

В. В. НЕВЗОРОВ¹, <https://orcid.org/0009-0004-9145-6042>Т. А. ОЛІЙНИК¹, <https://orcid.org/0000-0002-0315-7308>Н. П. СИРОТКІНА², <https://orcid.org/0000-0001-5573-6232>Л. В. МУЗИКА², <https://orcid.org/0009-0009-8285-2832>

УРАХУВАННЯ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ПУЛЬПИ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ПРОЦЕСУ ТОНКОГО ГРОХОЧЕННЯ

¹Криворізький національний університет,

вул. В. Матусевича, 11, Кривий Ріг, Дніпропетровська область, 50000

²Інститут технічної механіки

Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,

вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: sinatal@ukr.net

Тонке грохочення – важлива ланка технології збагачення магнетитових кварцитів, з удосконаленням якої значною мірою пов'язують подальший розвиток галузі. Розроблене математичне моделювання сухого тонкого грохочення дозволяє контролювати технологічні параметри процесу. Для мокрого тонкого грохочення необхідно враховувати особливості впливу характеристик пульпи, що робить дослідження актуальним.

Мета роботи – визначення впливу основних параметрів пульпи при створенні моделі процесу грохочення залізорудної сировини. Відмінність моделі просіювання частинок із пульпи чи суспензії на гідравлічному гуркоті від сухого просіювання в наявності водного середовища, головна характеристика якого – в'язкість. В'язкість пульпи – це міра внутрішнього тертя суспензії, яка залежить від концентрації, дисперсності та щільності твердих частинок, а також від в'язкості рідкої фази. Вона визначає плинність пульпи, її здатність до транспортування частинок матеріалу та вплив на процес поділу по крупності на грохоті. Для врахування особливостей мокрого тонкого грохочення виділено головні характеристики пульпи, які об'єднані в коефіцієнт пульпи. Для визначення виду і значення цього коефіцієнту використано регресійний аналіз. Проведене дослідження показало рівень впливу кожного з вибраних параметрів пульпи, представлено розрахункові гіперповерхні залежностей коефіцієнта пульпи від аналізованих факторів. Визначено вид залежності коефіцієнта пульпи від її характеристик. Адекватність отриманої моделі процесу грохочення підтверджується високим значенням коефіцієнта детермінації $R^2 = 0,971968$, а також малим значенням стандартної помилки оцінки $SE=0,00793$.

Моделювання процесу тонкого грохочення проведено за умови стохастичності вхідного потоку рудної шихти, заданого у вигляді розподілу з оціненими параметрами, застосування моделі тонкого грохочення Тихонова О. М. Використано регресійний аналіз на базі пакету STATGRAPHICS Plus для визначення характеристик і коефіцієнту пульпи. Проведено порівняння результатів моделювання та експериментального грохочення, одержано оцінку точності результатів моделювання. Результати математичного моделювання, що зв'язують параметри вхідного потоку рудної шихти та характеристики процесу тонкого грохочення, дозволяють застосовувати розвинений підхід для розв'язання практичних завдань.

Ключові слова: регресійний аналіз, сировина, тонке грохочення, математичне моделювання, збагачення магнетитових кварцитів, характеристики пульпи.

Fine screening is an important constituent of magnetite quartzite dressing, whose improvement is largely associated with a further development of the industry. Available mathematical models of dry fine screening allow one to control the process parameters. For wet fine screening, it is necessary to take into account the features of the pulp characteristics effect, which makes this study important.

The goal of the work is to determine the effect of the main pulp parameters in developing a model of iron ore screening. As distinct from dry screening, pulp or suspension particle sieving on a hydraulic screen involves the presence of an aqueous medium, whose main characteristic is viscosity. Pulp viscosity is a measure of the internal friction of the suspension, which depends on the concentration, the solid particle size and density, and the viscosity of the liquid phase. It determines the fluidity of the pulp, its ability to transport material particles, and the effect on the process of size separation on the screen. To take into account the features of wet fine screening, the main pulp characteristics are identified and combined into a pulp coefficient. A regression analysis is used to determine the type and value of this coefficient. The level of effect of each of the selected pulp parameters is shown, and the calculated hypersurfaces of the pulp coefficient as a function of the analyzed factors are presented. The form of the pulp coefficient as a function of the pulp characteristics is determined. The adequacy of the obtained screening model is confirmed by a high value of the coefficient of determination $R^2 = 0.972$ and a small value of the standard estimate error $SE = 0.00793$.

The fine screening process was simulated for a stochastic ore pulp inflow specified as an estimated-parameter distribution using Tikhonov's fine screening model. To determine the pulp characteristics and the pulp coefficient, a regression analysis was made using the STATGRAPHICS Plus package. The simulated results were

© В. В. Невзоров, Т. А. Олійник, Н. П. Сироткіна, Л. В. Музика, 2026

The article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

ISSN 1561-9184 (Print) ISSN 2616-6380 (Online)

Технічна механіка. 2026. № 1.

compared with those of experimental screening to estimate the simulation accuracy. The results of the mathematical simulation, which relate the ore pulp inflow parameters to those of the fine screening process characteristics, allow the proposed approach to be used in the solution of practical problems.

Keywords: regression analysis, raw materials, fine screening, mathematical simulation, magnetite quartzite dressing, pulp characteristics.

Вступ. Розвиток промисловості в різних країнах потребує все більше сировини підвищеної якості [1]. В існуючих технологіях збагачення магнетитових кварцитів та розподілення заліза за класами крупності у залізорудній сировині гірничо-збагачувальних комбінатів ключове значення для отримання конкурентоспроможної сировини має процес тонкого грохочення [2 – 4]. Це є найбільш перспективний напрямок удосконалення технологій збагачення магнетитових кварцитів, з яким значною мірою пов'язують подальший розвиток галузі [5]. Тому моделювання тонкого грохочення з урахуванням особливостей процесу є актуальним.

Мета роботи – визначення впливу основних параметрів пульпи на модель процесу грохочення залізорудної сировини.

Постановка задачі. Процес тонкого грохочення досліджували багато вчених, зокрема, Є. Є. Андрєєв [1], П. І. Пілов, І. А. Бегагоєн, Л. А. Вайсберг, А. М. Годен та ін. Актуальність математичного моделювання у процесах збагачення корисних копалин детально розглянута в роботах В. С. Мороза, О. А. Медведєва, О. М. Тихонова [6] та ін.

Закон тонкого сухого грохочення можливо визначити основною формулою ймовірності просіювання частинок через сито Годена А. М. [5]:

$$P = \varphi \cdot \left(1 - \frac{d}{a}\right)^\psi, \quad (\text{частки од.}) \quad (1)$$

де φ – живий переріз сита, частки од.; d – розмір частинки, мм; a – розмір отвору сита, мм; ψ – коефіцієнт, $\psi = 1$ для щілинних отворів сита, $\psi = 2$ для квадратних отворів сита.

Якщо прийняти нескінченно малий розмір дроту сита ($\varphi \rightarrow 1$), то при $d \rightarrow 0$, $P \rightarrow 1$, а при $d \rightarrow a$, $P \rightarrow 0$. Формула застосовна для частинок з $d < a$. Ймовірність просіювання частинок з $d > a$ приймається рівною нулю. Ймовірність просіювання залежить від різниці ($a - d$) та нормована щодо a .

Для мокрого грохочення, яке розглядається в цій роботі, необхідно враховувати особливості впливу характеристик пульпи і взаємодії пульпи з просіюючою поверхнею грохоту. Відмінність просіювання частинок із пульпи чи суспензії на гідравлічному гуркоті від моделі сухого просіювання в наявності водного середовища, головна характеристика якого – в'язкість. В'язкість пульпи – це міра внутрішнього тертя суспензії, яка залежить від концентрації, дисперсності та щільності твердих частинок, а також від в'язкості рідкої фази. Вона визначає плинність пульпи, її здатність до транспортування частинок матеріалу та вплив на процес поділу по крупності на грохоті.

Викладення основного матеріалу. В роботі [6] на базі моделі тонкого грохочення Тихонова О. М. визначена сепараційна характеристика грохоту та модель кінетики грохочення у вигляді:

$$\varepsilon(d, t) = 1 - \exp \left[- \frac{u_{\max} \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{a} \right)^\psi \right)}{h} t \right], (d < a), \quad (2)$$

де ε – сепараційна характеристика вилучення в підрешітний продукт вузької фракції з розміром частинок d , частки од.; u_{\max} – максимальна швидкість просіювання частинок, м/с; h – середня товщина шару матеріалу над ситом, м, t – час просіювання, с.

У виразі (2) для спрощення прийнято, що середня товщина шару матеріалу над ситом h постійна, та введено час просіювання t або продуктивність грохоту, яка обчислювалась згідно формули:

$$t = \frac{M}{Q}, \quad (3)$$

де M – запас матеріалу на грохоті, т, Q – вхідна продуктивність, т/год.

Для подальших обчислень введемо безрозмірний параметр у вигляді $k_1 = \frac{u_{\max} \cdot t}{h}$. Тоді сепараційна характеристика (2) має вигляд

$$\varepsilon(d, t) = 1 - \exp \left[-k_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{a} \right)^\psi \right) \right]. \quad (4)$$

Основні характеристики та фактори, що впливають на в'язкість пульпи: вміст твердого в пульпі за масою $T\vartheta$, чи об'ємом, розрідження за масою P_3 чи об'ємом та щільність пульпи ρ . Вміст твердого в пульпі за масою $T\vartheta$ – це відношення маси твердого матеріалу Q до маси всієї пульпи $Q + Pi$, виражене в %, або в долях одиниці. Розрідження пульпи за масою P_3 – відношення маси рідкого Pi до маси твердого Q у певній кількості пульпи $P_3 = Pi / Q = (1 - T\vartheta) / T\vartheta$. Щільність пульпи – маса одиниці об'єму пульпи. Цю величину визначають безпосередньо зважуванням певного об'єму пульпи, або обчислюють за відомими значеннями окремо щільності твердого та рідкого, а також вмістом в пульпі твердого і її розрідження.

Позначимо загальний вплив зазначених характеристик пульпи як коефіцієнт пульпи $k_2 = k_2(T\vartheta, P_3, \rho)$. Тоді ймовірності просіювання частинок через сито (1) можна записати у вигляді

$$P = \varphi \cdot \left(1 - k_2 \frac{d}{a} \right)^\psi. \quad (5)$$

З урахуванням (5) додаємо коефіцієнт пульпи $k_2 = k_2(T\vartheta, P_3, \rho)$ у формулу сепараційної характеристики (4):

$$\varepsilon = 1 - \exp \left[-k_1 \cdot 1 - k_2 \eta^\psi \right], 0 < \eta < 1, (d < a), \quad (6)$$

$$\text{де } \eta = \frac{d}{a}.$$

Для знаходження величини параметра k_1 використано в [7] алгоритм неадаптивної ідентифікації і отримано вираз:

$$k_1 = - \frac{\sum_{i=1}^N \ln(1 - \varepsilon_i) \cdot 1 - k_2 \eta_i^{\psi}}{\sum_{i=1}^N 1 - k_2 \eta_i^{\psi}{}^2}. \quad (7)$$

Необхідно підкреслити особливість застосування математичної моделі процесу тонкого гідрогрохочення (8), яка пов'язана з характером впливу вхідної змінної d , а значить і η , а також характеристиками пульпи $Tв$, $Pз$, ρ , які в свою чергу, залежать від вхідних змінних d і кількості рідини, що є відомою величиною для певного циклу. Вхідний вплив у вигляді частинок розміру d є випадковою величиною з деяким законом розподілу, тому після процесу тонкого грохочення вихідна змінна у вигляді сепараційної характеристики вилучення в підрешітний продукт вузької фракції ε також є випадковою величиною, але вже з іншим законом розподілу.

Для обчислення коефіцієнтів k_1 і k_2 використаємо експериментальні дані. Знайдемо коефіцієнт k_2 за експериментальними даними з табл. 1.

Таблиця 1 – Експериментальні дані

№	Щільність твердого ρ , г/см ³	Тверде по масі, Тв, %	Розрідження Рз
1	4,74	47,10	1,12
2	4,77	47,30	1,13
3	4,73	49,90	1,00
4	4,71	51,80	0,93
5	4,78	47,9	1,09
6	4,76	51,7	0,93
7	4,74	42,9	1,33
8	4,81	43,2	1,31
9	4,71	42,6	1,35
0	4,74	44,2	1,26

Звернемось до регресійного аналізу і використаємо пакет STATGRAPHICS Plus [8].

Перед проведенням регресійного аналізу необхідно провести кодування параметрів-факторів. Кодування факторів дозволяє перевести натуральні значення факторів у безрозмірні величини, що забезпечує можливість порівняльної оцінки впливу різних параметрів незалежно від їх розмірності.

Зв'язок між кодованим та натуральним виразом фактора задається формулою:

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i}, \quad (8)$$

де – x_i кодований вираз i -го фактору; X_i – натуральне значення фактора; X_{i0} – значення i -го фактора на нульовому рівні; ΔX_i – інтервал варіювання i -го фактора. Вихідні та нормалізовані фактори показані в табл. 2.

Таблиця 2 – Вихідні та нормалізовані фактори

Фактор	Позначення	Вихідні фактори					
		-2	-1	0	1	2	ΔX_i
$T\vartheta$	A	42,6	44,9	47,2	49,5	51,8	2,3
P_3	B	0,93	1,035	1,14	1,245	1,35	0,105
ρ	C	4,71	4,735	4,76	4,785	4,81	0,025
		Нормалізовані фактори					
$T\vartheta$	$T\vartheta$	-2	-1	0	1	2	
P_3	P_3	-2	-1	0	1	2	
ρ	ρ	-2	-1	0	1	2	

Узагальнена регресійна залежність коефіцієнта пульпи від трьох факторів для розрахунку задавалася у вигляді полінома другого ступеня з урахуванням взаємного впливу змінних:

$$Y = a_0 + \sum_i^m a_i \cdot x_i + \sum_i^m a_i \cdot x_i^2 + \sum_{i<j}^m a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j, \quad (9)$$

де Y – функція відгуку (k_2); a_0 – вільний член рівняння; $Y = a_i \cdot x_i$, $a_{ii} \cdot x_i^2$ – лінійні та квадратичні доданки; $\pm a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j$ – доданки парних творів факторів; $m = 3$ – кількість змінних факторів.

Коефіцієнти заданої залежності визначалися методом найменших квадратів засобами прикладного пакета обробки статистичних даних STATGRAPHICS Plus [8].

В результаті розрахунку на основі даних табл. 2 було встановлено узагальнену регресійну залежність коефіцієнта k_2 від трьох параметрів – характеристик пульпи

$$k_2 = 1,059 + 0,009169T\vartheta - 0,007529P_3 + 0,007995\rho - 0,012813T\vartheta^2 - 0,001625T\vartheta P_3 + 0,003375T\vartheta \cdot \rho - 0,008224P_3^2 - 0,023625P_3 \cdot \rho + 0,0117593\rho^2 \quad (10)$$

За знаком коефіцієнта регресії a_i можна визначити вплив відповідного фактора x_i на функцію: позитивний знак свідчить про зростання функції при збільшенні фактора, негативний – про зниження. Абсолютне значення коефіцієнта a_i показує, наскільки зміниться результативна ознака за зміни відповідного чинника на одиницю. Коефіцієнти взаємодій ($\pm a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j$) оцінюють вплив одного фактора в залежності від рівня, на якому знаходиться інший фактор. Знак плюс коефіцієнта вказує на те, що одночасне збільшення або зменшення факторів призводить до зростання відгуку. Якщо коефіцієнт взаємодії має знак мінус, то зростання величини відгуку (досліджуваної функції) забезпечується у тому випадку, якщо один із факторів зменшуватиметься, а інший збільшуватиметься.

Таблиця дисперсійного аналізу (табл. 3) дозволяє оцінити статистичну значущість коефіцієнтів отриманої регресійної моделі. Коефіцієнти моделі, для яких р-рівень (p-value) менше 0,05, вважаються статистично значущими при довірчій ймовірності 95 %. Як видно з наведених в табл. 3 даних, статистично значущими є коефіцієнти при лінійних та квадратичних членах рівняння регресії і коефіцієнт при $P_3 \rho$. Ці висновки треба перевірити на Парето-графіку (рис. 1).

Таблиця 3 – Таблиця дисперсійного аналізу

Фактор	T_6	P_3	ρ	$T_6 T_6$	$T_6 P_3$	$T_6 \rho$	$P_3 P_3$	$P_3 \rho$	$\rho \rho$
Позначення	A	B	C	AA	AB	AC	BB	BC	CC
p-value $\cdot 10^{-2}$	0,53	1,27	0,98	0,27	58,36	27,44	1,97	0,02	0,41

Розглянемо вплив обраних параметрів-характеристик пульпи на коефіцієнт пульпи, тобто функцію відгуку. На Парето-графіку (рис. 1) показано вплив кожного фактору і групи факторів на коефіцієнт k_2 (в процентах), де параметри позначені згідно табл. 2.

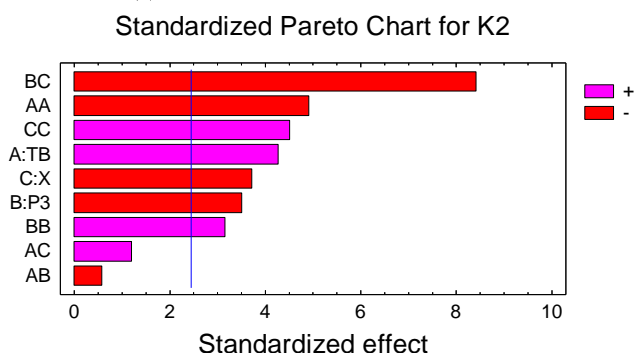


Рис. 1 – Вплив кожного фактору і групи факторів на коефіцієнт k_2

З рис. 1 можна оцінити статистичну значущість коефіцієнтів моделі. Коефіцієнти, для яких р-рівень (p-value) менше 0,05 (див. табл. 3) вважаються статистично значущими при довірчій ймовірності 95 %. На Парето-графіку для цього існує вертикальна лінія, що відповідає довірчій ймовірності 95 %. Горизонтальні стовпчики, що перетинають лінію, показують статистичну значущість відповідних коефіцієнтів.

З графіка видно, що найбільший вплив на величину k_2 надає параметр розрідженість помножена на щільність твердого ($P_3 \rho$), а також вміст твердого (T_6) і щільність твердого в других ступенях. Причому, останні два параметри мають вплив протилежного напрямку, тобто зі збільшенням вмісту твердого величина коефіцієнта k_2 збільшується, а з збільшенням щільності твердого величина коефіцієнта k_2 зменшується. Трохи меншою мірою є вплив всіх параметрів пульпи в першому ступені, які мають також різні за напрямом впливи, саме, зі збільшенням щільності і розрідженості величина k_2 збільшується, а їх добуток має найбільший позитивний вплив серед всіх коефіцієнтів. В той же час зі збільшенням вмісту твердого в першому ступені, як і зі збільшенням розрідженості в другому ступені величина k_2 – зменшується.

З огляду на цей аналіз скорочуємо вираз для коефіцієнта пульпи k_2 : не беремо до уваги доданки з не значущими коефіцієнтами моделі, які мають менший вплив на коефіцієнт пульпи, тоді вираз для коефіцієнта пульпи k_2 :

$$k_2 = 1,059 + 0,009169T\vartheta - 0,007529P_3 + 0,007995\rho - 0,012813T\vartheta^2 - 0,008224P_3^2 - 0,023625P_3 \cdot \rho + 0,0117593\rho^2 \quad (11)$$

Визначимо залежність k_2 від сукупності аналізованих параметрів.

При розрахунку парних регресійних залежностей варіювався кожен із трьох параметрів при фіксованих значеннях інших змінних, які приймалися рівними їх середнім значенням, тобто рівні відповідних факторів приймалися рівними 0. На рис. 2 – 4 представлені розрахункові гіперповерхні залежностей k_2 від аналізованих факторів.

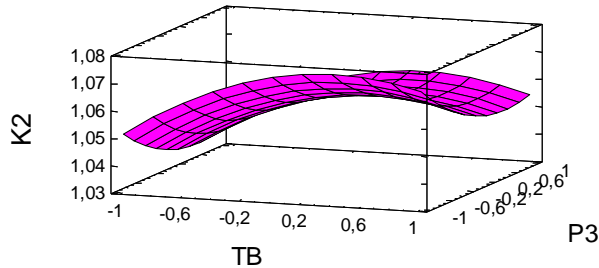


Рис. 2 – Залежність k_2 від $T\vartheta$ та P_3

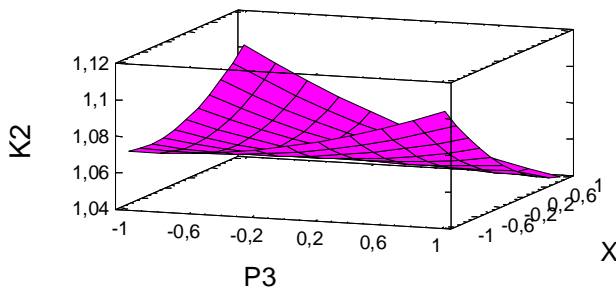


Рис. 3 – Залежність k_2 від P_3 та ρ

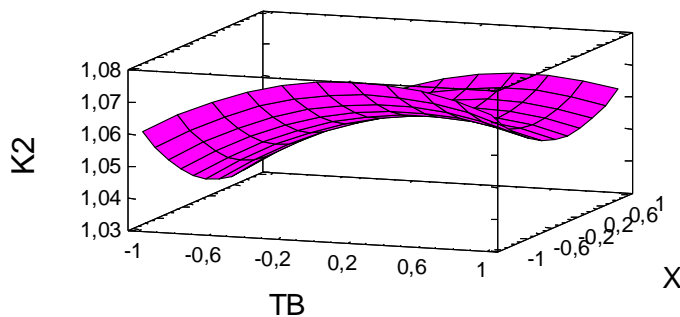


Рис. 4 – Залежність k_2 від $T\vartheta$ та ρ

На рис. 5 показана оцінка контурного графіка функції відгуку. Показаний контурний графік являє собою контури проєкцій рівних значень функції відгуку на площину відповідних факторів.

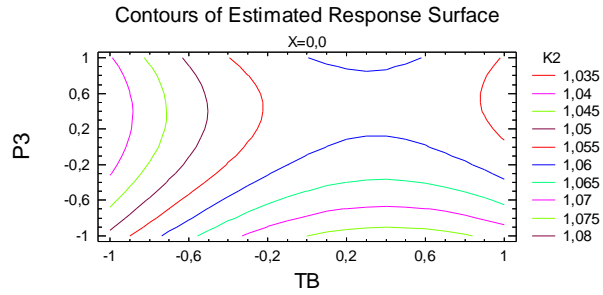


Рис. 5 – Контурні криві функції відгуку (залежність k_2 від $Tв$ та $Pз$)

Залежності $k_2 = f(Tв, Pз)$ та $k_2 = f(Tв, \rho)$ мають схожий екстремальний характер (рис. 2 і рис. 4), що особливо чітко видно на контурних кривих функції відгуку (рис. 5). При чому з екстремумом в області $Pз = 0,0 \dots +0,7$; $Tв = 0,0 \dots +0,6$, $\rho = -0,2 \dots +0,2$ (нормалізовані значення параметрів). Залежність $k_2 = f(Pз, \rho)$ має неекстремальний складний характер (рис. 3). Як бачимо, з підвищенням щільності твердого ($X=\rho$) коефіцієнт пульпи зменшується, а залежність від розрідження ($Pз$) – пряма, тобто зі збільшенням розрідження коефіцієнт пульпи збільшується. Очевидно, що вміст твердого подавляє вплив щільності твердого і вже на рис. 4 видно, що коефіцієнт пульпи зростає лише після досягнення щільністю певного значення ($\rho = -0,1$, що в натуральних значеннях дорівнює $4,73 \text{ г/см}^3$). Такий же факт спостерігається і в залежності на рис. 2. Коефіцієнт пульпи зростає лише після досягнення рівня розрідження $Pз = 0,0$ (для натуральних значень параметрів $Pз = 1,14$). Це можна обґрунтувати найбільшим впливом параметра вміст твердого на характеристики пульпи. Таким чином, визначена величина коефіцієнта пульпи k_1 від її трьох характеристик для значень параметрів з табл. 1 – 2. Середня величина $k_1 = 1,0$.

Після кожного циклу розрахунків проводиться перевірка точності отриманої моделі експериментальними даними. Адекватність отриманої моделі процесу грохочення підтверджується високим значенням коефіцієнта детермінації $R^2 = 0,971968$, а також малим значенням стандартної помилки оцінки $SE=0,00793$. В цілому, при розрахунках коефіцієнт множинної регресії склав $R = 0,9859$.

На рис. 6 показана відповідність значень коефіцієнта k_2 за обчисленими і експериментальними даними. Як видно, в більшості випадків різниця між цими даними невелика, більшість точок знаходиться біля прямої лінії.

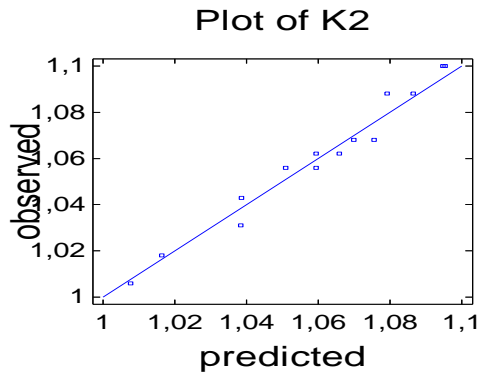


Рис. 6 – Відповідність значень коефіцієнта k_2 за обчисленими і експериментальними даними

Для знаходження параметра k_1 згідно формули (7) скористаємось одержаними експериментальними даними. Згідно результатів, приведених в [6], і враховуючи, що величина коефіцієнта пульпи дорівнює $k_2=1$, знаходимо $k_1 = 4,105$

Тоді формула сепараційної характеристики (6) набуде вигляду:

$$\varepsilon = 1 - \exp[-4,105 \cdot (1 - \eta)] \quad (12)$$

Величина сепараційної характеристики повинна при математичному моделюванні бути обмежена величиною:

$$\varepsilon < 1 - e^{-k_1} = 1 - e^{-4,105} = 0,984. \quad (13)$$

На рис. 7 представлено графіки згідно даних, приведених в табл. 2. Аналіз приведених на рис. 7 графіків показує їх хороший збіг.

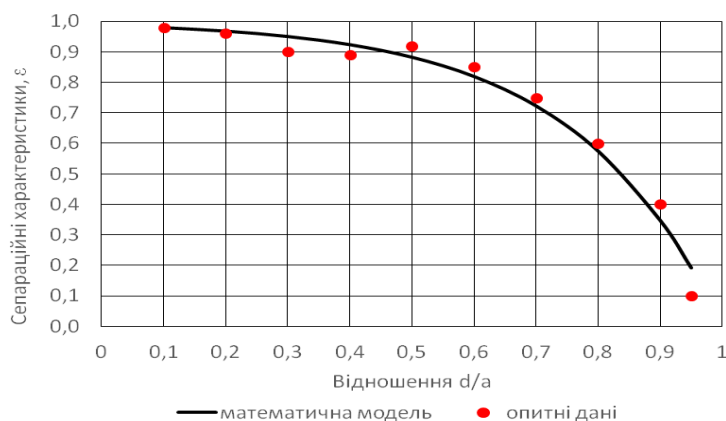


Рис. 7 – Графіки сепараційних характеристик

Висновки. Аналіз тонкого грохочення вказав на необхідність розгляду його як складного об'єкта, особливістю якого є стохастичність поведінки, яка пов'язана з великою кількістю всякого роду невимірюваних другорядних процесів. Зважаючи на цей факт, задача моделювання процесу тонкого грохочення вирішується з використанням методів теорії ймовірностей, математичної статистики та регресійного аналізу.

Для врахування особливостей мокрого тонкого грохочення виділено головні характеристики пульпи, які об'єднані в коефіцієнт пульпи. Для визначення виду і значення цього коефіцієнта використано регресійний аналіз. Проведене дослідження показало рівень впливу кожного з вибраних параметрів пульпи. Визначено вид залежності коефіцієнта пульпи від її характеристик.

Моделювання процесу тонкого грохочення за умови стохастичності вхідного потоку рудної шихти, заданого у вигляді розподілу крупності матеріалу з оціненими параметрами, застосування моделі тонкого грохочення Тихонова О. М. та використання регресійного аналізу на базі пакету STATGGAPHIC Plus для визначення характеристик і коефіцієнта пульпи підтвердили експериментальні результати грохочення. Результати математичного моделювання, що зв'язують параметри вхідного потоку рудної шихти та процесу тонкого грохочення, дозволяють застосовувати розвинений підхід для розв'язання практичних завдань.

1. Андреев Е. Е., Тихонов О. Н. Дробление, измельчение и подготовка сырья к обогащению: Учебник. СПб.: Изд-во СПбГТИ, 2007. 439 с.
2. Олійник Т. А., Румницький Д. О., Скляр Л. В. Сегрегація частинок при гравітаційній сепарації мінеральних агрегатів у водному середовищі. Вісник Криворізького національного університету. 2023. Вип. 56. С. 47–54. <https://doi.org/10.31721/2306-5451-2023-1-56-47-54>
3. Olınyk T., Rumnıtsky D., Skliar L. Determination of the influence of pulp viscosity on the enrichment process of magnetite suspensions in screw separators. Technology audit and production reserves. Chemical and technological systems. 2025. № 1/3 (81). P. 6–18. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2025.323268>.
4. Richards R. G., MacHunter D. M., Gates P. J., Palmer M. K. Gravity separation of ultra-fine (–0.1 mm) minerals using spiral separators. Minerals Engineering. 2000. V. 13, № 1. P. 65–77. [https://doi.org/10.1016/S0892-6875\(99\)00150-8](https://doi.org/10.1016/S0892-6875(99)00150-8)
5. Nzeh N., Popoola P., Okanigbe D. and other. Physical beneficiation of heavy minerals – Part 1: A state of the art literature review on gravity concentration techniques. Heliyon. 2023. V. 9, № 8. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e18919>
6. Тихонов О. М. Закономерности эффективного разделения минералов в процессах обогащения полезных ископаемых. М: Недра, 1984. 208 с.
7. Олійник, Т. А., & Невзоров, В. В. Аналіз впливу основних параметрів залізородної сировини на процес тонкого грохочення з використанням математичних моделей. Технічна інженерія. 2025. Вип. 2(96). С. 259–272.
8. Сергеев П. В., Білецький В. С. Комп'ютерне моделювання технологічних процесів переробки корисних копалин (практикум). Маріуполь: Східний видавничий дім. 2016. 119 с. ISBN 978 – 966 – 317 – 258 – 3.

Стаття надійшла до редакції 12.02.2026;
 прийнято до друку після рецензування 26.03.2026;
 дата публікації 31.03.2026.