УДК 533.6.013:621.45 https://doi.org/10.15407/itm2025.01.003

Г. О. СТРЕЛЬНИКОВ, О. Д. ІГНАТЬЄВ, Г. М. ШЕВЕЛЬОВА

ЧИСЕЛЬНІ ТА ЕКПСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ НАДЗВУКОВОГО ПОТОКУ В СОПЛІ ПРИ ОБТІКАННІ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПЕРЕШКОДИ НА СТІНЦІ З ІНЖЕКЦІЄЮ ГАЗУ

Інститут технічної механіки
Національної академії наук України і Державного космічного агентства України,
вул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Дніпро, Україна; e-mail: ai2325434@gmail.com

Регулювання вектора тяги є важливою складниковою створення ракетних двигунів. Зокрема, певний інтерес становлять газодинамічні системи регулювання, в яких керуючі зусилля польотом ракети забезпечуються шляхом введення у надзвуковий потік твердих перешкод – інтерцепторів. Введення інтерцептора в надзвукову частину сопла дозволяє забезпечити управління траєкторією польоту, особливо в режимі стабілізації та малих керуючих зусиль. Ціль даної роботи – дослідження газодинамічних методів управління вектором тяги ракетних двигунів із використанням інтерцепторних систем та оцінка їх ефективності на основі експериментальних і чисельних методів моделювання. Актуальність роботи полягає в необхідності підвищення точності та ефективності управління польотом ракет, що є критично важливим для сучасних космічних та оборонних технологій. Використання інтерцепторних систем для регулювання вектора тяги дозволяє покращити маневреність і стабільність ракет, особливо на етапах стабілізації та малих керуючих зусиль. Однак складна структура надзвукового потоку в зоні взаємодії з інтерцептором, включаючи утворення стрибків ущільнення, зон відриву та вихроутворення, ускладнює точний прогноз характеристик управління. Традиційні експериментальні дослідження таких процесів вимагають значних ресурсів і часто не дають повного уявлення про фізичні явища. Тому чисельне моделювання турбулентних надзвукових потоків, засноване на рівняннях Нав'є=Стокса, стає важливим інструментом аналізу. Однак його ефективність залежить від коректної верифікації результатів. У цьому контексті дослідження, що поєднує експериментальні методи та чисельне моделювання, є важливим кроком до розробки більш надійних та ефективних систем управління вектором тяги. Експериментальні дослідження поперечного обтікання надзвуковим потоком повітря циліндричних перешкод з інжекцією газу в потік, що набігає, проведені на випробувальній базі Інститута технічної мехніки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України. Експериментальна модель являла собою плоске напівсопло з прозорими бічними стінками для спостереження та фотографування течій у соплі. Вимірювався статичний тиск у зоні взаємодії потоку з інтерцептором. Чисельне моделювання проводилося у програмному комплексі Ansys Fluent з використанням різних моделей турбулентності для оцінки в'язких надзвукових потоків. На основі чисельного моделювання отримано картини течії, а також розподіл статичного тиску в області взаємодії потоку з інтерцептором. Проведено порівняльний аналіз отриманих результатів з даними експериментальних випробувань. Виявлено, що чисельне моделювання задовільно відтворює ключові особливості експериментальних результатів, включаючи утворення стрибків ущільнення, зон відриву та локальних зворотних течій. Робота розширює уявлення про механізми взаємодії інтерцептора з надзвуковим потоком, зокрема в умовах використання вторинної інжекції газу або охолоджувальної рідини. Вперше проведено детальне порівняння експериментальних і чисельних даних для таких систем, що дозволяє більш точно оцінювати вплив геометричних та фізичних параметрів на характеристики потоку. Результати можуть бути безпосередньо використані для вдосконалення існуючих і розробки нових систем управління вектором тяги. Це сприятиме підвищенню точності навігації ракет, покращенню стабільності польоту та ефективному виконанню маневрів, що є критично важливим для реалізації складних космічних та оборонних завдань.

Ключові слова: *вектор тяги, газодинамічне регулювання, інтерцептор, чисельне моделювання.*

Thrust vector control is a crucial aspect of rocket engine design. In particular, of certain interest are gas-dynamic control systems, where control forces are produced by inserting solid obstacles – interceptors – into a supersonic flow. Inserting an interceptor into the supersonic area of a nozzle enables flight trajectory control, especially in the case of stabilization and low control forces. The aim of this work is to investigate gas-dynamic methods of thrust vector control in rocket engines using interceptor systems and to assess their efficiency through experimental and numerical simulation techniques. The importance of this study lies in the need to enhance the accuracy and efficiency of rocket flight control, which is of critical importance for modern space and defense technologies. The use of interceptor systems in thrust vector control improves the maneuverability and stability of rockets, particularly during stabilization phases and when low control forces are required. However, a complex flow structure in the supersonic flow – interceptor interaction zone, including shock waves, separation zones, and

© Г. О. Стрельников, О. Д. Ігнатьєв, Г. М. Шевельова, 2025

vortex structures, complicates an accurate prediction of control characteristics. Traditional experimental studies of such processes require significant resources and often fail to provide a comprehensive understanding of the physical phenomena. Therefore, numerical simulation of turbulent supersonic flows based on the Navier-Stokes equations has become an important analytical tool. However, its effectiveness depends on verification adequacy. In this context, research that combines experimental methods and numerical simulation represents a significant step toward developing more reliable and efficient thrust vector control systems. Experimental studies of transversal supersonic flow over cylindrical obstacles with gas injection into the flow were conducted using the testing facilities of the Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine. The experimental model was a flat semi-nozzle with transparent sidewalls to observe and photograph the nozzle flow. The static pressure was measured in the flow–interceptor interaction zone. A numerical simulation was performed using the Ansys Fluent software package with various turbulence models to evaluate viscous supersonic flows. The numerical simulation gave flow patterns and the static pressure distribution in the flow–interceptor interaction zone. The calculated results were compared with the experimental ones. It was shown that the numerical simulation satisfactorily reproduces the key experimental features, including shock waves, separation zones, and local reverse flows. This study broadens the understanding of supersonic flow – interceptor interaction mechanisms, in particular when using secondary gas injection or a coolant fluid. For the first time, experimental and numerical data for systems of this type were compared in detail, thus offering a more accurate evaluation of the effect of geometrical and physical parameters on the flow characteristics. The results may immediately be used in improving existing thrust vector control systems and developing new ones. This will contribute to rocket navigation accuracy and flight stability improvement and effective maneuvering, which is of critical importance to the accomplishment of complex space and defense tasks.

Keywords: *thrust vector, gas-dynamic control, interceptor, numerical modeling.*

Вступ. Газодинамічні системи управління вектором тяги в ракетних двигунах твердого палива (РДТП) вирізняються рядом переваг, серед яких – висока швидкодія, мала маса виконавчих елементів і широкий діапазон регулювання. Вони дозволяють оптимізувати процес управління, враховуючи такі фактори, як швидкість польоту, ступінь завантаження та зовнішні умови. Завдяки здатності легко інтегруватися в сучасні системи управління та автоматизації ракети, ці системи є перспективним рішенням для різних типів космічних місій.

Серед газодинамічних способів регулювання вектора тяги привертає увагу інтерцепторна система з інжекцією рідких і газоподібних робочих тіл, заснована на висуванні в надзвуковий потік у середній частині сопла (ближче до критичного перерізу) твердих інтерцепторів (круглих або плоских) відносно невеликих розмірів з одночасною інжекцією через них охолоджуючих рідин.

Інтерцепторні системи відносяться до газодинамічних способів регулювання вектора тяги ракетного двигуна, в якому зусилля, що управляє польотом ракети, забезпечується збуренням поля течії в соплі. При цьому відбувається перерозподіл статичного тиску на стінці сопла у зоні збурення потоку.

Ефективність створення керуючих зусиль інтерцептором (як і за інжекції робочого тіла) значною мірою обумовлена конструктивними особливостями систем. Це, у свою чергу, вимагає коректного моделювання течії в соплі.

Вирішення цієї задачі ускладнюється складним просторовим характером течії в зоні збурення потоку, який характеризується наявністю системи стрибків ущільнення, зон відриву потоку та значною турбулентністю [1 – 5].

Крім того, межі відривних зон, розподіл статичного тиску є чутливими до параметрів системи управління (геометрія інтерцептора, параметри системи інжекції). Слід враховувати також, що течія має нестаціонарний характер, що може спричинити нестабільні характеристики системи управління вектором тяги та значно ускладнити завдання проєктування даної системи управління.

Експериментальні дослідження подібних систем, особливо для реальних проєктів, вимагають високих витрат і часто не забезпечують необхідний обсяг інформації про процеси, що відбуваються в зоні взаємодії потоків.

Особливо це завдання ускладняється при параметричних дослідженнях реальних конструкцій. Проте експериментальні дослідження мають дуже важливе, найчастіше визначальне значення розуміння загальних закономірностей і особливостей течії. Як правило, вони дають можливість коректно верифікувати чисельне моделювання.

Мета роботи – чисельно дослідити характер обтікання ітерцептора надзвуковим потоком та порівняти з експериментальними даними.

Опис експериментальної установки. Експериментальні дослідження поперечного обтікання надзвуковим потоком повітря циліндричних перешкод з інжекцією газу в потік, що набігає, проведені на випробувальній базі Інститута технічної мехніки Національної академії наук України і Державного космічного агентства України (ІТМ НАНУ і ДКАУ).

Плоска модель сопла (рис.1) складається з плоскої стінки 1 шириною 110 мм з поворотним кругом 2 діаметром 100 мм, профільованої стінки 3 і бокових стінок, виконаних зі скла для спостереження та фотографування течій у соплі. У центрі поворотного кола є отвір для установки інтерцептора 4, а в нижній частині моделі встановлений штуцер 5, через який до інтерцептора підводиться робоче тіло для інжекції. В якості робочого тіла використовувалося повітря.

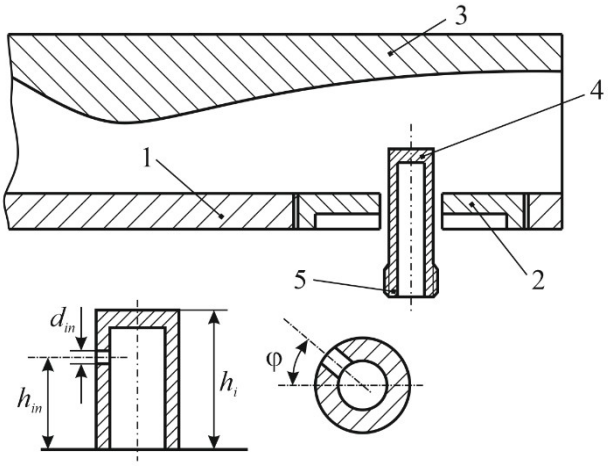


Рис. 1

У поворотному колі виконано 57 дренажних отворів діаметром 0,4 мм для вимірювання статичного тиску на стінці сопла. Поворотне коло оснащене храповим механізмом, який забезпечує його поворот на кут 90^0 з дискретним кроком 3^0, 6^0, 9^0 або 12^0, що дає можливість отримувати досить повний розподіл тиску в зоні збурення.

Профільована стінка розрахована на прискорення потоку до числа Маха на зрізі M_a = 2,5. Число Маха в місці встановлення інтерцептора M_i = 2,3. Висота критичного перерізу $h_{кр}$ = 13 мм. Робочий тиск у форкамері моделі встановлювався у діапазоні p_0 = 0,7 МПа – 0,9 МПа. За оцінками, при тиску у форкамері p_0 = 0,8 МПа число Рейнольдса потоку в місці установки інтерцептора $Re_n = 1{,}4 \cdot 10^6$, товщина пограничного шару $\delta_{пш}$ = 2,6 мм.

В експериментах використовувалися циліндричні пустотілі інтерцептори діаметром d_i = 10 мм і висотою h_i = 4,4 мм; 9,0 мм; 14,3 мм; 19,2 мм. В

інтерцепторах на різній висоті від стінки сопла і під різними кутами до потоку, що набігає, виконувались отвори для інжекції.

Крім висоти та напрямків отворів вдуву, варіювалися їх діаметр та кількість, а також тиск подачі робочого тіла ($p_{вд}$ = 0…6,0 МПа).

У ході експериментів здійснювалася тіньова і сажомасляна візуалізація потоків у соплі, а управління експериментом та запис результатів проводилися на ЕОМ з наступною статистичною обробкою в автоматичному режимі.

Методика чисельного моделювання. Для чисельного моделювання було розроблено сіткову модель експериментальної установки. Була використана Poly-Hexcore сітка, що складається з комбінації шестигранників та багатогранників. Пристінкові області моделювалися 10 призматичними шарами, що забезпечують коректну дискретизацію пограничного шару. Ступінь дискретизації розрахункової області дозволяє використовувати будь-яку модель турбулентності. Загальний вигляд сіткової моделі представлений на рис. 2, в районі інтерцептора – на рис. 3.

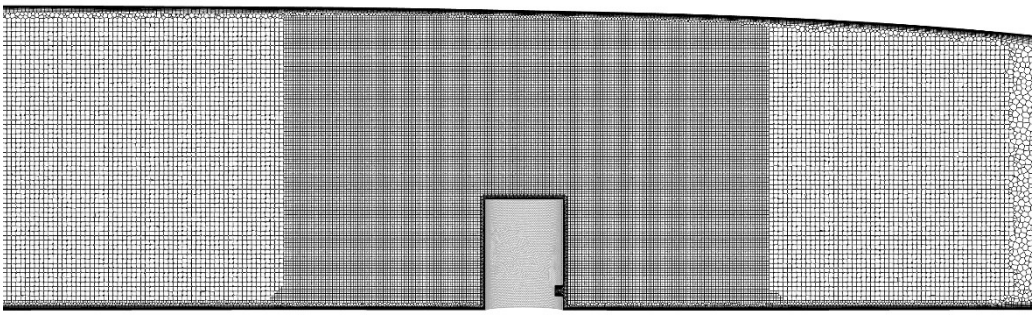


Рис. 2

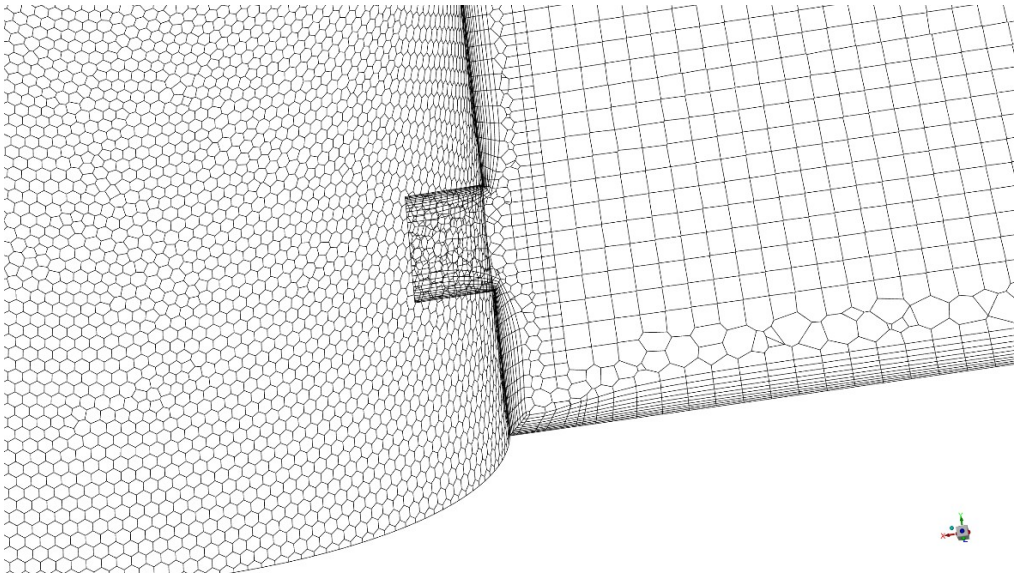


Рис. 3

У процесі моделювання було розглянуто такі моделі турбулентності:

1. Standard k–ε Model [6] – модель турбулентності з двома рівняннями, що дозволяють визначати, як турбулентну довжину, так і масштаб часу шляхом вирішення двох окремих рівнянь переносу.

2. Realizable k–ε model [7, 8] відрізняється від стандартної k–ε моделі двома важливими особливостями:

– модель містить альтернативне формулювання для турбулентної в'язкості;

– модифіковане рівняння перенесення для швидкості дисипації ε отримано з точного рівняння для перенесення середньоквадратичної флуктуації завихренності [6–8].

4. Shear-Stress Transport (SST) Model призначена для ефективного поєднання надійного та точного формулювання k–ε моделі в пристінковій ділянці з незалежністю від вільного потоку k–ω моделі в дальній зоні. Крім того, модель враховує перенесення напруги зсуву турбулентності у визначенні турбулентної в'язкості. Ці особливості роблять SST-модель [9] більш точною та надійною для ширшого класу потоків (наприклад, потоки з несприятливим градієнтом тиску, аеродинамічні профілі, трансзвукові ударні хвилі).

5. Transition SST Model заснована на з'єднанні рівнянь переносу SST з двома іншими рівняннями переносу, одним для уривчастості та одним для критеріїв початку переходу. Модель Transition SST розширює традиційну модель переносу SST k–ω, яка є гібридною моделлю турбулентності, що використовує модель k–ω поблизу стінки та модель k–ε у дальній зоні [9].

Результати та їх обговорення. На рис. 4 представлені картини течії при обтіканні інтерцептора з інжекцією газу назустріч основному потоку в середній частині з такими параметрами: висота інтерцептора h_i=8,8 мм; діаметр отвору подачі повітря d_{in}=1,0 мм; висота отвору h_{in}=4,3 мм; тиск подачі повітря, що інжектується, p_{in}=0,413 МПа; тиск гальмування основного потоку p_0 = 0,7 МПа.

У верхній частині рисунка (а) представлена тіньова фотографія обтікання, отримана експериментально. Результати чисельного моделювання представлені у нижній частині (б). Розрахунок течії проводився при використанні k–ω SST моделі турбулентності з урахуванням обмеження надмірної генерації енергії турбулентності поблизу точок застою (Production Limiters for Two-Equation Models).

Інжектований недорозширений струмінь гальмується в набігаючому потоці з утворенням системи косих стрибків ущільнення 1, 2, 4, 5 і диска Маха 3, а в околиці струменя біля поверхні інтерцептора виникають вихрові зони 8. Перед інтерцептором виникає протяжна відривна зона 13.

Перед інтерцептором утворюється криволінійний стрибок ущільнення 6, який переходить у косий стрибок 12. Крім того, перед передньою кромкою формується криволінійний стрибок 7, який з'єднується зі стрибком 12. На задній кромці інтерцептора потік розширюється з утворенням хвиль розрідження 9 і формує з донною областю 10 поверхню радіусу 11. У донній області 10 відбувається інтенсивне утворення вихорів. Як очевидно з представлених результатів, чисельне моделювання (б) задовільно відтворює ключові особливості експериментальних результатів (а), включаючи утворення стрибків ущільнення, зон відриву та локальних зворотних течій.

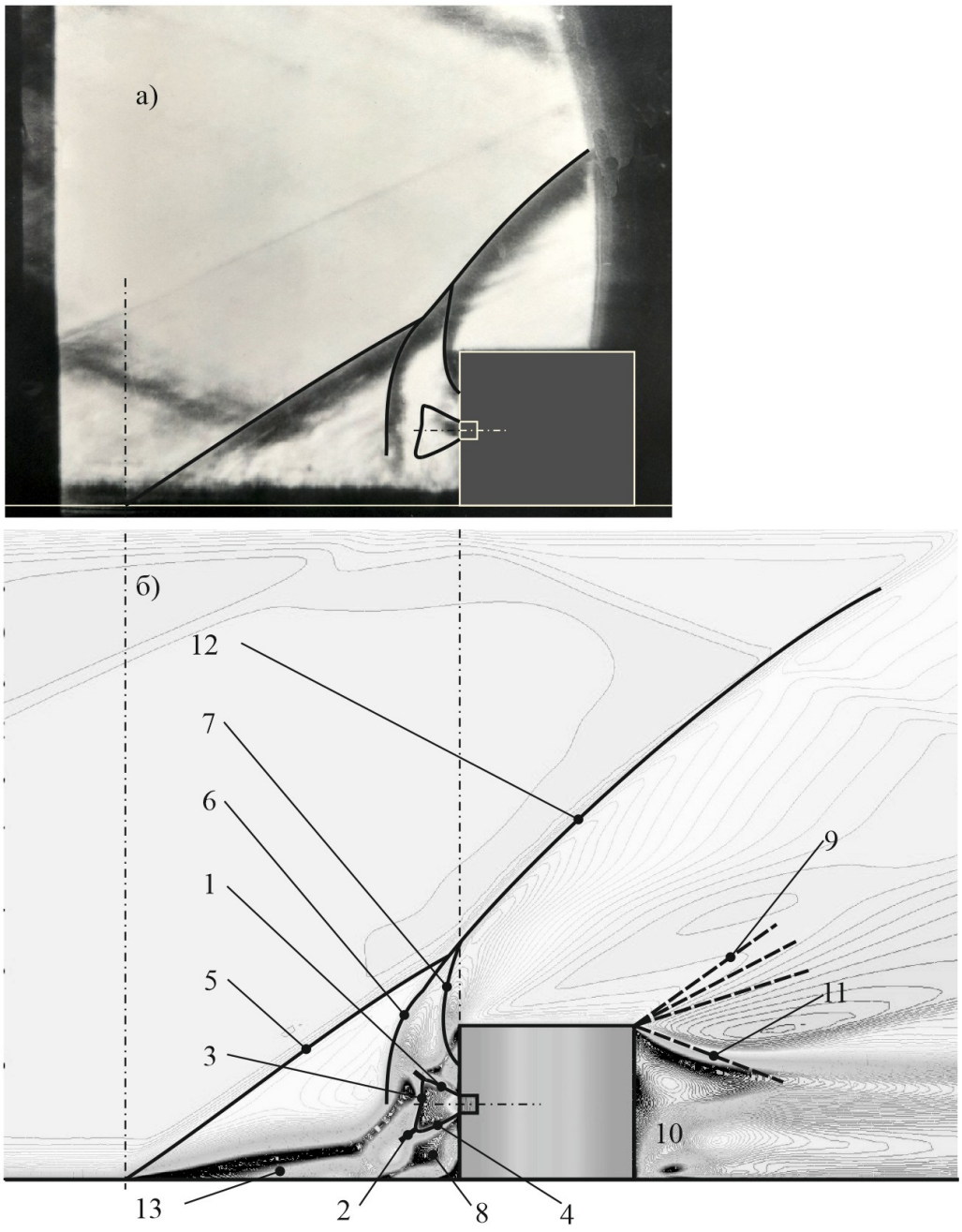


Рис. 4

На рис. 5 представлені картини течії при обтіканні інтерцептора з інжекцією газу назустріч основному потоку в верхній частині з такими параметрами: висота інтерцептора h_i=14.,4 мм; діаметр отвору подачі повітря d_{in}=2,0 мм; висота отвору h_{in}=11,8 мм; тиск подачі повітря, що інжектується, p_{in}=0,218 МПа; тиск гальмування основного потоку p_0 = 0,84 МПа.

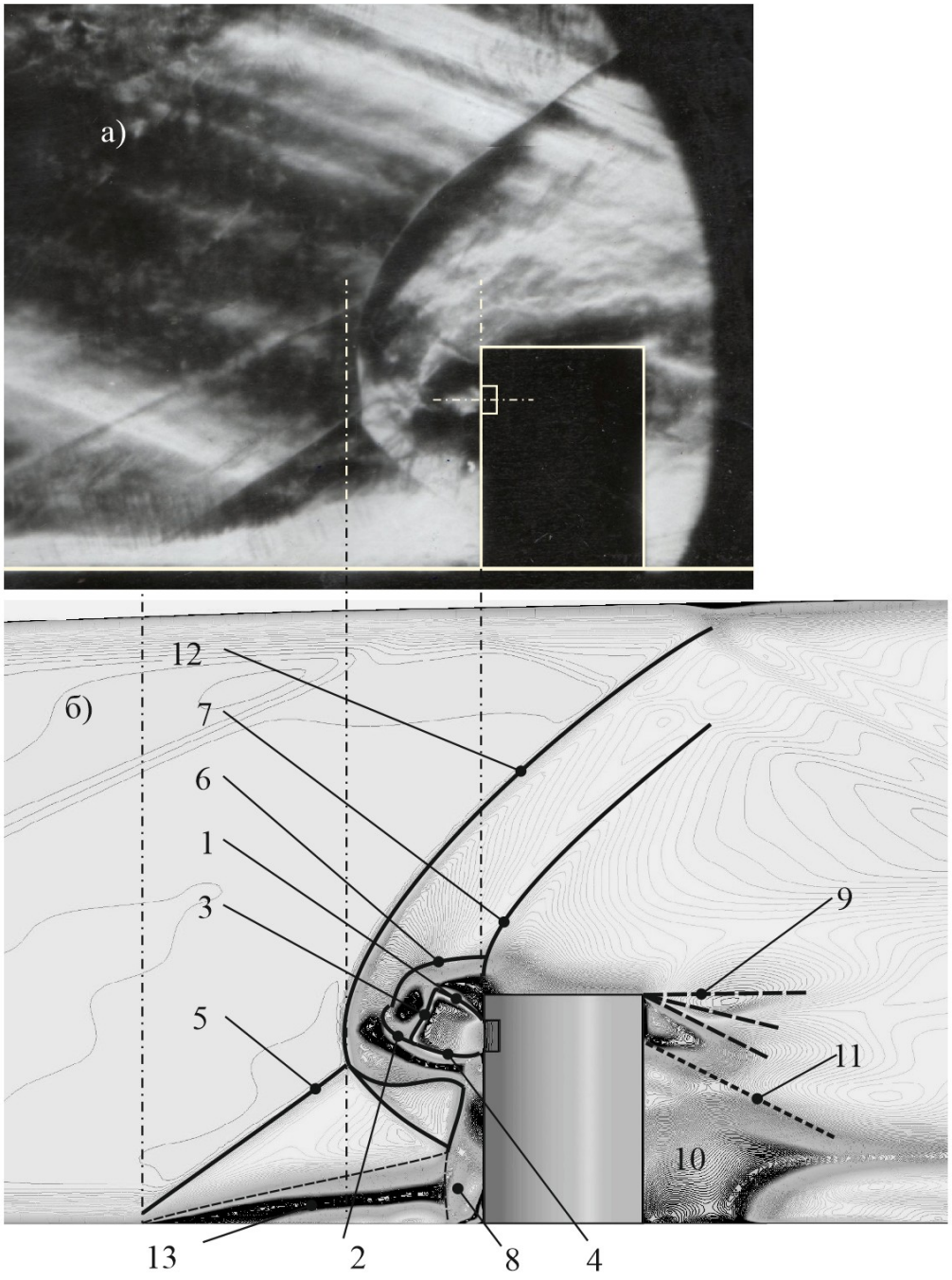


Рис. 5

Картина обтікання інтерцептора в даному випадку аналогічна попередньому варіанту – інжектований недорозширений струмінь гальмується в набігаючому потоці з утворенням системи косих стрибків ущільнення 1, 2, 4, 5 і диска Маха 3, а в околиці струменя біля поверхні інтерцептора виникають вихрові зони 8. Перед інтерцептором виникає протяжна відривна зона 13.

Однак є суттєві відмінності. Течія в області інжектованого струменя зазнала значних змін – з'явилася складна структура стрибків і відривних зон 1, 6, 3, 4, при цьому значна частина витрат, що інжектуються, прямує вгору, збільшуючи ефективну висоту. Це призводить до того, що криволінійний стрибок 7 відходить від стрибка 12, утворюючи систему 2 криволінійних стрибків. Характер течії в донній області також змінився: віяло хвиль розрідження 9 змінило положення, як і положення межі розділу 11. Донна область 10 збільшила протяжність. Експериментальні дані (а) також задовільно узгоджуються з результатами чисельного моделювання (б).

На рис. 6 представлені картини течії при обтіканні інтерцептора з інжекцією газу назустріч основному потоку в нижній частині з такими параметрами: висота інтерцептора h_i = 8,8 мм; діаметр отвору подачі повітря d_{in} = 2,0 мм; висота отвору h_{in} = 2,1 мм; тиск подачі повітря, що інжектується, p_{in} = 0,44 МПа; тиск гальмування основного потоку p_0 = 0,7213 МПа.

Даний варіант відрізняється, по-перше, великим відносним тиском повітря, що інжектується, в порівнянні з тиском гальмування основного потоку, по-друге інжекція проводиться безпосередньо в пограничний шар. Інжектований струмінь взаємодіє зі стінкою з виникненням відбитого стрибка ущільнення 4 і проникає на велику відстань вгору за течією, утворюючи клиноподібну струменеву перешкоду. Його обтікання супроводжується виникненням косого стрибка ущільнення 12 і ударної хвилі 14, що відійшла, які, на відміну від попередніх випадків, не перетинаються при цьому. Сам інтерцептор відносно слабко впливає на картину течії перед ним.

Недорозширений струмінь, що інжектується, спливає з надзвуковою швидкістю, гальмується з утворенням системи прямих і косих стрибків ущільнення 2, 3, 4, 5 і заповнює передні відривні зони 8, 13. Стрибки ущільнення 1, 5 обмежують інжектований потік. Поряд з верхньою кромкою інтерцептора утворюється ще один косий стрибок ущільнення, який переходить у стрибки 6, 7. У донній області виникає віяло хвиль розрідження 9. Сама донна область 10 має межу 11 і поширюється на значну довжину аж до зрізу сопла моделі.

Зауважимо, що картина течії у всіх випадках є нестаціонарною і на деяких режимах (особливо це помітно при інжекції у пограничний шар) здійснює коливання у поздовжньому напрямку із частотою 10 Гц – 15 Гц. Цей ефект спостерігається як при експерименті, так і при чисельному моделюванні в нестаціонарній постановці.

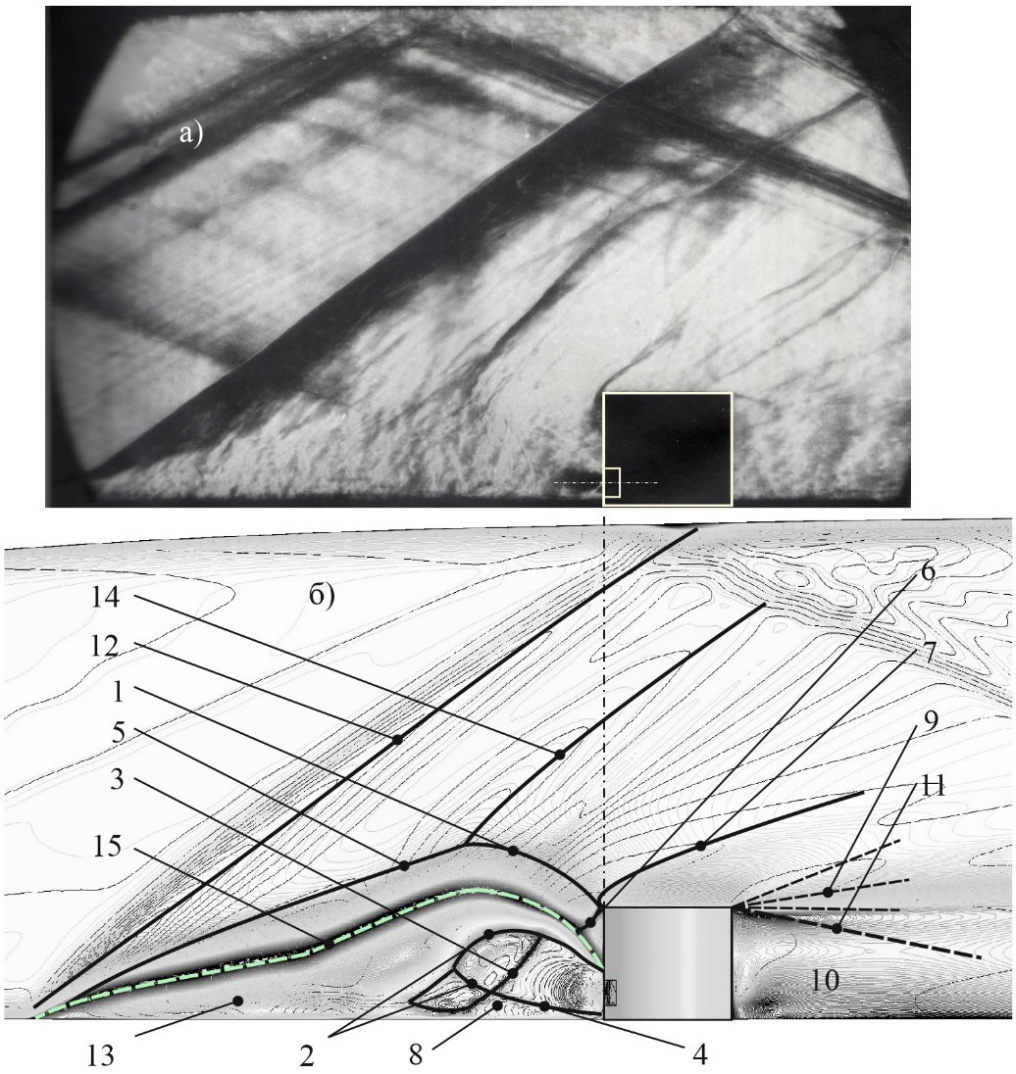


Рис. 6

Як очевидно з представлених результатів, загалом, експериментальні дані (а) задовільно узгоджуються з результатами чисельного моделювання (б).

Розглянемо тепер порівняння розрахункових та експериментальних даних епюри статичного тиску на стінці в площині, що проходить через центр інтерцептора, та поздовжньому і поперечному напрямках, отриманих з використанням різних моделей турбулентної в'язкості.

На рис. 7, 8 представлені результати моделювання із застосуванням k–ε моделі турбулентності: 1 – реалізована модель k–ε с покращеною обробкою стін (Realizable k–ε Model enhanced walltreatment); 2 – k–ε модель в RNG модифікації; 3 – експериментальні дані; p_i/p_n – відношення статичного тиску

на стінці (p_i) до статичного тиску «незбуреного» (p_n) потоку в цьому перерізі. В даному випадку статичний тиск «незбуреного» потоку слабо змінюється як у поздовжньому, так і в поперечному напрямках.

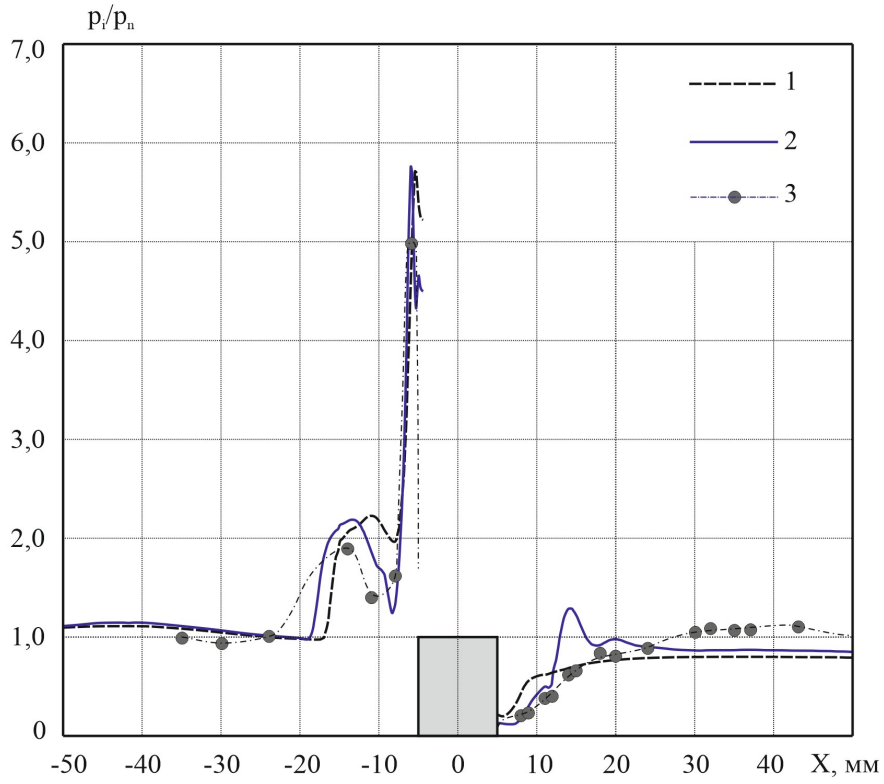


Рис. 7

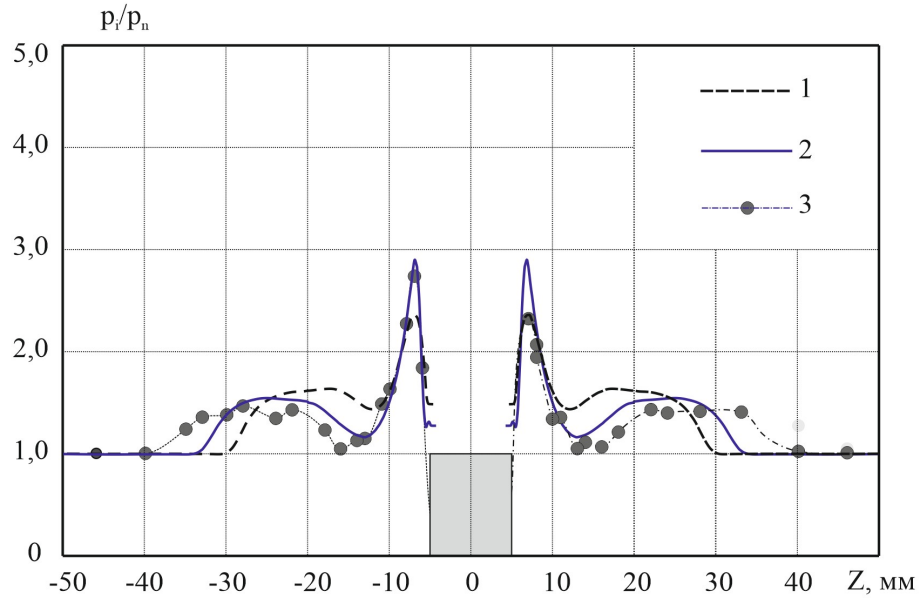


Рис. 8

Модель k–ε в RNG модифікації краще описує максимальний тиск на стінці, проте в донній області спостерігається суттєве відхилення

розрахункових та експериментальних даних, чого не відбувається в разі застосування k–ε з покращеною обробкою стінок. Проте з урахуванням простоти та надійності даних моделей, їх можна використовувати для розрахунку подібних течій.

На рис. 9, 10 представлені результати моделювання із застосуванням SST k-ω моделі: 1 – базова SST k–ω модель; 2 – SST k–ω модель із включенням обмежувачів надлишкової генерації енергії турбулентності, поблизу точок застою; 3 – експериментальні дані.

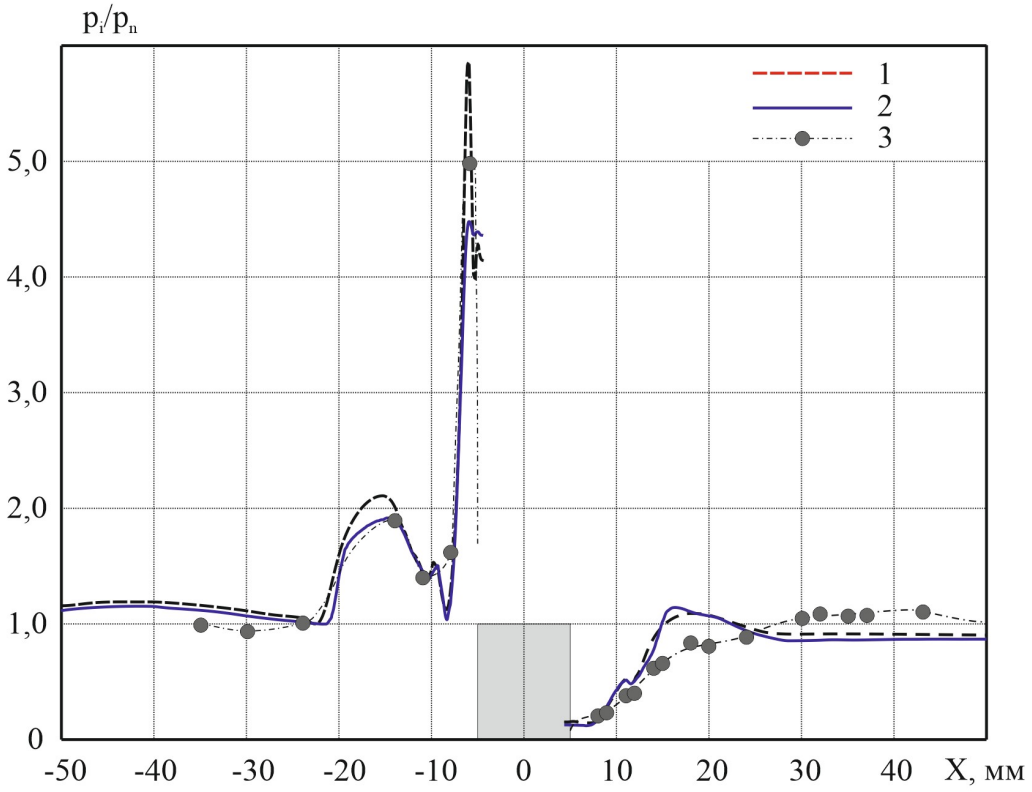


Рис. 9

Основна проблема стандартної k–ω моделі полягає в її добре відомій сильній чутливості до умов вільного потоку. Модель k–ω SST була розроблена для ефективного поєднання надійного та точного формулювання k–ω моделі у пристінковій ділянці з незалежністю від вільного потоку k–ε моделі в дальній зоні.

Для досягнення цього k–ω модель перетворюється на k–ε формулювання. Крім того, вона враховує перенесення напруги зсуву турбулентності у визначенні турбулентної в'язкості. Ці особливості роблять модель SST k–ω [10] більш точною та надійною для ширшого класу потоків (наприклад, потоки з несприятливим градієнтом тиску, аеродинамічні профілі, трансзвукові ударні хвилі), ніж стандартна та BSL k–ω моделі.

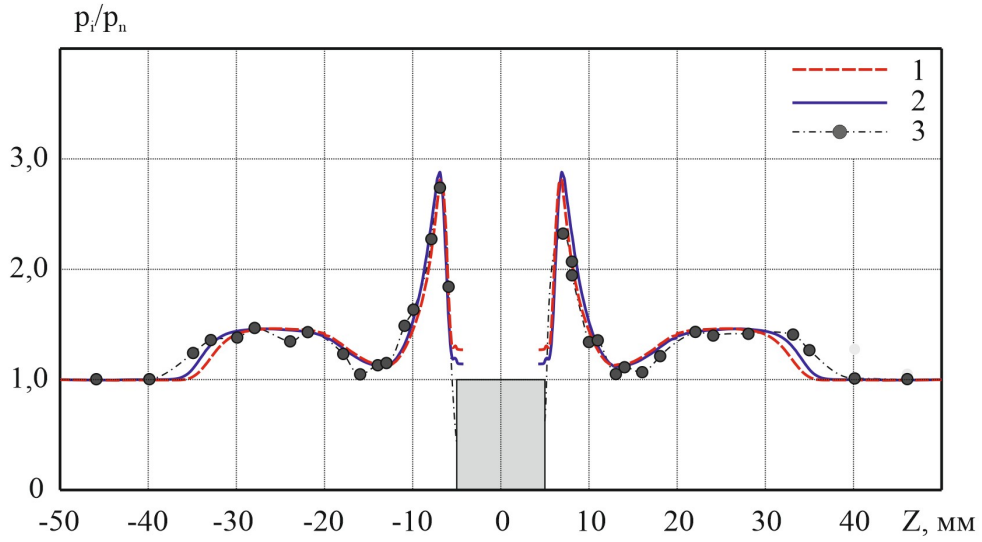


Рис. 10

Як видно з представлених результатів, модель SST k–ω точніше описує розподіл статичного тиску на стінці, причому обмеження надмірної генерації енергії турбулентності дає краще узгодження з експериментальними даними. Зазначимо, що дана модель дає дещо завищені результати тиску на початку донної області інтерцептора.

На рис. 11, 12 представлені результати моделювання потоку за допомогою Transition SST моделі турбулентності: 1 – базова Transition SST модель; 2 – базова модель з шорсткістю поверхні (0,05 мм); 3 – експериментальні дані.

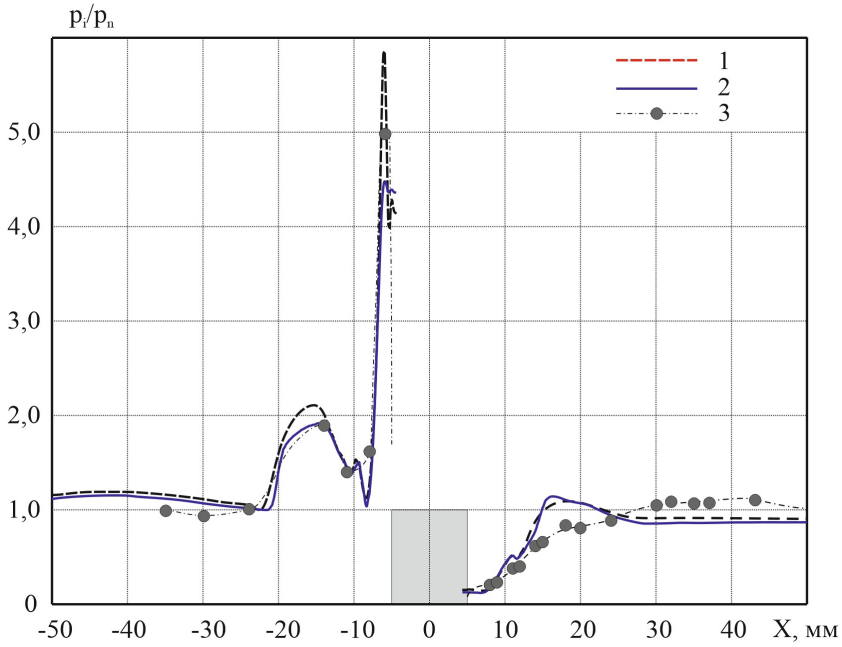


Рис. 11

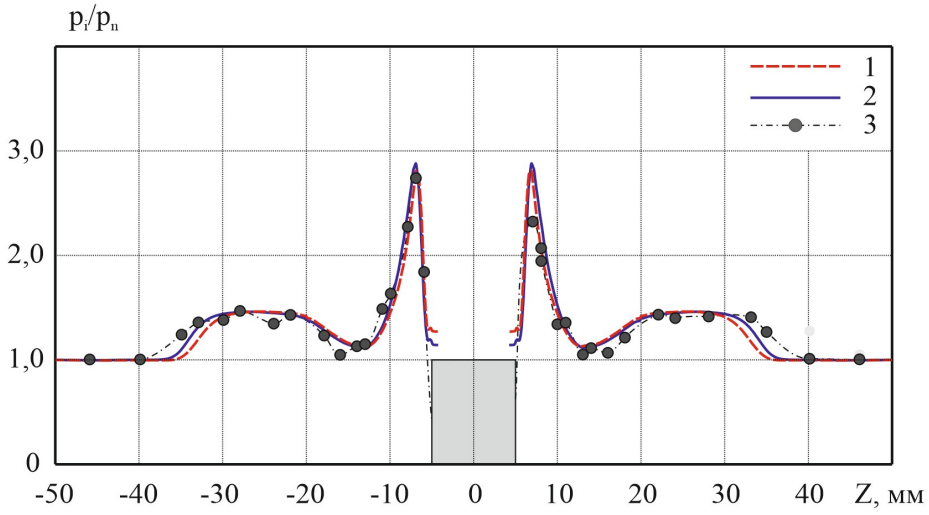


Рис. 12

Модель Transition SST розширює традиційні рівняння переносу SST, реалізуючи два додаткові рівняння для відстеження критеріїв уривчастості та початку переходу з використанням емпіричних кореляцій, розроблених Ментером [10].

Ця модель турбулентності дає найкраще зведення розрахункових та експериментальних даних.

Висновки. Основною метою даної роботи було чисельне дослідження обтікання циліндричного інтерцептора з інжекцією газу рівномірним надзвуковим потоком в тривимірній постановці.

Чисельне моделювання було проведено шляхом розв'язання рівнянь Навьє–Стокса для різних моделей турбулентності.

Порівняння результатів чисельного моделювання з результатами експериментальних досліджень показало задовільне узгодження розрахункових та експериментальних даних.

Найкраще узгодження розрахункових та експериментальних даних отримано при використанні SST k–ω і Transition SST моделей турбулентності.

Чисельне моделювання в нестаціонарній постановці та при експериментальних дослідженнях показало низькочастотні коливання струменя інжекції за довжиною та напрямом. Амплітуда коливань досягала 30 %, частота 15 Гц. Найбільша нестійкість спостерігається при інжекції у пограничний шар.

В основі нестійкості інжектованого струменя лежать газодинамічні процеси, пов'язані з нестійкістю відривної зони перед перешкодою.

З теоретичної точки зору результати дослідження сприяють глибшому розумінню механізмів, що лежать в основі газодинамічного регулювання, а також розвитку нових моделей та алгоритмів для прогнозування поведінки газових потоків у складних умовах.

З практичної точки зору результати дослідження можуть бути безпосередньо застосовані для розробки більш ефективних систем управління вектором тяги в ракетних двигунах. Знання, отримані в результаті чисельного моделювання, можуть бути використані для створення більш

компактних та легких систем управління вектором тяги, що особливо важливо для космічних апаратів, де кожен грам ваги має значення.

1. *Luo D.* Numerical Simulation of Supersonic Turbulent Separated Flows Based on k–ω Turbulence Models with Different Compressibility Corrections. Aerospace. 2023. Vol. 10(14), 1014. Pp. 1–24. https://doi.org/10.3390/aerospace10121014
2. *Aghaei-Jouybari M., Yuan J., Li Z., Brereton G. J., Jaberi F. A.* Supersonic turbulent flows over sinusoidal rough walls. Journal of Fluid Mechanics. 2023. Vol. 956. Pp. 1–27. https://doi.org/10.1017/jfm.2022.1049
3. *Gang, D., Yi, S. & Niu, H.* Experimental investigation of supersonic turbulent flow over cylinders with various heights. Journal of Visualization. 2021. Vol. 24. Pp. 461–470. https://doi.org/10.1007/s12650-020-00723-1
4. *Nastac G., Frendi A.* An Investigation of Scale-Resolving Turbulence Models for Supersonic Retropropulsion Flows. Fluids. 2022. Vol. 7(12), 362. Pp. 1–15. https://doi.org/10.3390/fluids7120362
5. *Strelnikov G., Ihnatiev O., Pryadko N., Ternova K.* Efficiency of rocket engine thrust vector control by solid obstacle on the nozzle wall. 2022. Vol. 236, Issue 16. Pp. 3344–3353. https://doi.org/10.1177/09544100221083714
6. *Launder B. E., Spalding D. B.* Lectures in mathematical models of turbulence. London, New York. Academic Press. 1972. 169 p.
7. *Wilcox D. C.* Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries, Inc. La Canada, California. 1998. 460 p.
8. *Wilcox D. C.* Formulation of thek-ωTurbulence Model Revisited. AIAA Journal. 2008. Vol. 46.11. Pp. 2823–2838. https://doi.org/10.2514/1.36541
9. *Menter F. R.* Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. AIAA Journal. 1994. Vol. 32 (8). Pp. 1598–1605. https://doi.org/10.2514/3.12149
10. *Menter F. R., Langtry R. B., Likki S. R., Suzen Y. B., Huang P. G., Völker S.* A correlation-based transition model using local variables—part I: model formulation. Journal of turbomachinery. 2006. Vol. 128(3). Pp. 413–422. https://doi.org/10.1115/1.2184352

Отримано 12.02.2025,
в остаточному варіанті 21.03.2025