

ОДНОШАРОВИЙ АЛГОРИТМ МАРШОВОГО РОЗРАХУНКУ НАДЗВУКОВОГО ОБТІКАННЯ РАКЕТ З РОЗБИТТЯМ РОЗРАХУНКОВОЇ ОБЛАСТІ НА ДЕКІЛЬКА ПІДОБЛАСТЕЙ

*Інститут технічної механіки Національної академії наук України і
Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: itm12@ukr.net*

Розроблено одношаровий алгоритм маршового розрахунку надзвукового обтікання компонувань ракет, які можуть бути оснащені крилами, стабілізаторами, рулями та надбудовами. У цьому алгоритмі ракета вздовж осі її корпусу розбивається на ділянки двох типів: перший тип – це ділянки вздовж корпусу без додаткових елементів, які розраховуються з використанням стандартного однозонного алгоритму; та другий тип – це ділянки вздовж корпусу з додатково розміщеними на ньому елементами компонування, які розраховуються з використанням багатозонного алгоритму. При розрахунку надзвукового обтікання елементів компонування довільної форми (крил, рулів, стабілізаторів, надбудов), що розміщені на корпусі ракети, використовується декартова система координат з розбиттям розрахункової області на декілька розрахункових підобластей (РПО), елементами зовнішніх меж яких є поверхня корпусу ракети, поверхні елементів компонування та фронт головної ударної хвилі. У кожному конкретному випадку спосіб розбиття розрахункової області на декілька РПО визначається формою додаткових елементів, що розміщуються на корпусі ракети вздовж ділянки другого типу, яка розглядається. Запропоновано п'ять способів розбиття розрахункової області на РПО з використанням декартових, циліндричних або полярних систем координат для побудови розрахункових осередків в різних РПО, що є досить універсальним підходом до розрахунку надзвукового обтікання ракет з елементами компонування різної форми. На базі розробленого алгоритму створюється програмне забезпечення, використання якого дозволить суттєво зменшити витрати часу на проведення числових розрахунків надзвукового обтікання ракет з крилами, стабілізаторами, рулями та надбудовами різної форми з прийнятною для проектування точністю. Перевагою створююмого програмного забезпечення є оперативність проведення параметричних розрахунків, що дозволяє значно скоротити час попереднього визначення параметрів ракет на етапі проектного відпрацювання конструктивних параметрів складових частин ракет.

Ключові слова: алгоритм, маршовий метод, ракета, корпус, крило, руль, стабілізатор, надбудова, розрахункова область, розрахункова підобласть, надзвукова течія, числовий розрахунок, поле течії.

This paper presents a single-layer marching algorithm to calculate supersonic flow about rockets that may be equipped with wings, stabilizers, rudders, and superstructures. In this algorithm, the rocket along its axis is divided into sections of two types: sections along the rocket structure without additional elements (type 1 sections), which are calculated using a standard one-zone algorithm, and sections along the rocket structure with additional elements, which are calculated using a multizone algorithm. To calculate supersonic flow about additional elements of arbitrary shape (wings, stabilizers, rudders, and superstructures) installed on the rocket body, use is made of a Cartesian system of coordinates with the computational region divided into several computational subregions (CSRs), whose outer boundaries are the rocket structure surface, the surfaces of the additional elements, and the bow shock front. In each specific case, the method of division of the computational region into several CSRs is determined by the shape of the additional elements installed on the rocket structure along the type 2 section under consideration. Five methods are proposed to divide the computational region into CSRs using Cartesian, cylindrical, or polar coordinates for constructing computational meshes in different CSRs, which is a reasonably universal approach to calculating supersonic flow about rockets with variously shaped additional elements. Based on the above algorithm, the development of software is underway, whose use will greatly reduce the time taken for numerical calculations of supersonic flow about rockets with variously shaped wings, stabilizers, rudders, and superstructures to a design accuracy. The advantage of the software under development is the promptness of parametric calculations, which allows one to greatly reduce the time taken for rocket pre-characterization at the tryout stage of the design parameters of rocket components.

Keywords: algorithm, marching method, rocket, structure, wing, rudder, stabilizer, superstructure, computational region, computational subregion, supersonic flow, numerical calculation, flow field.

Вступ. Компонувальна схема ракети складається з корпусу та розміщених на ньому тих чи інших додаткових елементів (крил, рулів, стабілізаторів, дестабілізаторів, тонких консолей, коробів та різного виду надбудов). Як правило, уздовж корпусу ракети розміщується три набори таких елементів [1]: у передній частині – дестабілізатори, які використовуються для керування польотом; у середній частині – крила, які використовуються як несучі органи; у хвостовій частині – стабілізатори або рульові органи, які використо-

вуються для керування польотом. Органи стабілізації знаходяться у хвостовій частині корпусу ракети при розміщенні дестабілізаторів у передній частині. У компонованні без дестабілізаторів керування польотом здійснюється за допомогою рулів, які розміщуються у хвостовій частині корпусу ракети. Підйомна сила створюється стабілізуючими та рульовими органами за відсутності крил у компонованні ракети. Залежно від взаємного розташування несучих та керуючих поверхонь вздовж корпусу використовуються такі компоновальні схеми ракет [2]: нормальна, з поворотними крилами, "безхвоста" і "качка". За формою несучих поверхонь розрізняють літакову (з плоским крилом) та Х-подібну (з хрестоподібним крилом) схеми крилатих ракет. Літакова схема більш вигідна для великих відстаней польоту, а Х-подібна забезпечує високу маневреність.

Стійкість польоту ракети уздовж заданої траєкторії є одною з основних вимог, що пред'являється при розробці і створенні ракети. Керування ракетою у польоті безпосередньо залежить від запасу її стійкості. При збільшенні швидкості ракети запас її стійкості змінюється в результаті зсуву центра тиску, викликаного змінами аеродинамічної сили, що діє на поверхню ракети [3]. Ефективний контроль траєкторії польоту вимагає безперебійної і точної роботи органів керування. Поверхні органів керування повинні мати найкращу можливу конфігурацію для передбачуваної швидкості польоту. Їх відхилення повинні здійснюватися з достатніми зусиллями для здобуття необхідного положення органу. Для підтримки стійкості польоту ракети методи балансування, що використовуються, повинні враховувати вплив різних елементів керування і їх взаємодію на зміну підйомної сили і сили опору для різних чисел Маха. Питання оптимізації компоновок ракет в цілому і окремих їх елементів з метою підвищення ефективності розглядалися в роботах [4] – [7] і ін. Оптимізація аеродинамічної форми ракети дозволяє збільшити швидкість, дальність її польоту і підвищує маневреність ракети.

В даний час для моделювання дозвукової і надзвукової аеродинаміки ракет з органами керування та стабілізації використовуються усереднені по Рейнольдсу рівняння Нав'є–Стокса (RANS) з різними моделями турбулентності і LES моделі для моделювання великих вихорів. Ці рівняння дискретизуються кінцевими об'ємами і вирішуються методом встановлення за часом. Кількість вузлів розрахункових комірок (блоково-регулярних або нерегулярних), що використовуються, може досягати декількох десятків мільйонів. При цьому витрати часу центрального процесора ПЕОМ на проведення розрахунку для одного з варіантів початкових даних може досягати десятків годин. Розрахунки проводяться, як правило, з використанням різних комерційних пакетів. Найчастіше використовуються комерційні програмні комплекси ANSYS CFX, FLUENT, FLOW VISION, а також відкритий пакет OpenFOAM. В роботах [8] – [10] наведені типові результати розрахунків розподілів газодинамічних параметрів навколо оперених тіл обертання та їх аеродинамічні характеристики (АДХ), що були отримані з використанням різних комерційних пакетів.

Зазвичай для задовільної оцінки льотно-технічних характеристик ракети на етапі проектування необхідно виконати сотні оціночних розрахунків АДХ. Отже, розрахункові методи, що можуть бути використані, повинні забезпечувати виконання значної кількості оціночних розрахунків з прийнятним рівнем витрат часу і вартості. Важливим міркуванням при проведенні проєктних

робіт є необхідний рівень точності оціночних розрахунків, тому що саме цей критерій визначає рівень складності розрахункових методів, що будуть застосовані. Критерій точності розрахунків АДХ залежить від льотно-технічних характеристик і проектних параметрів ракети. Залежно від конкретних для кожної ракети, що проектується, критичних розрахункових умов необхідно вибирати ті методи розрахунку, які забезпечують необхідні рівні точності по АДХ і проектним параметрам. Якщо при розрахунку дозвукових течій використання методів встановлення не має альтернативи, то при надзвуковому обтіканні ракет можливо використання більш спрощених методів маршового розрахунку. Спрощені моделі обтікання необхідні для того, щоб проектувальник міг в загальних рисах оптимізувати створювану конструкцію, не потребуючи в значному обсязі експериментальних даних або при пошуку шляхів розв'язання з використанням RANS моделей.

Для надзвукового обтікання ракет складної геометрії характерна багатократна взаємодія стрибків ущільнення, що приводить до складної структури течії. У таких задачах здобуття рішення, як правило, вимагає великих витрат комп'ютерних ресурсів, оскільки для адекватного віддзеркалення особливостей потоку необхідно проводити розбиття розрахункової області на велику кількість елементарних об'ємів. У практично важливих задачах спроба досягти заданої точності лише за рахунок збільшення кількості розрахункових об'ємів приводить до таких потреб пам'яті і часу рахунків, які є граничними навіть для найпотужніших з сучасних комп'ютерів. Тому розробка методів і методик, що дозволяють вирішувати складні задачі газової динаміки на наявних комп'ютерах середньої потужності, є актуальною.

Алгоритм маршового розрахунку надзвукового обтікання ракет з розбиттям на ділянки. Розглядається алгоритм маршового розрахунку надзвукового обтікання ракет, корпуси яких оснащені додатковими елементами (крилами, стабілізаторами, рулями та надбудовами). У цьому алгоритмі ракета маршовими перерізами вздовж осі корпусу розбивається на ділянки двох типів:

- ділянки першого типу – це ділянки вздовж корпусу без додаткових елементів, які розраховуються стандартним чином в циліндричній системі координат з використанням однозонного алгоритму [11];
- ділянки другого типу – це ділянки з розміщеними вздовж корпусу додатковими елементами компонування, які розраховуються з використанням нового багатозонного алгоритму.

На рис. 1 наведена схема розбиття поля надзвукової течії вздовж корпусу ракети на ділянки першого та другого типу.

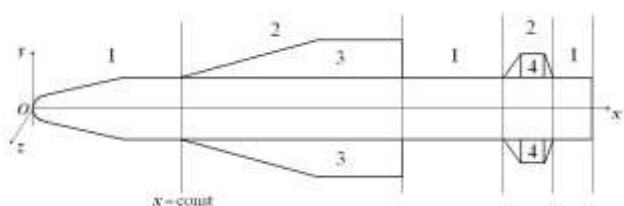


Рис. 1

Маршовий розрахунок надзвукової течії вздовж корпусу ракети здійснюється почерговими переходами від розрахунку течій на ділянках першого типу до розрахунку течій на ділянках другого типу та навпаки. При цьому кожен раз потрібно формувати початкові течії як при переході від розрахункової

На цьому рисунку цифрами позначено:

- 1 – ділянки першого типу;
- 2 – ділянки другого типу;
- 3 – крило;
- 4 – руль

вої області з одною розрахунковою підобластю (РПО) до розрахункової області, що формується з декількох РПО, так і при переході від розрахункової області з декількох РПО до розрахункової області з однією РПО. Для чого мають бути виконані такі дії:

- визначити нову структуру розрахункової області з розбиттям на декілька РПО відповідно до форми додаткових елементів, що розміщені на корпусі ракети вздовж ділянки другого типу;

- побудувати нову кінцеве-різницьову сітку в розрахунковій області відповідно до введеного розбиття її на РПО;

- переінтерполювати газодинамічні параметри поля течії у поперечному перерізі $x = \text{const}$ для переходу на нову сітку.

Після цього може здійснюватися маршовий розрахунок уздовж ділянки нового типу до наступного перерізу зміни типу ділянки. Маршовий розрахунок припиняється по досягненні донного зрізу корпусу ракети або задньої кромки останнього крила, або консолі, що виходить за донний зріз корпусу ракети.

Алгоритм маршового розрахунку вздовж ділянки першого типу з завданням розрахункової області у вигляді однієї РПО програмно реалізований в [11].

При розрахунку надзвукової течії вздовж ділянки другого типу з додатковими елементами виникає низка запитань, які мають бути вирішені при побудові алгоритму маршового розрахунку надзвукового обтікання ракети з елементами кінцевої товщини:

- алгоритм побудови двовимірної розрахункової сітки з декількох РПО, коли на поверхні ділянки корпусу ракети, що розглядається, знаходиться один або декілька додаткових елементів;

- алгоритм маршового розрахунку надзвукової течії навколо корпусу ракети з одним або декількома додатковими елементами з використанням розбиття розрахункової області в поперечних перерізах $x = \text{const}$ на декілька РПО;

- алгоритм створення чи об'єднання двовимірних полів надзвукової течії в декількох РПО в полі течії розрахункової області навколо корпусу ракети для продовження маршового розрахунку обтікання ракети.

Таким чином при вирішенні завдання надзвукового обтікання ракет з додатковими елементами довільної форми виникає цілий комплекс питань, які необхідно вирішувати. Послідовне рішення цих питань дозволяє розвивати існуюче програмно-методичне забезпечення для маршового розрахунку надзвукового обтікання ракет з крилами, рулями, стабілізаторами, де стабілізатори та надбудови мають довільну форму.

Розбиття розрахункової області на декілька РПО. Для вирішення завдань надзвукового обтікання ракет з додатковими елементами довільної форми вздовж ділянок другого типу пропонується узагальнений алгоритм маршового розрахунку з розбиттям розрахункової області на декілька РПО. Вводиться розбиття розрахункової області у поперечних перерізах $x = \text{const}$ на декілька РПО, які гладко стикуються між собою. У кожному конкретному випадку спосіб розбиття розрахункової області на декілька РПО визначається формою додаткових елементів, що розміщуються на корпусі ракети вздовж цієї ділянки. Різні способи розбиття розрахункової області на РПО з використанням декартових, циліндричних або полярних систем координат для побудови розрахункових осередків різних РПО є досить універсальним підходом до розрахунку надзвукового обтікання різних компоновок ракет. При цьому основною проблемою для кожного розрахункового випадку є побудова роз-

рахункової сітки з декількох РПО. Права декартова система координат $Oxyz$ використовується для завдання координат вузлів розрахункових сіток у різних РПО. Для запобігання різноманіттю побудов розрахункових сіток у поперечних перерізах $x = \text{const}$ було визначено п'ять способів формування розрахункових сіток у РПО, які наведено на рис. 2.

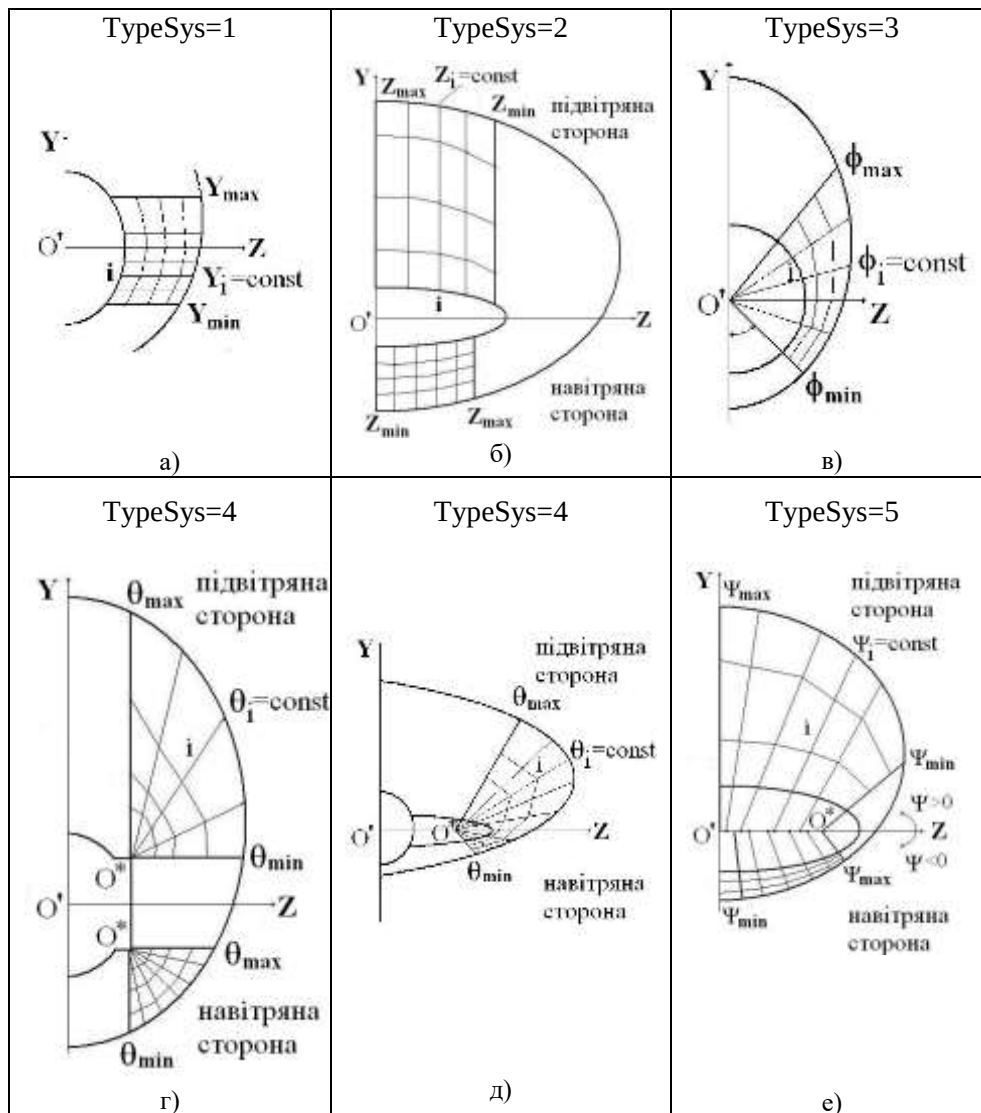


Рис. 2

Спосіб побудови розрахункової сітки у поперечних перерізах $x = \text{const}$ визначається параметром TypeSys, що є атрибутом кожної РПО: параметр TypeSys відповідає способу побудови розрахункової сітки в РПО для заданих значень параметрів, що визначають межі РПО:

– TypeSys=1 – побудова розрахункової сітки РПО з використанням розбиття променями $y = \text{const}$ декартової системи координат $yO'z$ з початком в т. O' , де O' – точка перетину осі Ox з площиною поперечного перерізу $x = \text{const}$. Використовуються два параметри $y_{\min}$ та $y_{\max}$, $y_{\min} \leq y \leq y_{\max}$. Побудова розрахункової сітки починається з визначення променів $y_i = \text{const}$

$$y_i = y_{\min} + \Delta y (i - I_B) = \text{const}, \quad i = I_B, \dots, I_E, \quad \Delta y = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{I_E - I_B},$$

I_B та I_E – номери початкового та кінцевого променів в РПО, що розглядається. Такі ж позначення для номерів початкового та кінцевого променя РПО використовуються і для інших способів побудови розрахункових сіток TypeSys.

Вздовж променів $y_i = \text{const}$ вводяться рівновіддалені вузли з координатами

$$z_{i,j} = z_{B,i} + \Delta z (j - J_B), \quad y_{i,j} = y_i, \quad j = J_B, \dots, J_E, \quad \Delta z = \frac{z_{S,i} - z_{B,i}}{J_E - J_B};$$

де $z_{B,i}$ – координата Z вузла на поверхні тіла, $z_{S,i}$ – координата Z вузла на фронті головної ударної хвилі; J_B, J_E – номери початкового і кінцевого вузлів вздовж променя $y_i = \text{const}$ в РПО, що розглядається. Такі ж позначення для номерів початкового та кінцевого вузлів використовуються і для інших типів побудови розрахункових сіток TypeSys.

Вузли з однаковими індексами j на сусідніх променях i та $(i+1)$ з'єднуються прямолінійними відрізками. Такий же спосіб побудови розрахункової сітки шляхом з'єднання прямолінійними відрізками вузлів з однаковими індексами j на сусідніх променях i та $(i+1)$ використовується для усіх значень параметра $1 \leq \text{TypeSys} \leq 5$;

– TypeSys=2 – побудова розрахункової сітки РПО з використанням розбиття променями $z = \text{const}$ декартової системи координат yOz з початком в т. O' . Використовуються два параметри $z_{\min}$ та $z_{\max}$, ($z_{\min} \leq z \leq z_{\max}$). Побудова розрахункової сітки починається з визначення променів $z_i = \text{const}$

$$z_i = z_{\min} + \Delta z (i - I_B) = \text{const}, \quad i = I_B, \dots, I_E, \quad \Delta z = \frac{z_{\max} - z_{\min}}{I_E - I_B}.$$

Вздовж променів $z_i = \text{const}$ вводяться рівновіддалені вузли з координатами

$$y_{i,j} = y_{B,i} + \Delta y (j - J_B), \quad z_{i,j} = z_i, \quad j = J_B, \dots, J_E, \quad \Delta y = \frac{y_{S,i} - y_{B,i}}{J_E - J_B};$$

де $y_{B,i}$ – координата y вузла на поверхні тіла, $y_{S,i}$ – координата y вузла на фронті головної ударної хвилі;

TypeSys=3 – побудова розрахункової сітки РПО з використанням розбиття променями $\varphi = \text{const}$ циліндричної системи координат $rO\varphi$ з початком в т. O' . Використовуються два параметри $\varphi_{\min}$ та $\varphi_{\max}$, ($\varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}$). Побудова розрахункової сітки починається з визначення променів $\varphi_i = \text{const}$

$$\varphi_i = \varphi_{\min} + \Delta \varphi (i - I_B) = \text{const}, \quad i = I_B, \dots, I_E, \quad \Delta \varphi = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{I_E - I_B}.$$

Кути φ_i відраховуються проти годинникової стрілки від негативного напрямку осі Oy .

Вздовж променів $\varphi_i = \text{const}$ вводяться рівновіддалені вузли з координатами

$$r_{i,j} = r_{B,i} + \Delta r (j - J_B), j = J_B, \dots, J_E, \Delta r = \frac{R_{S,i} - R_{B,i}}{J_E - J_B};$$

де $R_{B,i}$ – радіальна координата r вузла на поверхні тіла, $R_{S,i}$ – радіальна координата r вузла на фронті головної ударної хвилі;

– TypeSys=4 – побудова розрахункової сітки РПО з використанням розбиття променями $\theta = \text{const}$ полярної системи координат $r O^* \theta$ з початком в деякій точці $O^*(y_0, z_0)$, що може переміщатися. Використовуються чотири параметри $y_0, z_0, \theta_{\min}$ та $\theta_{\max}$, ($\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max}$). Побудова розрахункової сітки починається з визначення координати точки $O^*(y_0, z_0)$ початку полярної системи координати $r O^* \theta$ у поперечному перерізі $x^{n+1} = x^n + \Delta x = \text{const}$. Потім формується віялова сітка променів $\theta_i = \text{const}$, що виходять з полярного центра в т. O^* , який зміщений на відстань y_0 вздовж осі $O'y$ і відстань z_0 вздовж осі $O'z$ відносно початку т. O' декартової системи координат $y O'z$ у поперечному перерізі $x = \text{const}$

$$\theta_i = \theta_{\min} + \Delta \theta (i - I_B) = \text{const}, i = I_B, \dots, I_E, \Delta \theta = \frac{\theta_{\max} - \theta_{\min}}{I_E - I_B}.$$

Кути θ відраховуються від осі $O'z$ декартової системи координат проти годинникової стрілки.

Вздовж променів $\theta_i = \text{const}$ водяться рівновіддалені вузли з радіальними координатами

$$r_{i,j} = R_{0,i} + \Delta r (j - J_B), j = J_B, \dots, J_E, \Delta r = \frac{R_{S,i} - R_{0,i}}{J_E - J_B};$$

де $R_{0,i} = R_{B,i}$ – радіальна координата r вузла на поверхні тіла, або кутової точки $O^*(y_0, z_0)$, в якій сходяться усі промені $\theta_i = \text{const}$ і тоді $R_{0,i} = 0$; $R_{S,i}$ – радіальна координата r вузла на фронті головної ударної хвилі для променя $\theta_i = \text{const}$.

Вузли з однаковими індексами j на сусідніх променях i та $(i+1)$ з'єднуються прямолінійними відрізками. Таким чином отримуємо розподіл вузлів розрахункової сітки, що показаний на рис. 2, г) для кутової точки O^* і на рис. 2, д) для фокуса передньої затупленої кромки крила у точці O^* на осі $O'z$;

– TypeSys=5 – побудова розрахункової сітки РПО декартової системи координат $y O'z$ з використанням розбиття променями $\psi = \text{const}$, вершини яких переміщуються вздовж осі $O'z$, Промені $\psi = \text{const}$, що починаються на осі $O'z$, з'єднують точки на поверхні тіла та на головній ударній хвилі. Для побудови розрахункової сітки в РПО використовуються чотири параметри: $z_{\min}, z_{\max}, \psi_{\min}$ та $\psi_{\max}$, ($\psi_{\min} \leq \psi \leq \psi_{\max}$). Кут нахилу променя ψ відраховується від позитивного напрямку осі $O'z$. $z_{\min}$ і $z_{\max}$ – координати z початкової та кінцевої точок вздовж осі $O'z$. Спочатку визначаємо координати z_i точок початку променів вздовж осі $O'z$

$$Z_i = Z_{\min} + \Delta Z (i - I_B), i = I_B, \dots, I_E, \Delta Z = \frac{Z_{\max} - Z_{\min}}{I_E - I_B}.$$

Потім визначаємо кути нахилу променів $\psi_i = \text{const}$ до осі $O'Z$ в точках Z_i

$$\psi_i = \psi_{\min} + \Delta \psi (i - I_B), i = I_B, \dots, I_E, \Delta \psi = \frac{\psi_{\max} - \psi_{\min}}{I_E - I_B}.$$

Кути ψ_i відраховуються проти годинникової стрілки від осі $O'Z$.

Вздовж променів $\psi_i = \text{const}$ водяться рівновіддалені вузли з координатами

$$y_{i,j} = y_{B,i} + \Delta y (j - J_B), z_{i,j} = z_{B,i} + \Delta z (j - J_B), j = J_B, \dots, J_E;$$

$$\Delta y = \frac{y_{S,i} - y_{B,i}}{J_E - J_B}, \Delta z = \frac{z_{S,i} - z_{B,i}}{J_E - J_B},$$

де $y_{B,i}, z_{B,i}$ – декартові координати y і z вузла на поверхні тіла; $y_{S,i}, z_{S,i}$ – декартові координати y і z вузла на фронті головної ударної хвилі.

Для усіх способів розбиття $1 \leq \text{TypeSys} \leq 5$ вузлові точки з індексами (j, i) в поперечних перерізах X^n (старий шар) та $X^{n+1} = X^n + \Delta X$ (новий шар) в кожній РПО з'єднуються прямолінійними відрізками, створюючи шестигранні елементарні об'єми.

Для розрахунку надзвукової течії вздовж ділянок другого типу з додатковими елементами компонування довільної форми (крилами, рулями, стабілізаторами, надбудовами), що розміщені на поверхні корпусу ракети, використовується декартова система координат з розбиттям розрахункової області на декілька РПО, елементами зовнішніх меж яких є поверхня корпусу РН, поверхні елементів компонування та фронт головної ударної хвилі.

Запропоновані способи розбиття розрахункової області на РПО з використанням декартових, циліндричних або полярних систем координат для побудови розрахункових комірок в різних РПО, що є досить універсальним підходом до побудови складних розрахункових сіток при надзвуковому обтіканні ракет з різними елементами компонування. У кожному конкретному випадку спосіб розбиття розрахункової області на декілька РПО визначається формою додаткових елементів, що розміщуються на корпусі ракети вздовж ділянки другого типу.

У кожній РПО, що задається у вигляді криволінійного чотирикутника, будується своя розрахункова сітка. Для спрощення побудови розрахункових сіток вводяться умовні межі розділення сусідніх РПО, на яких використовуються умови Ейлера сполучення РПО. Комірки розрахункової сітки узгоджуються на загальній межі суміжних РПО. За межами, які розділяють дві суміжні РПО, використовуються фіктивні промені з параметрами потоку в комірках із сусідньої РПО.

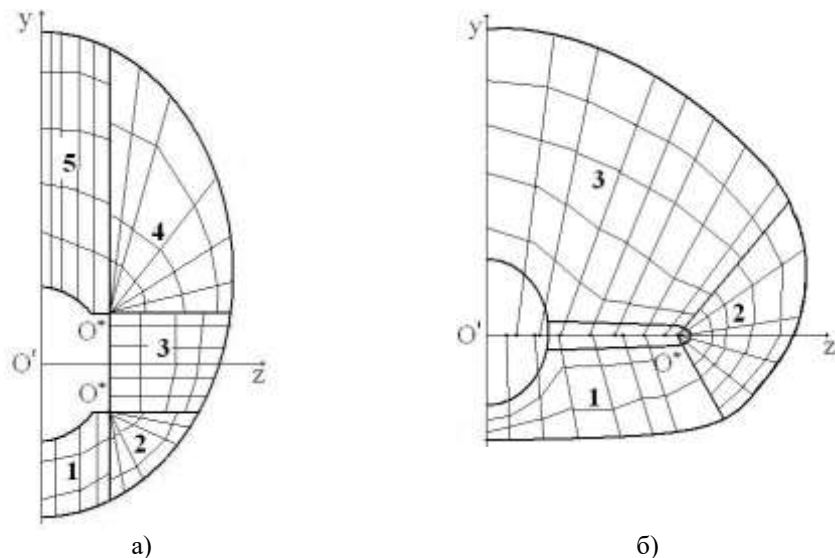
РПО в розрахунковій області розміщуються таким чином: РПО повністю покривають розрахункову область без зазорів, а номери РПО відраховуються вздовж напрямку проти годинникової стрілки і послідовно зростають з навітряної сторони поверхні корпусу ракети до підвітряної. Для спрощення ал-

горитму розрахунку кількість вузлів вздовж променів однакова для всіх РПО, в той же час кількість променів в різних РПО може відрізнятися.

Нижче наведено два приклади умовного розбиття розрахункової області на РПО:

– при наявності надбудови прямокутної форми на корпусі ракети з використанням п'яти РПО $n=5$ (рис. 3, а)) зі способами побудови розрахункових сіток у РПО з відповідними номерами: 1 – TypeSys=2; 2 – TypeSys=4; 3 – TypeSys=1; 4 – TypeSys=4; 5 – TypeSys=1;

– для стріловидного крила зі сферично затуплюючою передньою кромкою з використанням трьох РПО $n=3$ (рис. 3, б)) зі способами побудови розрахункових сіток у РПО з номерами: 1 – TypeSys=5; 2 – TypeSys=4; 3 – TypeSys=5.



1, 2, 3, 4, 5 – номери РПО

Рис. 3

На рис. 3, а) показано розбиття розрахункової області з двома кутівими точками O^* (з навітряної та підвітряної сторони) для прямокутної надбудови на корпусі.

Кінцево-об'ємні співвідношення розрахунку параметрів потоку в елементарному об'ємі. Використовуються кінцево-об'ємні співвідношення для розрахунку параметрів потоку на новому маршовому кроці x^{n+1} . Кожен елементарний об'єм розрахункової сітки представляється у вигляді шестигранника. Використовуються такі визначення номерів граней елементарного об'єму: 1, 2, 3, 4 – бічні грані, 5 – грань у перерізі $x^n = \text{const}$, 6 – грань у перерізі $x^{n+1} = \text{const}$. Параметри потоку на грані під номером 5 відповідають відомим значенням параметрів на старому кроці, а на грані під номером 6 – значенням параметрів на новому маршовому кроці. Бічні поверхні елементарного об'єму, взагалі кажучи, не колінеарні, тому кожній бічній грані ставиться у відповідність бічна площина, яка складається з двох трикутників, що поділяються діагоналлю чотирикутної грані.

Закони збереження маси і імпульсу для елементарного об'єму можна записати у виді [12]:

$$\sum_{k=1}^6 \rho(\vec{V}_k, \vec{n}_k) = 0; \quad \sum_{k=1}^6 \{p_k \vec{n}_k + \rho \vec{V}_k (\vec{V}_k, \vec{n}_k)\} = 0, \quad (1)$$

де $p_k, \rho_k, \vec{V}_k = \{u_k, v_k, w_k\}$ – відповідно тиск, густина і вектор швидкості газу усереднені по грані k елементарного об'єму; $\vec{n}_k$ – вектор зовнішньої нормалі до грані з номером k елементарного об'єму.

Параметри потоку на гранях k ($k = 1, \dots, 4$) бічної поверхні елементарного об'єму знаходяться з вирішення автомодельної задачі взаємодії двох надзвукових потоків з використанням алгоритму [13]. Параметри потоку не розраховуються на бічних гранях, площини яких дорівнюють нулю (у кутових точках).

Нехай U_1 – потік маси, U_2, U_3, U_4 – відповідно потоки X, Y і Z компоненту імпульсу через грань 6 елементарного об'єму, що належить перерізу $X^{n+1} = \text{const}$. Система рівнянь (1) дозволяє визначити величини U_1, U_2, U_3, U_4 , а разом з ними і параметри газу в перерізі $X^{n+1} = \text{const}$ за формулами

$$\begin{aligned} v_6 &= \frac{U_3}{U_1}; \quad w_6 = \frac{U_4}{U_1}; \\ u_6 &= \frac{\gamma}{\gamma+1} \frac{U_2}{U_1} + \sqrt{\left(\frac{U_2}{U_1}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)(2 \cdot H_\infty - v_6^2 - w_6^2)}; \\ p_6 &= \frac{U_2 - U_1 u_6}{n_6}; \quad \rho_6 = \frac{U_1}{u_6 n_6}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $n_6 = |\vec{n}_6|$ – площа грані з номером 6 елементарного об'єму, що розглядається; $H_\infty = \frac{1}{2} + \frac{1}{(\gamma-1)} \frac{1}{M_\infty^2}$ – безрозмірна ентальпія потоку, що набігає; $\gamma = 1,4$ – показник адіабати.

Порівняльні розрахунки. Для відпрацювання цього алгоритму виконано порівняльні розрахунки надзвукового обтікання корпусу ракети надзвуковим потоком повітря з числом Маха $M_\infty = 4$ під кутом атаки $\alpha = 5^\circ$ з використанням розбиття розрахункової області на декілька РПО. Сферично затуплений корпус ракети задається радіусом затуплення $R_{sp} = 0,10$ та координатами характерних точок: $X_1 = 5, r_1 = 0,5, X_2 = 8, r_2 = 0,5, X_3 = 10, r_3 = 0,65$. У поперечному перерізі $X = 6$ вздовж корпусу ракети виконується перехід до розрахунку з використанням декількох РПО. Початкові поля течій, які були отримані у поперечному перерізі $X = 6$ після розбиття розрахункової області навколо корпусу на декілька РПО та інтерполяції поля течії, повністю узгоджуються з розподілами параметрів стандартної методики розрахунку і між собою для різних кількостей РПО.

Нижче наведено результати порівняльних розрахунків ізолій тиску у поперечному перерізі $X = 10$, що були отримані стандартним методом розрахунку [11] з використанням розрахункової сітки $Ni = 37$ (кількість променів по ϕ) та $Nj = 41$ (кількість вузлів по r) для циліндричної системи координат та роз-

робленим методом з розбиттям на декілька РПО з параметром TypeSys=3. Способи розбиття розрахункової області на РПО наведені у таблиці.

Таблиця – Способи розбиття розрахункової області на РПО.

Кількість РПО, n	Номер РПО	Сітка N_i	$\varphi_{\min}$	$\varphi_{\max}$
2	1	19	0	90°
	2	19	90°	180°
4	1	10	0	45°
	2	10	45°	90°
	3	10	90°	135°
	4	10	135°	180°
9	1	50	0	20°
	2	5	20°	40°
	3	5	40°	60°
	4	5	60°	80°
	5	5	80°	100°
	6	5	100°	120°
	7	5	120°	140°
	8	5	140°	160°
	9	5	160°	180°

На рис. 4 порівнюються ізолінії тиску у поперечному перерізі $X = 10$ для різних кількостей РПО: $n=1$, $n=2$, $n=3$ та $n=9$. Граничні промені, що з'єднують точки на поверхні корпусу ракети та фронті головної ударної хвилі і поділяють розрахункову область на РПО, нанесені на рис. 4 тонкими суцільними лініями чорного кольору.

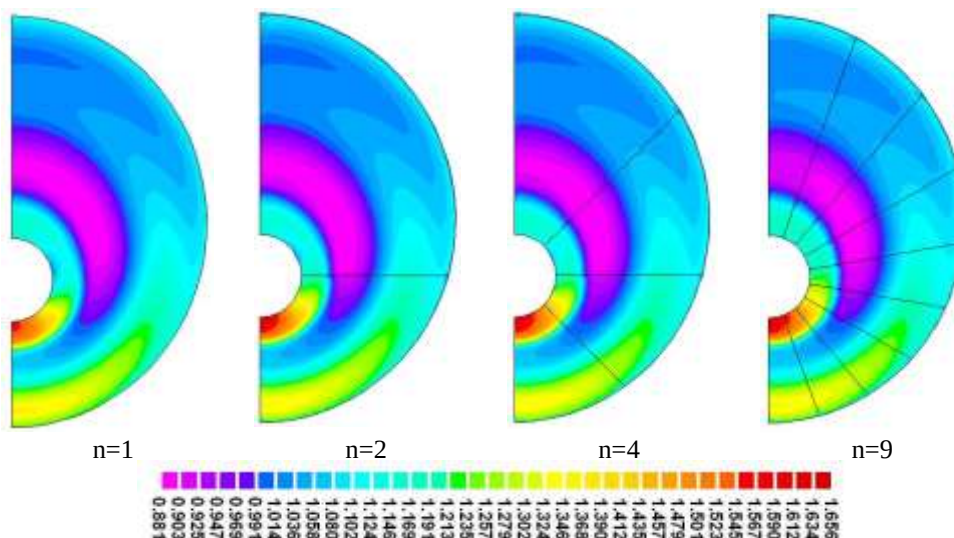


Рис. 4

Висновки. Розроблено одношаровий алгоритм маршового розрахунку надзвукового обтікання ракети з розбиттям розрахункової області на декілька РПО, в якому у процесі маршового розрахунку вздовж корпусу ракети на ділянці розташування того чи іншого додаткового елемента компоновання розрахункова область розбивається на декілька РПО, а потім на початку ділянки без додаткових елементів ці РПО об'єднуються в одну розрахункову область. На базі цього алгоритму створюється програмне забезпечення, використання якого дозволить суттєво зменшити витрати часу на проведення числових роз-

рахунків надзвукового обтікання ракет з крилами, стабілізаторами, рулями та надбудовами різної форми з прийнятною для проєктування точністю.

Перевагою створюємого програмного забезпечення є оперативність проведення параметричних розрахунків, що дозволяє значно скоротити час попереднього визначення параметрів ракет на етапі проєктного відпрацювання конструктивних параметрів складових частин ракет з крилами, рулями, надбудовами.

1. Special Course on Missile Aerodynamic. 1994. AGARD-R-804. 350 p.
2. Liptak P., Jozefek M. Moments Having Effect on a Flying Missile. *Science&Military*. 2010. № 1. P. 51–57.
3. Аэродинамика ракет. В 2-х книгах / под общ. редакцией М. Хемша и Дж. Нилсена. М.: Мир, 1989. Кн. 1 – 433 с. Кн. 2 – 513 с.
4. Vasek D., Polacek J., Konecny P. Improved Estimation of Air-to-Air Missile Aerodynamic Characteristics with Using CFD Method. *Advances in Military Technology*. 2020. V. 15, No. 2. P. 301–315. <https://doi.org/10.3849/aimt.01373>
5. Guzelbey I. A Review of Aerodynamic Shape Optimization for a Missile. *The Eurasia Proceedings of Science, Technology, Engineering & Mathematics (EPSTEM)*. 2018. V. 4. P. 94–102.
6. Şımnı A., Güzelbey I. H., Öğücü O. Aerodynamic Shape Optimization of a Missile Using a Multiobjective Genetic Algorithm. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2020. V. 2020. 17 p. <https://doi.org/10.1155/2020/1528435>
7. Ocokoljić G. J., Rašuo B. P., Bengin A. Č. Aerodynamic shape optimization of guided missile based on wind tunnel testing and computational fluid dynamics simulation. *Thermal science*. 2017. V. 21, No. 3. P. 1543–1554. <https://doi.org/10.2298/TSCI150515184O>
8. Shelton A., Martiny C. Characterizing Aerodynamic Damping of a Supersonic Missile with CFD. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*. 2017. N 96TW-2017-0404. 25 p.
9. Sahu J. Unsteady computational fluid dynamics modeling of free-flight projectile aerodynamics. *Computational Ballistics III. WIT Transactions on Modeling and Simulation*. 2007. V. 45. 10 p. <https://doi.org/10.2495/CBAL070011>
10. Zhang L. A. et al. CFD-based numerical virtual flight simulator and its application in control law design of a maneuverable missile model. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2019. V. 32, No. 12. P. 2577–2591. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2019.07.001>
11. Тимошенко В. П., Галинский В. П. Численное моделирование сверхзвукового обтекания ракет-носителей, оснащенных тонкими органами управления и стабилизации. *Космическая наука и технология*. 2017. Т. 23, № 5. С. 33–43. <https://doi.org/10.15407/knit2017.05.033>
12. Зарубин А. Г. О точности метода Годунова в различных системах координат. *Ученые записки ЦАГИ*. 1977. Т. 8, № 4. С. 110–115.
- 13 Численное решение многомерных задач газовой динамики. Под общ. редакцией Годунова С. К. М.: Наука, 1976. 400 с.

Отримано 10.11.2025,
у остаточному варіанті 01.12. .2025