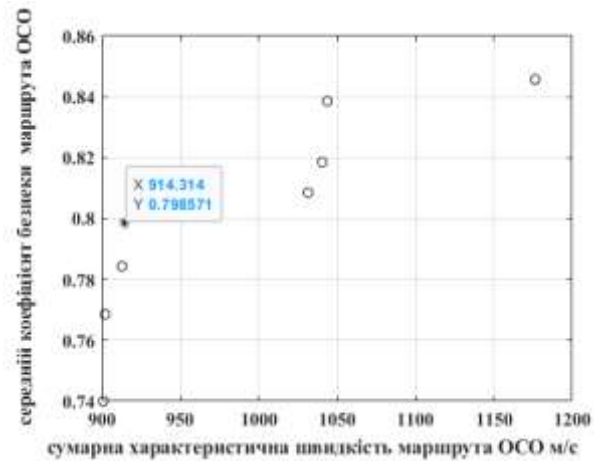


Рис. 1 – Границя Парето маршрутів послідовної двоцільової місії ОСО

В таблиці 4 наведено компоненти оціночної вектор-функції точок границі Парето і відповідні цим точкам послідовні маршрути багатоцільової місії ОСО. Побудову границі Парето проведено з використанням генетичного алгоритма глобальної стохастичної оптимізації.

Таблиця 4 – Компоненти оціночної вектор-функції точок границі Парето і відповідні цим точкам послідовні маршрути багатоцільової місії ОСО

№ маршрута	Сумарна характеристична швидкість маршрута, м/с /	Середній коефіцієнт безпеки маршрута	Маршрут									
1	900,89	0,74	1	4	7	6	5	3	2	1		
2	902,06	0,77	1	5	6	7	4	3	2	1		
3	912,75	0,78	1	2	6	7	5	4	3	1		
4	914,31	0,8	1	2	3	4	6	7	5	1		
5	1031,54	0,81	1	5	6	7	4	2	3	1		
6	1040,61	0,82	1	3	2	6	7	5	4	1		
7	1176,45	0,85	1	5	7	4	6	2	3	1		

В якості оптимального за Парето розв’язку задачі обрано позначену кольором у таблиці 4 точку границі Парето з такими значеннями компонентів оціночної вектор-функцій: $\Delta V_{\Sigma} = 914,31$ м/с і $K_m^s = 0,8$. Ця точка відповідає мінімуму сумарної характеристичної швидкості маршруту ОСО при прийнятному значенні середнього коефіцієнта безпеки маршруту. Обраним значенням компонентів оціночної вектор-функцій відповідає такий маршрут ОСО: (1 2 3 4 6 7 5 1).

Висновки. В роботі розроблено оперативний метод двокритеріальної оптимізації послідовних маршрутів багатоцільових місій ОСО і АВС, що виконуються СКА з рушійними установками малої постійної за модулем тяги. Приклад розрахунку наведено. Методами розв’язку задачі є методи багатокритеріальної генетичної Парето оптимізації, усереднення диференціальних рівнянь і аналітичного моделювання міжорбітальних перельотів СКА з рушійною установкою малої постійної за модулем тяги [10]. Використання ге-

нетичного алгоритму Парето оптимізації дозволило уникати локальних оптимальних розв'язків і обумовило прийнятні обчислювальні витрати. Істотне зменшення обчислювальних витрат досягнуто також за рахунок використання аналітичного моделювання міжорбітальних перельотів СКА з рушійною установкою малої постійної за модулем тяги. Новизна отриманих результатів полягає в розробці метода оперативної двокритеріальної оптимізації послідовних маршрутів багатоцільових місії ОСО і АВС. Розроблений метод легко поширюється на більшу, ніж два кількість оціночних критеріїв. Результати роботи можуть бути використані при обґрунтуванні і попередньому плануванні місій ОСО і АВС на ННО.

1. Ceif M. Multiple Space Debris Collecting Mission—Debris Selection and Trajectory Optimization. *Journal of Optimization Theory and Applications*. 2013. Vol. 156. №. 3. P. 761–796. <https://doi.org/10.1007/s10957-012-0130-6>
2. Murakami J., Hokamoto S. Approach for optimal multi-rendezvous trajectory design for active debris removal. 61st International Astronautical Congress IAC. 2010. P. 6013–6018.
3. Federici L., Zavoli A., Colasurdo, G., et al. Impulsive multi-rendezvous trajectory design an optimization, 8th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS). 2019. P. 1–4.
4. Jorgensen M. K., Sharf I. Optimal planning for a multiple space debris removal mission using high-accuracy low-thrust transfers. *Acta Astronautica*. 2020, Vol. 172. P. 56–69. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.03.031>
5. Shen H.-X., Zhang T.-J., Casalino L., Pastrone D. Optimization of Active Debris Removal Missions with Multiple Targets. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2018. Vol. 55. №. 1. P. 181–189. <https://doi.org/10.2514/1.A33883>
6. Di Carlo M., Romero Martin J. M., Vasile M. Automatic trajectory planning for low-thrust active removal mission in low-earth orbit. *Advances in Space Research*. 2017. Vol. 59. №. 5. P. 1234–1258. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.05.040>
7. Yang J., Hu Y. H., Liu Y., Pan Q. A maximal-reward preliminary planning for multi-debris active removal mission in LEO with a greedy heuristic method. *Acta Astronautica*. 2018. Vol. 149. P. 123–142.
8. Barea A., Urrutxua H., Cadarso L. Large-scale object selection and trajectory planning for multi-target space debris removal missions. *Acta Astronautica*. 2020. Vol. 170. P. 289–301. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.01.032>
9. Rossi A., Valsecchi G., Alessi E. The criticality of spacecraft index. *Advances in Space Research*. 2015. Vol. 56. №. 3. P. 449–60. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.02.027>
10. Kechichian J. A. Reformulation of Edelbaum's Low-Thrust Transfer Problem Using Optimal Control Theory. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 1997. Vol. 20. № 5. P. 988–994. <https://doi.org/10.2514/2.4145>
11. Zhang S., Han C., Sun X. New solution for rendezvous between geosynchronous satellites using low thrust. *J. Guid. Contr. Dynam.* 2018. Vol. 41. №3. P. 1397–1406. <https://doi.org/10.2514/1.G003270>
12. Han C., Zhang S., Wang X. On-orbit servicing of geosynchronous satellites based on low-thrust transfers considering perturbations. *Acta Astronautica*. 2019. № 159. P. 658–675. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.01.041>
13. Гольдштейн Ю. М. Про вибір орбіти базування сервісного космічного апарата. *Технічна механіка*. 2020. № 3. С. 30–38. <https://doi.org/10.15407/itm2020.03.030>
14. Edelbaum T. N. Propulsion Requirements for Controllable Satellites. *ARS Journal*. 1961. Vol. 31. P. 1079–1089. <https://doi.org/10.2514/8.5723>
15. Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. Наука, 1969. 368с.
16. Porovici N. Pareto reducible multicriteria optimization problems. *A Journal of Mathematical Programming and Operations Research*. 2005. Vol. 54. Issue 3. P. 253–263. <https://doi.org/10.1080/02331930500096213>
17. Kim I. Y., de Weck O., L. Adaptive weighted-sum method for bi-objective optimization: Pareto front generation. *Structural and multidisciplinary optimization*. 2005. Vol. 29. P. 149–158. <https://doi.org/10.1007/s00158-004-0465-1>

Отримано 03.08.2025,
в остаточному варіанті 30.09.2025